INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE
CÂMPUS APODI
Sítio Lagoa do Clementino, nº 999, RN 233, Km 2, Apodi/RN,
59700-971. Fone (084) 4005.0765
E-mail: gabin.ap@ifrn.edu.br - Site: http://www.ifrn.edu.br

Curso: Técnico de Nível Médio Integrado em Informática **Turma:** 1.8401.1V
Área profissional: Informação e Comunicação
Disciplina: Fundamentos de Lógica e Algoritmos
Assuntos: Equivalência Lógica, Argumentos e suas Validades
Docente: Cleone Silva de Lima

APOSTILA DE LÓGICA

Nesta apostila trataremos de um tema da maior relevância no Raciocínio Lógico. Estou me referindo à ***Equivalência Lógica***. Ou seja, vamos aprender a identificar quando duas proposições compostas são equivalentes uma à outra. Vamos lá!

Proposições Logicamente Equivalentes

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente equivalentes) quando **os resultados de suas *tabelas-verdade* são idênticos**.

Uma conseqüência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A **equivalência lógica** entre duas proposições, **p** e **q**, pode ser representada simbolicamente como: **p ⇔ q**, ou simplesmente por **p = q**.

Começaremos com a descrição de algumas equivalências lógicas básicas.

Equivalências Básicas

1. **p e p = p**
   Ex: *André é inocente e inocente = André é inocente*
2. **p ou p = p**

Ex: *Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema*

3. **p e q = q e p**

   Ex: *O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte*

4. **p ou q = q ou p**

   Ex: *O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco*

5. **p $\leftrightarrow$ q = q $\leftrightarrow$ p**

   Ex: *Amo se e somente se vivo = Vivo se e somente se amo.*

6. **p $\leftrightarrow$ q = (p$\rightarrow$q) e (q$\rightarrow$p)**

   Ex: *Amo se e somente se vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo*

Para facilitar a memorização, veja a tabela abaixo:

p e p	**p**
p ou p	**p**
p e q	**q e p**
p ou q	**q ou p**
p $\leftrightarrow$ q	**q $\leftrightarrow$ p**
p $\leftrightarrow$ q	**(p$\rightarrow$q) e (q$\rightarrow$p)**

Equivalências da Condicional

As duas equivalências que se seguem são de fundamental importância. Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as *tabelas-verdade*. Fica como exercício para casa estas demonstrações. As equivalências da condicional são as seguintes:

1) **Se p então q = Se não q então não p.**

   Ex: *Se chove então me molho = Se não me molho então não chove*

2) **Se p então q = Não p ou q.**

   Ex: *Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso*

Colocando estes resultados em uma tabela, para ajudar a memorização, teremos:

p → q	**~q → ~p**
p → q	**~p V q**

Equivalências com o Símbolo da Negação

Este tipo de equivalência já foi estudado. Trata-se, tão somente, das *negações das proposições compostas*! Lembremos:

Negativa de (p e q)	**~p ou ~q**
Negativa de (p ou q)	**~p e ~q**
Negativa de (p → q)	**p e ~q**
Negativa de (p↔q)	**[(p e ~q) ou (q e ~p)]**

É possível que surja alguma dúvida em relação a última linha da tabela acima. Porém, basta lembrarmos do que foi aprendido:

p↔q = (p→q) e (q→p)

(Obs: a BICONDICIONAL tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Para negar a bicondicional, teremos na verdade que negar a sua conjunção equivalente. E para negar uma conjunção, já sabemos, nega-se as duas partes e troca-se o **E** por **OU.** Fica para casa a demonstração da negação da bicondicional. Ok?

Outras equivalências

Algumas outras equivalências que podem ser relevantes são as seguintes:

1) **p e (p ou q) = p**

   Ex: *Paulo é dentista, e Paulo é dentista ou Pedro é médico = Paulo é dentista*

2) **p ou (p e q) = p**

   Ex: *Paulo é dentista, ou Paulo é dentista e Pedro é médico = Paulo é dentista*

Por meio das tabelas-verdade estas equivalências podem ser facilmente demonstradas. Para auxiliar nossa memorização, criaremos a tabela seguinte:

p e (p ou q)	**p**
p ou (p e q)	**p**

Equivalências entre "*Nenhum*" e "*Todo*"

É uma equivalência simples e de fácil compreensão. Vejamos:

1) Nenhum A é B = Todo A é não B

Ex: *Nenhum médico é louco = Todo médico é não louco (= Todo médico não é louco)*

2) Todo A é B = Nenhum A é não B

Ex: *Toda arte é bela = Nenhuma arte é não bela (= Nenhuma arte não é bela)*

Colocando essas equivalências em uma tabela, teremos:

Nenhum A é B	**Todo A é não B**
Todo A é B	**Nenhum A é não B**

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

Abaixo, algumas leis que podem eventualmente nos ser úteis:

➔Leis Associativas

(p e q) e s	**p e (q e s)**
(p ou q) ou s	**p ou (q ou s)**

➔Leis Distributivas

p e (q ou s)	**(p e q) ou (p e s)**
p ou (q e s)	**(p ou q) e (p ou s)**

➔Leis da Dupla Negação

~(~p)	**p**

Daí, concluiremos ainda que:

S não é não P = S é P
Todo S não é não P = Todo S é P
Algum S não é não P = Algum S é P
Nenhum S não é não P = Nenhum S é P

Exemplos:

1) **A bola de futebol não é não esférica = A bola de futebol é esférica**
2) **Todo número inteiro não é não racional = Todo número inteiro é racional**
3) **Algum número racional não é não natural = Algum número racional é natural**
4) **Nenhum número negativo não é não natural = Nenhum número negativo é natural**

Argumento

Chama-se ***argumento*** a afirmação de que um grupo de proposições iniciais redunda em outra proposição final, que será conseqüência das primeiras! Dito de outra forma, ***argumento*** é a relação que associa um conjunto de proposições $p_1, p_2, \ldots p_n$, chamadas **premissas** do argumento, a uma proposição **c**, chamada de **conclusão** do argumento.

No lugar dos termos **premissa** e **conclusão** podem ser também usados os correspondentes **hipótese** e **tese**, respectivamente. Vejamos alguns exemplos de *argumentos*:

Exemplo 1:

p1: *Todos os cearenses são humoristas.*

p2: *Todos os humoristas gostam de música.*

c : *Todos os cearenses gostam de música.*

Exemplo 2:

p1: *Todos os cientistas são loucos.*

p2: Martiniano *é louco.*

c : Martiniano *é um cientista.*

O tipo de *argumento* ilustrado nos exemplos acima é chamado **silogismo**. ***Silogismo* é aquele *argumento* formado por duas premissas e a conclusão**.

Em nosso estudo dos *argumentos lógicos*, estamos interessados em verificar se eles são **válidos** ou **inválidos**! Então, passemos a entender o que significa um *argumento válido* e um *argumento inválido*.

Argumento Válido:

Dizemos que um argumento é **válido** (ou ainda **legítimo** ou **bem construído**), quando a sua conclusão é uma **conseqüência obrigatória** do seu conjunto de premissas.

Veremos em alguns exemplos adiante que as premissas e a própria conclusão poderão ser visivelmente falsas (e até absurdas!), e o argumento, ainda assim, será considerado válido. Isto pode ocorrer porque, na Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou a falsidade das premissas que compõem o argumento, mas tão somente a **validade** deste.

Exemplo: O silogismo...

p1: *Todos os homens são pássaros.*

p2: *Nenhum* pássaro *é animal.*

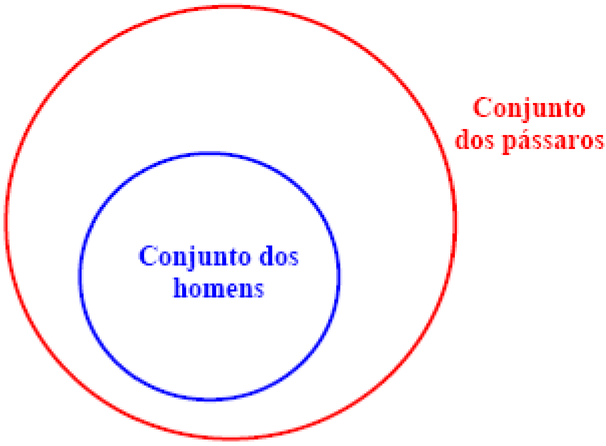
c: *Portanto, nenhum homem é animal.*

... está perfeitamente bem construído, sendo, portanto, um *argumento válido*, muito embora a veracidade das premissas e da conclusão sejam totalmente questionáveis.

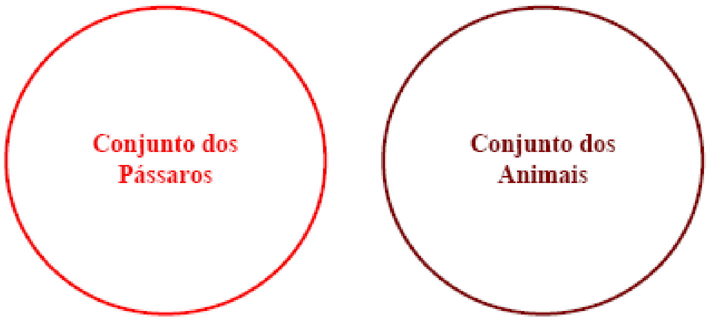
Repetindo: **o que vale é a *construção*, e não o seu *conteúdo***! Ficou claro? Se a *construção* está perfeita, então o argumento é *válido*, independentemente do conteúdo das premissas ou da conclusão!

Em um raciocínio dedutivo (lógico), não é possível estabelecer a verdade de sua conclusão se as premissas não forem consideradas todas verdadeiras. Determinar a verdade ou falsidade das premissas é tarefa que incumbe à ciência, em geral, pois as premissas podem referir-se a qualquer tema, como Astronomia, Energia Nuclear, Medicina, Química, Direito etc., assuntos que talvez desconheçamos por completo! E ainda assim, teremos total condição de averiguar a validade do argumento!

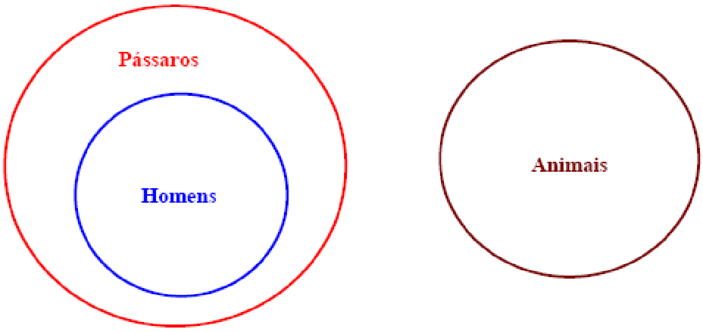
Agora a questão mais importante: **como saber se um determinado argumento é mesmo válido?** Uma forma simples e eficaz de comprovar a validade de um argumento é utilizando diagramas de conjuntos (diagramas de V*enn*). Trata-se de um método muito útil e que será usado com freqüência em questões que pedem a verificação da validade de um argumento. Vejamos como funciona, usando o exemplo acima. Quando se afirma, na premissa **p1**, que *"todos os homens são pássaros"*, poderemos representar essa frase da seguinte maneira:



Observem que *todos* os elementos do conjunto menor (homens) estão incluídos, ou seja, pertencem ao conjunto maior (dos pássaros). E será sempre essa a representação gráfica da frase ***"Todo A é B".*** **Dois círculos, um dentro do outro, estando o círculo menor a representar o grupo de quem se segue à palavra *todo*.** Ficou claro? Pois bem! Façamos a representação gráfica da segunda premissa. Temos, agora, a seguinte frase: *"Nenhum pássaro é animal".* Observemos que a *palavra-chave* desta sentença é ***nenhum*. E a idéia que ela exprime é de uma total *dissociação* entre os dois conjuntos.** Vejamos como fica sua representação gráfica:



Será sempre assim a representação gráfica de uma sentença *“Nenhum A é B”*: dois conjuntos separados, sem nenhum ponto em comum. Tomemos agora as representações gráficas das duas premissas vistas acima e as analisemos em conjunto. Teremos:



Agora, comparemos a conclusão do nosso argumento – *Nenhum homem é animal* – com o desenho das premissas acima. E aí? Será que podemos dizer que esta conclusão é uma conseqüência necessária das premissas? Claro que **sim**! Observemos que o conjunto dos homens está totalmente separado (*total dissociação!)* do conjunto dos animais.

Resultado: **este é um *argumento válido*!**

Ficou entendido? Agora, vejamos o conceito de *argumento inválido*.

<u># Argumento Inválido:</u>

Dizemos que um argumento é **inválido** – também denominado **ilegítimo**, **mal construído, falacioso** ou **sofisma** – quando a verdade das premissas **não é suficiente** para garantir a verdade da conclusão. Entenderemos melhor com um exemplo.

Exemplo:

p1: *Todas as crianças gostam de chocolate.*

p2: *Patrícia não é criança.*

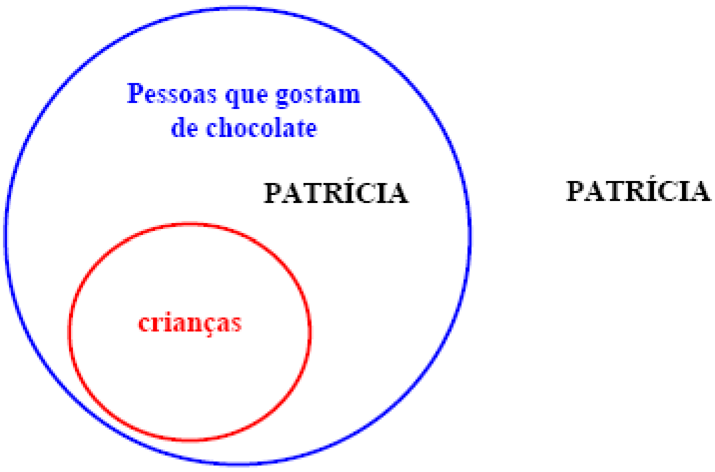
c: *Portanto, Patrícia não gosta de chocolate.*

Veremos a seguir que este é um argumento inválido, falacioso, mal construído, pois as premissas **não garantem** (**não obrigam**) a verdade da conclusão. Patrícia pode gostar de chocolate mesmo que não seja criança, pois a primeira premissa não afirmou que **somente** as crianças gostam de chocolate.

Da mesma forma que utilizamos diagramas de conjuntos para provar a validade do argumento anterior, provaremos, utilizando-nos do mesmo artifício, que o argumento em análise é inválido. Comecemos pela primeira premissa: *"Todas as crianças gostam de chocolate".* Já aprendemos acima como se representa graficamente esse tipo de estrutura. Teremos:

Analisemos agora o que diz a segunda premissa: *"Patrícia não é criança"*. O que temos que fazer aqui é pegar o diagrama acima (da primeira premissa) e nele indicar onde poderá estar localizada a Patrícia, obedecendo ao que consta nesta segunda premissa.

Vemos facilmente que a Patrícia só não poderá estar dentro do círculo vermelho (das crianças). É a única restrição que faz a segunda premissa! Isto posto, concluímos que Patrícia poderá estar em dois lugares distintos do diagrama: 1º) Fora do conjunto maior; 2º) Dentro do conjunto maior (sem tocar o círculo vermelho!). Vejamos:



Finalmente, passemos à análise da **conclusão**: *"Patrícia não gosta de chocolate".* Ora, o que nos resta para sabermos se este *argumento* é válido ou não, é justamente confirmar se esse resultado (se esta conclusão) é necessariamente verdadeiro! O que vocês dizem? É necessariamente verdadeiro que Patrícia não gosta de chocolate? Olhando para o desenho acima, respondemos que **não**! Pode ser que ela não goste de chocolate (caso esteja fora do círculo azul), mas também pode ser que goste (caso esteja dentro do círculo azul)!

Enfim, **o *argumento* é *inválido***, pois as premissas não *garantiram* a veracidade da conclusão!

Passemos a uma questão que versa sobre esse tema. Julgue o item.

Considere o seguinte argumento: Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular. A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular. Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico. Nessa situação, esse argumento é válido?

Sol.: A questão apresenta um argumento (um *silogismo*) e deseja saber se ele é válido. Ora, vimos que um argumento só será válido se a sua conclusão for uma **conseqüência obrigatória** do seu conjunto de premissas. No argumento em questão temos duas premissas e a conclusão, que se seguem:

p1: Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular.

p2: A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular.

c: Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.

Usaremos o método dos diagramas para verificar a validade (ou não) do argumento. Começando pela primeira premissa, observemos que a palavra *cada* tem o mesmíssimo sentido de *toda*. Daí, teremos:

Analisemos agora a segunda premissa que afirma que *"a prestação de contas da prefeitura de uma cidade (qualquer) foi irregular"*. Ora, no desenho acima, vamos indicar quais as possíveis localizações (se houver mais de uma!) desta *prestação de contas da cidade qualquer*. Teremos:

Daí, verificamos que há *duas posições* em que a tal *prestação de contas desta cidade qualquer* poderia estar. Ora, por ser irregular, terá necessariamente que estar dentro do círculo maior (azul). Uma vez dentro do círculo azul (conta irregular), surgem duas novas possibilidades: ou estará dentro do círculo vermelho (conta com ato antieconômico), ou fora dele. Em outras palavras: a prestação de contas desta cidade qualquer, embora irregular, pode ter apresentado uma conta com ato antieconômico, **ou não**!

Analisemos agora a conclusão do argumento: *"a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico".* Será que esta é uma conclusão *necessária*, ou seja, obrigatória, em vista do que foi definido pelas premissas? A resposta, como vimos acima, é negativa!

Concluímos, pois, que se trata de um *argumento inválido*, e este item está errado!

A utilização de *diagramas de conjuntos* (diagramas de *Venn*) pode ajudar-nos a descobrir se um argumento é válido. Ocorre que, em alguns exercícios, será mais conveniente utilizarmos outros procedimentos. Aprenderemos a seguir alguns diferentes métodos que nos possibilitarão afirmar se um argumento é válido ou não!

1º MÉTODO) Utilizando diagramas de conjuntos:

Esta forma é indicada quando nas premissas do argumento aparecem as palavras **todo**, **algum** e **nenhum**, ou os seus sinônimos: **cada**, **existe um** etc.

Consiste na representação das premissas por diagramas de conjuntos, e posterior verificação da verdade da conclusão. Já fizemos acima alguns exercícios usando este método!

2º MÉTODO) Utilizando *tabela-verdade*:

Esta forma é mais indicada quando não for possível resolver pelo primeiro método, o que ocorre quando nas premissas **não** aparecem as palavras **todo**, **algum** e **nenhum**, mas sim, os conectivos "**ou**" , "**e**", "**→**" e "↔".

Baseia-se na construção da *tabela-verdade*, destacando-se uma coluna para cada premissa e outra para a conclusão.

Após a construção da *tabela-verdade*, verificam-se quais são as linhas em que os valores lógicos das premissas têm valor **V**. Se em todas essas linhas (com premissas verdadeiras), os valores lógicos da coluna da conclusão forem também **Verdadeiros**, então o argumento é válido! Porém, se ao menos uma daquelas linhas (que contêm premissas verdadeiras) houver na coluna da conclusão um valor **F**, então o argumento é inválido.

Este método tem a desvantagem de ser mais trabalhoso, principalmente quando envolve várias proposições simples. Passemos a um exemplo com aplicação deste método.

Exemplo: Diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$\begin{array}{c} (p \wedge q) \rightarrow r \\ \underline{\sim r} \\ \sim p \vee \sim q \end{array}$$

Sol.:

Como interpretar este *argumento sem frases*? A primeira coisa, a saber, é que o que há acima da linha são as premissas, enquanto o que há abaixo dela é a conclusão! Neste caso, temos duas premissas e a conclusão (um *silogismo*). As premissas e a conclusão deste argumento poderiam ser frases que foram traduzidas para linguagem simbólica.

1º passo) Construir as *tabelas-verdade* para as duas premissas e para a conclusão. Teríamos, portanto, três tabelas a construir. Para economizarmos espaço, ganharmos tempo e facilitarmos a execução do 2º passo faremos somente uma *tabela-verdade*, em que as premissas e a conclusão corresponderão a colunas nesta tabela, como pode ser visto abaixo. Observemos que as premissas e a conclusão são obtidas pelos seguintes procedimentos:

- A 1ª premissa (5ª coluna da tabela) é obtida pela condicional entre a 4ª e a 3ª colunas.

- A 2ª premissa (6ª coluna) é obtida pela negação da 3ª coluna.

- A conclusão (9ª coluna) é obtida pela disjunção entre a 7ª e a 8ª colunas.

p	q	r	(p ∧ q)	1ª premissa (p ∧ q) → r	2ª premissa ~r	~p	~q	Conclusão ~p V ~q
V	V	V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V

2º passo) Agora, vamos verificar quais são as linhas da tabela em que os valores lógicos das premissas são todos **V**. Daí, observamos que a **4ª**, **6ª** e **8ª** linhas apresentam todas as duas premissas com valor lógico **V**. Prosseguindo, temos que verificar qual é o valor lógico da conclusão para a 4ª, 6ª e 8ª linhas. Em todas elas a conclusão é também **V**. Portanto, o **argumento é válido**.

3º MÉTODO) Utilizando as operações lógicas com os conectivos e considerando as premissas verdadeiras.

Por este método, fácil e rapidamente demonstraremos a validade de um argumento. Porém, só devemos utilizá-lo na impossibilidade do primeiro método.

Iniciaremos aqui considerando as **premissas** como **verdades**. Daí, por meio das operações lógicas com os conectivos, descobriremos o valor lógico da **conclusão**, que deverá resultar também em **verdade**, para que o argumento seja considerado válido.

Exemplo: Diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \underline{\sim p} \\ q \end{array}$$

Sol.: Este terceiro método de teste de validade de argumentos considera as **premissas** como **verdades** e, por meio de operações lógicas com os conectivos, descobriremos o valor lógico da **conclusão**, que deverá resultar em **verdade**, para que o argumento seja válido.

1º passo) Consideraremos as premissas como proposições verdadeiras, isto é:

- ✓ para a 1ª premissa → o valor lógico de **p** V **q** é **VERDADE**.
- ✓ para a 2ª premissa → o valor lógico de **~p** é **VERDADE**.

2º passo) Partimos para descobrir o valor lógico das proposições simples **p** e **q**, com a finalidade de, após isso, obter o valor lógico da **conclusão**.

Vamos iniciar pela análise da 2ª premissa, a fim de obter o valor lógico da proposição simples **p**. (Se iniciássemos pela 1ª premissa não teríamos como obter de imediato o valor lógico de **p**, e nem de **q**.)

- ✓ Análise da 2ª premissa: **~p** é **verdade.** Como **~p** é **verdade**, logo **p** é **falso**.
- ✓ Análise da 1ª premissa: **p V q** é **verdade.** Sabendo que **p** é **falso**, e que **p V q** é **verdade**, então o valor lógico de **q**, de acordo com a tabela verdade do "**ou**", é necessariamente **verdade**.

Em suma, temos até o momento:

O valor lógico de **p** é **Falso**

O valor lógico de **q** é **Verdade**

3º passo) Agora vamos utilizar os valores lógicos obtidos para **p** e **q** a fim de encontrar o valor lógico da Conclusão.

Como a conclusão é formada somente pela proposição simples **q**, então a conclusão tem o mesmo valor lógico de **q**, ou seja, **verdade**. Desta forma, o argumento é **válido**.

Fica como exercício a verificação da validade do seguinte argumento:

1ª premissa: $A \rightarrow (\sim B \wedge C)$

2ª premissa: $\sim A \rightarrow B$

3ª premissa: $D \wedge \sim C$

Conclusão: $B \rightarrow \sim D$

4º MÉTODO) Utilizando as operações lógicas com os conectivos, considerando premissas verdadeiras e conclusão falsa.

É indicado este caminho quando notarmos que a aplicação do terceiro método não possibilitará a descoberta do valor lógico da conclusão de maneira direta, mas somente por meio de análises mais complicadas.

Foi descrito no segundo método que, se após a construção da *tabela-verdade* houver uma linha em que as colunas das premissas têm valor lógico **V** e a conclusão tem valor lógico **F**, então o argumento é inválido. Ou seja, um argumento é válido se não ocorrer a situação em que as **premissas** são **verdades** e a **conclusão** é **falsa**. Este quarto método baseia-se nisso: faremos a consideração de que as **premissas** são **verdades** e a **conclusão** é **falsa**, e averiguaremos se é possível a existência dessa situação. Se for possível, então o argumento será **inválido.**

Para a solução do próximo exemplo, vamos utilizar o 4º método. Não utilizaremos o 3º, pois não teríamos condições de descobrir de maneira direta o valor lógico da conclusão, senão por meio de uma análise mais trabalhosa.

Exemplo: Vamos verificar a validade do seguinte argumento:

$$\begin{array}{c} A \rightarrow (B \vee C) \\ B \rightarrow \sim A \\ \underline{\quad D \rightarrow \sim C \quad} \\ A \rightarrow \sim D \end{array}$$

Sol.: De acordo com o este método, consideraremos as **premissas** como **verdades** e a **conclusão** como **falsa**, e verificaremos se é possível a existência dessa situação. Se for possível, então o argumento é inválido.

1º passo) Considerando as **premissas verdadeiras** e a **conclusão falsa**, teremos:

- ✓ para a 1ª premissa → o valor lógico de $A \rightarrow (B \vee C)$ é **verdade**
- ✓ para a 2ª premissa → o valor lógico de $B \rightarrow \sim A$ é **verdade**
- ✓ para a 3ª premissa → o valor lógico de $D \rightarrow \sim C$ é **verdade**
- ✓ para a Conclusão → o valor lógico de $A \rightarrow \sim D$ é **falso**

2º passo) Quando usamos este método de teste de validade, geralmente iniciamos a análise dos valores lógicos das proposições simples pela conclusão.

- ✓ Análise da conclusão: $A \rightarrow \sim D$ é **falso**

Em que situação uma condicional é falsa? Isso já sabemos: quando a 1ª parte é verdade e a 2ª parte é falsa. Daí, concluímos que o valor de **A** deve ser **V** e o de **~D** deve ser **F.** Conseqüentemente **D** é **V**.

- ✓ Análise da 2ª premissa: **B → ~A** é **verdade**

Na análise da proposição da conclusão, obtivemos que **A** é **V**. Substituindo, **A** por **V** na proposição acima, teremos: **B → ~V** , que é o mesmo que: **B → F** . Como esta proposição deve ser **verdade**, conclui-se que **B** deve ser **F**, pela *tabela-verdade* da condicional.

- ✓ Análise da 3ª premissa: **D → ~C** é **verdade**

O valor lógico de **D** é **V**, obtido na análise da conclusão. Substituindo este valor lógico na proposição acima, teremos: **V → ~C** . Para que esta proposição seja verdade é necessário que a 2ª parte da condicional, **~C**, seja **V**. Daí, **C** é **F**.

Observemos que, se quiséssemos, poderíamos ter analisado esta 3ª premissa antes da 2ª, sem qualquer prejuízo à resolução.

Agora, só resta analisar a 1ª premissa: **A** → (B ∨ C) é **verdade.** Até o momento, temos os seguintes valores lógicos: **A** é **V**, **B** é **F**, **C** é **F** e **D** é **V** . Substituindo estes valores na proposição acima, teremos: **V → (F ∨ F)**. Usando o conectivo da *disjunção*, a proposição simplifica-se para **V → F** , e isto resulta em um valor lógico **Falso**. **Opa!!!** A premissa **A** → (B ∨ C) deveria ser **verdade**!!! Este contradição nos valores lógicos ocorreu porque **não foi possível**, considerando todas as premissas **verdadeiras**, chegarmos a uma conclusão **falsa**. Daí, concluímos que nosso argumento é **válido.** Em outras palavras: para que o argumento fosse dito *inválido*, teriam que se confirmar todos os valores lógicos previstos no 1º passo acima. Em não se confirmando qualquer deles, concluímos (como fizemos!) que **o argumento é válido!**

Na sequência, um quadro que resume os quatros métodos e indica quando lançar mão de um ou de outro. Vejamos:

		Deve ser usado quando...	Não deve ser usado quando...
1º Método	Utilização dos **Diagramas** (circunferências)	O argumento apresentar as palavras ***todo, nenhum,*** ou ***algum***	O argumento não apresentar tais palavras.
2º Método	Construção das ***Tabelas-Verdade***	Em qualquer caso, mas **preferencialmente** quando o argumento tiver **no máximo duas proposições simples.**	O argumento apresentar três ou mais proposições simples.
3º Método	Considerando as **premissas verdadeiras** e testando a **conclusão verdadeira**	O 1º Método não puder ser empregado, e houver uma **premissa...** ...que seja uma **proposição simples**; ou ... que esteja na forma de uma ***conjunção*** (**e**).	Nenhuma premissa for uma proposição simples ou uma conjunção.
4º Método	Verificar a existência de **conclusão falsa** e **premissas verdadeiras**	O 1º Método não puder ser empregado, e a **conclusão**... ...tiver a forma de uma **proposição simples**; ou ... estiver a forma de uma ***disjunção*** (**ou**); ou ...estiver na forma de uma ***condicional*** (se...então...)	A conclusão não for uma proposição simples, nem uma disjunção, nem uma condicional.

Vejamos o exemplo seguinte: diga se o argumento abaixo é válido ou inválido:

$$(p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\underline{\quad\sim r\quad}$$

$$\sim p \vee \sim q$$

Sol.: Esse mesmo exercício foi resolvido anteriormente. Lá, utilizamos o 2º método (*tabelas-verdade*) para resolvê-lo, pois estávamos interessados em ensinar como se fazia a *tabela-verdade* para uma sentença formada por três premissas (**p**, **q** e **r**). Todavia, vamos seguir um roteiro baseado no quadro acima, para chegarmos ao melhor caminho de resolução. Poderemos usar as seguintes perguntas:

→ **1ª Pergunta)** O argumento apresenta as palavras *todo, algum* ou *nenhum*?
A resposta é *não*! Logo, descartamos o 1º método e passamos à pergunta seguinte.

→ **2ª Pergunta)** O argumento contém no máximo duas proposições simples?
A resposta também é *não*! Portanto, descartamos também o 2º método. Adiante.

→ **3ª Pergunta)** Há alguma das premissas que seja uma *proposição simples* ou uma *conjunção*?
A resposta é *sim*! A segunda proposição é (**~r**). Podemos optar então pelo 3º método? Sim, perfeitamente! Mas caso queiramos seguir adiante com uma próxima pergunta, teríamos:

→ **4ª Pergunta)** A conclusão tem a forma de uma *proposição simples* ou de uma *disjunção* ou de uma *condicional*?
A resposta também é *sim*! Nossa conclusão é uma *disjunção*! Ou seja, caso queiramos, poderemos utilizar, opcionalmente, o 4º método!

Vamos seguir os dois caminhos: resolveremos a questão pelo 3º e pelo 4º métodos.

Resolução pelo 3º Método

Considerando as **premissas verdadeiras** e testando a **conclusão verdadeira**. Teremos:

- ✓ 2ª Premissa) **~r** é verdade. Logo: **r é falsa**!
- ✓ 1ª Premissa) **(p ∧ q)→r** é verdade. Sabendo que **r é falsa**, concluímos que **(p ∧ q)** tem que ser também falsa. E quando uma *conjunção* (**e**) é falsa? Quando uma das premissas for falsa ou ambas forem falsas. Logo, não é possível determinamos os valores lógicos de p e q. Apesar de inicialmente o 3º método se mostrar adequado, por meio do mesmo, não poderemos determinar se o argumento é ou não válido.

Resolução pelo 4º Método

Considerando a **conclusão falsa** e **premissas verdadeiras**. Teremos:

- ✓ Conclusão) ~**p v ~q** é falso. Logo: **p é verdadeiro e q é verdadeiro**!

Agora, passamos a testar as premissas, que são consideradas verdadeiras! Teremos:

- ✓ 1ª Premissa) **$(p \wedge q) \rightarrow r$** é verdade. Sabendo que **p** e **q** são **verdadeiros**, então a primeira parte da *condicional* acima também é verdadeira. Daí resta que a segunda parte não pode ser falsa. Logo: **r é verdadeiro**.
- ✓ 2ª Premissa) Sabendo que **r é verdadeiro**, teremos que **~r é falso**! **Opa!** A premissa deveria ser verdadeira, e não foi!

Neste caso, precisaríamos nos lembrar de que o teste, aqui no 4º método, é diferente do teste do 3º: **não havendo a existência simultânea da conclusão falsa e premissas verdadeiras**, teremos que o argumento é válido! Conclusão: **o argumento é válido!**

Nem poderia ser outro modo! Vimos, pois, que os distintos métodos, se aplicados da forma correta, não podem ter resultados diferentes. Já havíamos resolvido esse mesmo exercício usando o 2º método, e a conclusão foi a mesma: **argumento válido!**

Esgotamos todo o conteúdo da nossa disciplina no que diz respeito à Lógica Matemática. Só para relembrar os tópicos abordados foram: ***simbolização de sentenças da linguagem cotidiana; proposições simples e compostas; conectivos lógicos; tabelas-verdade; operações lógicas sobre proposições; tautologia, contradição e contingência; álgebra das proposições; argumentos e suas validades.*** Estes conteúdos são de fundamental importância, pois muitos destes conceitos nos acompanharão por toda a nossa disciplina, inclusive na parte de algoritmos. Por isso, é importante que vocês leiam e releiam tudo o que foi visto. Com calma, sem aperreios! E não se esqueçam de resolver os exercícios. Para finalizar, segue uma charada.

CHARADA DE EINSTEIN

Dizem – não há prova disso – que o próprio Einstein bolou o enigma abaixo, em 1918, e que pouca gente, além dele, conseguiria resolvê-lo. Então, esta é a sua chance de se comparar à genialidade do mestre. Queime a cuca!

Numa rua há cinco casas de cinco cores diferentes e em cada uma mora uma pessoa de uma nacionalidade. Cada morador tem sua bebida, seu tipo de fruta e seu animal de estimação. A questão é: **quem é que tem um peixe?** Siga as dicas abaixo:

→ Sabe-se que o inglês vive na casa vermelha; o suíço tem cachorros; o dinamarquês bebe chá;

→ A casa verde fica a esquerda da casa branca; quem come goiaba cria pássaros; o dono da casa amarela prefere laranja;

→ O dono da casa verde bebe chá; o dono da casa do centro bebe leite; e o norueguês vive na primeira casa;

→ O homem que gosta de abacate vive ao lado do que tem gatos; o que cria cavalos vive ao lado do que come laranja; e o que adora abacaxi bebe cerveja;

→ O alemão só compra maçã; o norueguês vive ao lado da casa azul; e quem traz abacate da feira é vizinho do que bebe água.