Prof. Gabriel Garcia

Lista de exercícios resolvidos – Função afim e Função quadrática

Questão 01 (ENEM 2020 – Digital)

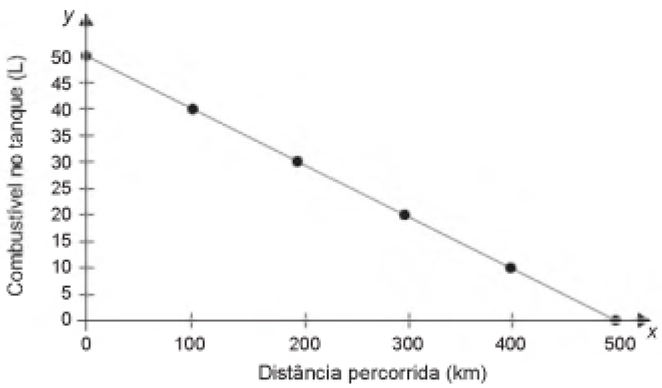
Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro L que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Qual é a expressão que determinou o lucro L em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

a) L(x) = 50x – 1 200
b) L(x) = 50x – 12 000
c) L(x) = 50x + 12 000
d) L(x) = 500x – 1 200
e) L(x) = 1 200x – 500

Questão 02 (ENEM 2018 – PPL)

Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

a) $y = -10x + 500$
b) $y = \frac{-x}{10} + 50$

c) $y = \frac{-x}{10} + 500$
d) $y = \frac{x}{10} + 50$
e) $y = \frac{x}{10} + 500$

Questão 03 (ENEM 2011)

Lucas precisa estacionar o carro pelo período de 40 minutos, e sua irmã Clara também precisa estacionar o carro pelo período de 6 horas. O estacionamento Verde cobra R$ 5,00 por hora de permanência. O estacionamento Amarelo cobra R$ 6,00 por 4 horas de permanência e mais R$ 2,50 por hora ou fração de hora ultrapassada. O estacionamento Preto cobra R$ 7,00 por 3 horas de permanência e mais R$ 1,00 por hora ou fração de hora ultrapassada. Os estacionamentos mais econômicos para Lucas e Clara, respectivamente, são

a) Verde e Preto.
b) Verde e Amarelo.
c) Amarelo e Amarelo.
d) Preto e Preto.
e) Verde e Verde.

Questão 04 (ENEM 2020 – Digital)

Uma empresa de chocolates consultou o gerente de produção e verificou que existem cinco tipos diferentes de barras de chocolate que podem ser produzidas, com os seguintes preços no mercado:

- Barra I: R$ 2,00;
- Barra II: R$ 3,50;
- Barra III: R$ 4,00;
- Barra IV: R$ 7,00;
- Barra V: R$ 8,00.

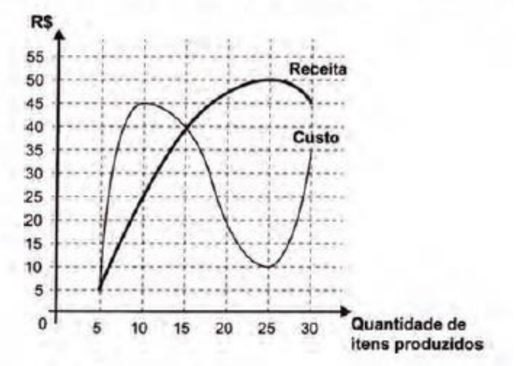
Analisando as tendências do mercado, que incluem a quantidade vendida e a procura pelos consumidores, o gerente de vendas da empresa verificou que o lucro L com a venda de barras de chocolate é expresso pela função $L(x) = -x^2 + 14x - 45$, em que x representa o preço da barra de chocolate.

A empresa decide investir na fabricação da barra de chocolate cujo preço praticado no mercado renderá o maior lucro. Nessas condições, a empresa deverá investir na produção da barra

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

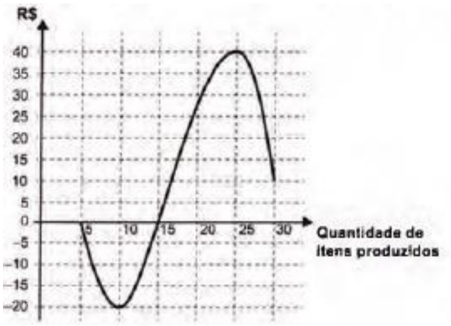
Questão 05 (ENEM 2020)

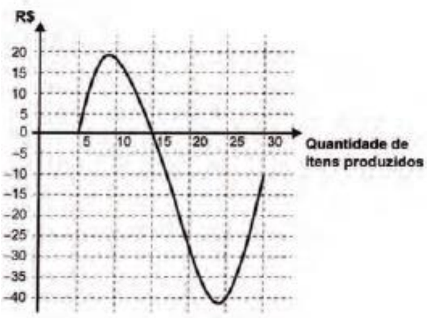
Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.

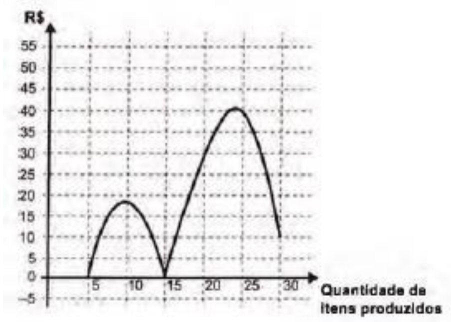


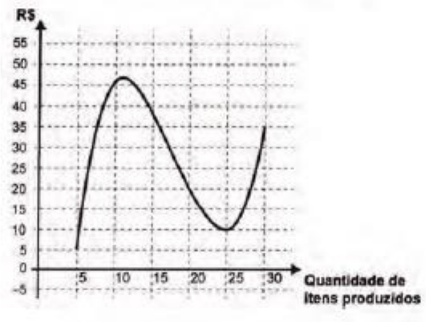
O lucro é determinado pela diferença: Receita - Custo.

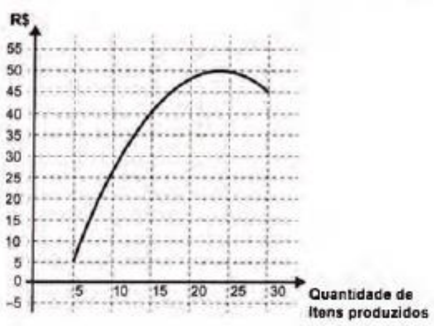
O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Questão 06 (ENEM 2019 – PPL)

No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade Q de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t. Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t. Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

Para decidir se devem interromper o processo, evitando riscos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que estará circulando na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado. Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a

a) 4
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

Resolução – Questão 01.

Sabemos que o lucro é determinado pela quantia total arrecadada menos o valor que foi gasto. Sabemos ainda que uma função afim é do tipo $f(x) = ax + b$. Donde a é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear.

O valor que esse vendedor obterá vai depender de quantas sacas ele vendeu nesse ano. Assim, sabemos que esse será o coeficiente angular da nossa função. Como cada saca custa R$ 50,00, então o valor de a na função será 50.

Agora, para saber o real lucro do vendedor devemos saber qual o valor que ele gastou para produzir essas sacas, e esse será o valor do nosso coeficiente linear. O enunciado nos informa que esse vendedor plantou soja em 10 hectares de terra. Como cada hectare custa R$ 1.200,00, o custo total para plantio foi de $10 \times R\$\,1.200 = R\$\,12.000$. Dessa forma, para sabermos o lucro desse vendedor, é necessário que retiremos o valor de 12.000 reais e, por isso, o valor de b na função será -12.000.

Portanto, concluímos que a função que representa o lucro L em função do número x de sacas produzida por esse vendedor é $L(x) = 50x – 1\ 2000$. Assim, **a alternativa correta é a letra B**.

Resolução – Questão 02.

Para resolver essa questão, é importante observarmos o gráfico que o problema nos dá. Numa primeira análise, vemos que, quando $x = 0$, temos que $y = 50$. Portanto, já sabemos que o valor do nosso coeficiente linear é 50. $b = 50$.

Agora, para descobrirmos o valor do coeficiente angular a, podemos pegar dois pontos conhecidos e calcularmos o valor da variação de y sobre a variação de x. Vamos pegar os pontos em que $x = 0$ e $y = 0$. São eles: P(0, 50) e Q(500, 0). Calculando,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{50 - 0}{500 - 0} = \frac{50}{500} = \frac{1}{10}$$

Assim, temos que $a = \frac{1}{10}$. Porém, olhando para o gráfico da função, vemos que ela é uma função decrescente e, portanto, o sinal do coeficiente angular é negativo. Assim, o real valor de a é $a = \frac{-1x}{10}$.

Logo, a função que descreve o problema apresentado é $y = \frac{-1x}{10} + 50$, ou seja, $y = \frac{-x}{10} + 50$. Portanto**, a alternativa correta é a letra B**.

Resolução – Questão 03

Para resolver essa questão, vamos, primeiro, ver qual função expressa o valor a ser pago em cada um dos estacionamentos.

<u>Estacionamento Verde</u>

R$ 5,00 por hora. Assim, a função que representa o valor a ser pago nesse estacionamento é

$$V(x) = 5x$$

<u>Estacionamento Amarelo</u>

R$ 6,00 por até 4 horas e mais R$ 2,50 por hora ou fração de hora utilizada. Assim, podemos dizer que a função que representa esse estacionamento é

$$A(x) = \begin{cases} 6, \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ 2{,}50(x-4)+6, \text{se } x > 4 \end{cases}$$

<u>Estacionamento Preto</u>

R$ 7,00 por até 3 horas e mais R$ 1,00 por hora ou fração de hora utilizada.

$$P(x) = \begin{cases} 7, \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ (x-3)+7, \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Agora que temos todas as funções, fica mais fácil observar qual será o melhor estacionamento para cada uma das pessoas.

Pedro ficará menos de uma hora, então se ele ficasse nos estacionamentos preto ou amarelo, ele teria que pagar o mesmo valor que se fosse ficar 3 ou 4 horas, respectivamente, e isso não seria vantajoso, pois o estacionamento verde cobra apenas R$ 5,00 pela hora, e nos outros estacionamentos Pedro teria que pagar R$ 6,00 e R$ 7,00.

Para saber qual o melhor estacionamento para Clara, uma simples observação como foi feita no caso de Pedro não seja tão intuitiva. Assim, vamos substituir o valor de x em cada uma das funções. Como Clara vai ficar por 6 horas, temos que $x = 6$.

<u>Verde</u>

$V(6) = 5 \times 6 = 30$ reais.

<u>Amarelo</u>

$\text{A}(6) = 2{,}50 \times (6 - 4) + 6 = 2{,}50 \times 2 + 6 = 5 + 6 = 11$ reais.

<u>Preto</u>

$\text{P}(6) = 6 - 3 + 7 = 3 + 7 = 10$ reais.

Sendo assim, vemos que o estacionamento mais vantajoso para Carla é o preto e, portanto, **a alternativa correta é a letra A**.

Resolução – Questão 04

Uma das formas para resolver essa questão, seria substituir o valor de cada uma das barras. Contudo, isso não é nada prático. Assim, o melhor a se fazer é usar a expressão que nos dá o x do vértice. Nesse caso, do ponto máximo. Relembrando, obtemos o x do vértice a partir da seguinte fórmula:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Como o enunciado do problema já nos deu a função, é só substituir os valores de a e b. Assim,

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-14}{2\times(-1)} = \frac{-14}{-2} = 7.$$

Logo, para ter o maior lucro, a empresa deverá investir na barra produção da barra de R$ 7,00. Portanto, **a alternativa correta é a letra D**.

Resolução – Questão 05

Essa é uma questão na qual devemos analisar um gráfico. Como a própria questão sugere, o lucro é dado pela diferença entre receita e custo.

Uma primeira coisa importante a se notar, é que quando $x = 5$ e $x = 15$, o gráfico da receita e do custo se interceptam. Isso significa que a receita e o custo foram o mesmo, isto é, não houve lucro. Se não houve lucro, o gráfico que representa o lucro deve cortar o eixo x (ou seja, ter $y = 0$) quando $x = 5$ e $x = 15$. Só com essa afirmação, já podemos eliminar os gráficos das alternativas D e E.

Em uma segunda análise, vemos que entre $x = 5$ e $x = 15$, o custo foi maior que a receita, ou seja, houve prejuízo, que pode ser representado como um "lucro negativo". Com essa informação, podemos eliminar as alternativas B e C, que mostram que houve um lucro entre o período mencionado anteriormente, o que não é verdade.

Dessa forma, concluímos que a **alternativa correta é a letra A**. Inclusive, se continuarmos a análise depois do momento em que $x = 15$, onde a receita supera os custos, iremos concluir que, agora sim, teremos lucro, que é justamente o que ilustra o gráfico da alternativa A.

Resolução – Questão 06

O enunciado da questão nos diz que Q é uma função quadrática de t. Isso significa que temos algo como $Q(t) = ax^2 + bx + c$.

Para descobrir os valores de a, b e c, vamos nos atentar aos dados que a tabela da questão nos ofereceu, que são:

Q(0) = 1.

Q(1) = 4.

Q(2) = 6.

Ora, se Q(0) = 1, teremos que c = 1, pois Q(0) = $a0^2 + b0$ + c. As primeiras duas parcelas dessa soma resultarão em 0, o que nos resta que que c = 1.

Em Q(1) = 4, teremos que Q(1) = $a1^2 + b1 + 1 = 4$, donde temos que a + b = 4 – 1, ou seja, a + b = 3. (Equação I)

Já em Q(2) = 6, teremos que Q(2) = $a2^2 + 2b + 1 = 6$, donde concluímos que 4a + 2b = 6 – 1, ou, simplesmente, 4a + 2b = 5. (Equação II)

Agora que temos duas equações, podemos facilmente montar um sistema e descobrir os valores de a e b.

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 4a + 2b = 5 \end{cases}$$

Da primeira equação, podemos extrair que $a = 3 - b$. Vamos substituir isso na segunda equação:

$$4a + 2b = 5$$

$$4(3 - b) + 2b = 5$$

$$12 - 4b + 2b = 5$$

$$-2b = 5 - 12$$

$$-2b = -7$$

$$b = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$$

Vamos substituir o valor de b também na segunda equação:

$$4a + 2b = 5$$

$$4a + 2 \times \frac{7}{2} = 5$$

$$4a + 7 = 5$$

$$4a = 5 - 7$$

$$4a = -2$$

$$a = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

Finalmente temos a função completa, que é $Q(t) = \frac{-1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x + 1$. A questão quer saber a quantidade de substância circulando na corrente sanguínea após uma hora do último dado coletado. Se a última hora coletada foi quando $t = 2$, queremos descobrir qual o valor de $Q(3)$. Para isso, é só substituir os valores de x na função que nós encontramos:

$$Q(t) = \frac{-1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x + 1$$

$$Q(3) = \frac{-1}{2} \times 3^2 + \frac{7}{2} \times 3 + 1$$

$$Q(3) = \frac{-1}{2} \times 9 + \frac{21}{2} + 1$$

$$Q(3) = \frac{-9}{2} + 10{,}5 + 1$$

$$Q(3) = -4{,}5 + 11{,}5$$

$$Q(3) = 7$$

Assim, a quantidade da substância na corrente sanguínea desse paciente será de 7 miligramas. Logo, a alternativa correta é a letra B.