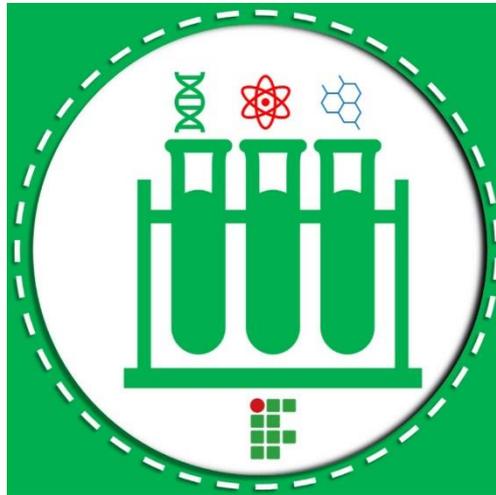


PROJETO IFRN NATUREZA – MATEMÁTICA – CAMPUS AVANÇADO PARELHAS



APOSTILA MATEMÁTICA FINANCEIRA: PORCENTAGEM E JUROS

PROF. GABRIEL GARCIA DA COSTA

1. PORCENTAGEM

A porcentagem muito usada no mundo das vendas é uma razão cujo o denominador é igual a 100. Porcentagens são chamadas, também de razão centesimal ou de percentual. As porcentagens costumam ser indicadas pelo símbolo “%”, lê-se “por cento”. Podemos representar uma fração na forma fracionária, decimal, ou acompanhada do símbolo %. Isto é: $4\% = 4/100 = 0,04$.

As porcentagens podem ser utilizadas quando queremos expressar que uma quantidade é uma parte de outra, por exemplo, imagine que um produto que custava R\$ 80,00 foi vendido à vista, com 5% de desconto. Esse desconto de 5% de R\$ 80,00 significa 5 partes das 100 em que 80 foi dividido, ou seja, R\$ 80,00 será dividido em 100 partes, e o desconto será igual a 5 partes dessa divisão. Assim,

$$5\% \text{ de R\$ } 80,00 = \frac{5}{100} \cdot 80 = \frac{5 \cdot 80}{100} = \frac{400}{100} = 4$$

Daí, concluímos que calcular $a\%$ de x , corresponde a fazer:

$$\frac{a}{100} \cdot x$$

Podemos usar, também, a seguinte proporção:

$$\begin{aligned} 100\% & \text{ ----- } 80 \\ 5\% & \text{ ----- } x \\ \frac{100}{5} & = \frac{80}{x} \\ 100 \cdot x & = 80 \cdot 5 \\ 100 \cdot x & = 400 \\ x & = \frac{400}{100} \\ x & = 4 \end{aligned}$$

1.1 FATOR DE MULTIPLICAÇÃO.

Se, por exemplo, há um acrécimo de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por 1,10, que é o fator de multiplicação. Para encontrar o fator de multiplicação para o acréscimo, basta somar 1 a taxa de acréscimo (na forma decimal). Veja a tabela abaixo:

Acrécimo ou Lucro	Fator de Multiplicação
10%	1,10
15%	1,15
20%	1,20
47%	1,47
67%	1,67

Exemplo 01: Aumentando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 * 1,10 = R\$ 11,00$.

No caso de haver um decréscimo, o fator de multiplicação será: Fator de Multiplicação = 1 - taxa de desconto (na forma decimal). Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
34%	0,66
60%	0,40
90%	0,10

Exemplo 02: Descontando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 * 0,90 = R\$ 9,00$

1.2 ACRÉSCIMO E DESCONTOS SUCESSIVOS

Muitas vezes as pessoas costumam somar os aumentos percentuais. Porém devemos sempre verificar o aumento em relação ao valor, e em cima desse resultado realizar um novo aumento. Dessa forma, se um produto sofreu um aumento de 8% e depois de 12%, ele não sofreu um aumento de 20%. Digamos que o produto custe R\$ 55,00.

Devemos fazer da seguinte forma:

8% de $55,00 = 4,40$,ou seja, valor antes do segundo aumento foi de $55,00 + 4,40 = 59,40$.

E em seguida:

12% de $59,40 = 7,128 \cong 7,13$,ou seja, o valor final do produto após os aumentos foi de $59,4 + 7,13 = 66,53$.

1.3 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

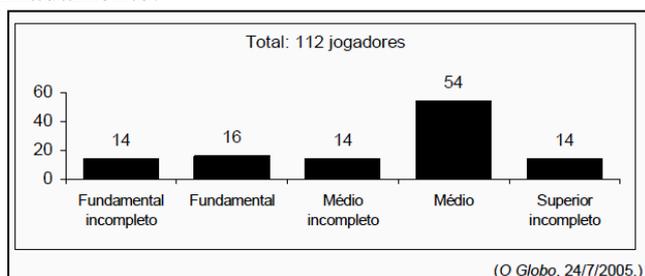
1) A tabela abaixo contém dados divulgados pela Controladoria Geral da União (CGU) sobre o número de processos abertos contra servidores federais no ano de 2007.

Razão de abertura do processo	Número de servidores
Uso do cargo público em benefício próprio	779
Improbidade administrativa	474
Abandono de cargo	242
Recebimento de propina (suborno)	141
Desvio de dinheiro público	140
TOTAL	1776

Com base nesses dados, é correto afirmar que a porcentagem de processos abertos devido ao *uso do cargo público em benefício próprio*, em relação ao total, é aproximadamente igual a:

- a) 38% b) 44% c) 56% d) 62% e) 65%

2) (ENEM) A escolaridade dos jogadores de futebol nos grandes centros é maior do que se imagina, como mostra a pesquisa abaixo, realizada com os jogadores profissionais dos quatro principais clubes de futebol do Rio de Janeiro. De acordo com esses dados, o percentual dos jogadores dos quatro clubes que concluíram o Ensino Médio é de aproximadamente:



- a) 14% b) 48% c) 54% d) 60% e) 68%

3) (ENEM 2018) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de 280 mg/dL. O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de Ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito Alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavidacom.br. Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado)

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL. De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) Ótima b) Próxima de ótima c) Limite d) Alta e) Muito alta

4) (ENEM 2016) O censo demográfico é um levantamento estatístico que permite a coleta de várias informações. A tabela apresenta os dados obtidos pelo censo demográfico brasileiro nos anos de 1940 e 2000, referentes à concentração da população total, na capital e no interior, nas cinco grandes regiões:

População residente, na capital e interior segundo as Grandes Regiões 1940/2000

Grandes regiões	População residente					
	Total		Capital		Interior	
	1940	2000	1940	2000	1940	2000
Norte	1 632 917	12 900 704	368 528	3 895 400	1 264 389	9 005 304
Nordeste	14 434 080	47 741 711	1 270 729	10 162 346	13 163 351	37 579 365
Sudeste	18 278 837	72 412 411	3 346 991	18 822 986	14 931 846	53 589 425
Sul	5 735 305	25 107 616	459 659	3 290 220	5 275 646	21 817 396
Centro-Oeste	1 088 182	11 636 728	152 189	4 291 120	935 993	7 345 608

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1940/2000.

O valor mais próximo do percentual que descreve o aumento da população nas capitais da Região Nordeste é:

- a) 125% b) 231% c) 331% d) 700% e) 800%

5) (ENEM 2013) A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em:

- a) 4%. b) 20%. c) 36%. d) 64%. e) 96%.

Gabarito:

1. B 2. D 3. D 4. D 5. C

2. JUROS SIMPLES

Podemos definir juros como o rendimento de uma aplicação financeira, valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou a quantia paga pelo empréstimo de um capital. Atualmente, o sistema financeiro utiliza o regime de juros compostos, por ser mais lucrativo. Os juros simples eram utilizados nas situações de curto prazo. Hoje não utilizamos a capitalização baseada no regime simples, mas, de qualquer forma, vamos entender como ele funciona.

Juros simples já foi muito utilizado (algumas pessoas ainda utilizam) no dia a dia quando emprestamos dinheiro a outra pessoa, por exemplo. Ao emprestarmos, queremos receber uma quantia a mais pelo empréstimo e isso nada é que uma vantagem que queremos pelo empréstimo.

A pessoa que empresta a outra quantia, recebe uma remuneração a mais, além do valor emprestado, essa quantia a mais são os juros. No sistema de juros simples, o percentual é aplicado apenas sobre **o valor inicial**.

Juros simples aplicado a uma transação, deve-se considerar essas quatro quantidades:

- **Capital(C)**: Quantidade emprestada;
- **Juros(J)**: É o acréscimo que recebe pelo valor emprestado;
- **Tempo(t)**: O tempo que o empréstimo dura;
- **Taxa(i)**: Valor aplicado, em porcentagem, que determina a quantidade de juros.

A fórmula para o cálculo de Juros simples:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$$

Quando aplicamos esta fórmula devemos ficar atentos que taxa e tempo devem estar na mesma unidade, se a taxa for ao ano, o tempo deve ser reduzido à unidade de ano e assim sucessivamente.

- **Montante(M)**: Valor resgatado, ou seja, o capital emprestado mais os juros acrescidos.

Daí,

$$M = C + J$$

Exemplo: Romário pediu R\$ 4.000,00 emprestados para pagar depois de 8 meses, à taxa de 2% ao mês, no regime de juros simples. Ao fim desse período, quanto que Romário deverá pagar de Juros? E quanto será o montante pago?

$C = 4.000,00$ $t = 8$ meses $i = 2\%$ a.m

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} \rightarrow J = \frac{4000 \cdot 2 \cdot 8}{100} = \frac{4000 \cdot 2 \cdot 8}{100} = 640,00$$

$$M = C + J \rightarrow M = 4.000,00 + 640,00 = 4.640,00$$

2.1 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

1) (VUNESP/2017) Renato pediu R\$ 3.000,00 emprestados para pagar depois de 5 meses, à taxa de 3% ao mês, no regime de juros simples. Ao fim desse período, Renato deverá pagar, de juro,

- a) R\$ 450,00 b) R\$ 90,00 c) R\$ 180,00 d) R\$ 900,00

2) Com o avanço da tecnologia, os aparelhos estão cada dia mais modernos e conseqüentemente mais caros. Um consumidor deseja adquirir uma televisão com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço da televisão baixar, ele aplica o capital disponível de R\$ 3.000,00 a juros simples de 0,8% ao mês em uma instituição financeira, por um período de 18 meses. O montante, ao final desse período, é igual a

- a) R\$ 7.320,00. b) R\$ 5.400,00. c) R\$ 4.320,00. d) R\$ 3.432,00. e) R\$ 3.240,00.

3) Para custear seus estudos em um curso de culinária, um aluno conseguiu um empréstimo no valor de R\$ 1.000,00 pelo qual pagará, após 4 meses, uma única parcela de R\$ 1.280,00. Portanto, a taxa anual de juros simples desse empréstimo é de

- a) 84% b) 96 % c) 184% d) 196% e) 336%

4) O capital de R\$ 1.200,00 foi aplicado, pelo regime de juros simples, à taxa de 9% ao ano, durante três meses. O juro gerado por essa aplicação foi de

- a) R\$ 648,00. b) RS 324,00. c) RS 162,00. d) RS 54,00. e) RS 27,00.

5) Um capital aplicado a juros simples durante 2 anos, sob taxa de juros de 5% ao mês, gerou um montante de R\$ 26.950,00. Determine o valor do capital aplicado.

- a) R\$ 12.000,00 b) R\$ 12.500,00 c) R\$ 13.520,00 d) R\$ 12.250,00 e) R\$ 13.250,00

Gabarito:

1. A 2. D 3. A 4. B 5. D

3. JUROS COMPOSTOS

Os juros compostos são recorrentes nas relações comerciais, nas compras parceladas a longo prazo, nos investimentos, nos empréstimos e até mesmo no simples atraso do pagamento de contas. Os juros podem ser um aliado ou um vilão. É importante dominar os fatores que influenciam o seu cálculo, que são o capital, a taxa de juros, o tempo e o montante.

Ao comparar os juros composto com os juros simples, precisamos entender que o primeiro é calculado sempre sobre o valor do exercício anterior, já o segundo é calculado sempre em cima do valor inicial.

Juros compostos são a aplicação de juros sobre juros, isto é, os juros compostos são aplicados ao montante de cada período.

Juros compostos são muito utilizados pelo sistema financeiro, pois oferece uma rentabilidade melhor. A taxa de juros é sempre aplicada ao somatório do capital no final de cada mês.

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

M: Montante final

i: Taxa de juros aplicada (Em número decimal)

C: Capital ou valor inicialmente

t: tempo total

Os juros podem ser obtidos pela seguinte fórmula:

$$J = M - C$$

Exemplo: Um capital de R\$1400,00 foi aplicado a juros compostos em um fundo de investimento que rende 7% a.a. Qual será os juros acumulado após 24 meses?

$$C = 1.400,00$$

$$i = 7\% \text{ a.a} = 0,07 \text{ a.a}$$

$$t = 24 \text{ meses} = 2 \text{ anos.}$$

$$M = C \cdot (1 + i)^t \rightarrow M = 1.400 \cdot (1 + 0,07)^2 = 1.400 \cdot 1,1449 = 1.602,86.$$

$$J = M - C \rightarrow J = 1.602,86 - 1.400,00 = 202,86.$$

3.1 EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

1) (UFMG) A quantia de R\$ 15.000,00 é emprestada a uma taxa de juros de 10% ao mês. Aplicando-se juros compostos, o valor que deverá ser pago para a quitação da dívida, três meses depois, é:

- a) R\$ 20.000,00 b) R\$ 19.965,00 c) R\$ 18.510,00 d) R\$ 17.320,00 e) R\$ 16.666,00

2) Qual o capital deve ser aplicado a uma taxa de juros compostos de 6% ao mês, de forma que o montante seja de R\$ 9.941,20 em 36 meses?

- a) R\$ 1.220,20 b) R\$ 1.320,20 c) 1.202,20 d) 1.302,20 e) 14.220,20

3) (CEF) Um capital de R\$ 2.000,00 foi aplicado à taxa de 3% a.m. por 60 dias e, o de R\$ 1.200,00, à taxa de 2% a.m. por 30 dias. Se a aplicação foi a juros compostos:

- a) o montante total recebido foi de R\$ 3.308,48
b) o montante total recebido foi de R\$ 3.361,92.
c) o montante total recebido foi de R\$ 4.135,64.
d) a diferença positiva entre os montantes recebidos foi de R\$ 897,80.
e) a diferença positiva entre os montantes recebidos foi de R\$ 935,86.

4) (VUNESP-2008) Cássia aplicou o capital de R\$ 15.000,00 a juros compostos, pelo período de 10 meses e à taxa de 2% a.m. (ao mês). Considerando a aproximação $(1,02)^5 = 1,1$, Cássia computou o valor aproximado do montante a ser recebido ao final da aplicação. Esse valor é:

- a) R\$ 18.750,00. b) R\$ 18.150,00. c) R\$ 17.250,00. d) R\$ 17.150,00. e) R\$ 16.500,00

5) Um investidor comprou R\$1.000,00 um lote de ações de uma empresa e o revendeu, após n meses, por R\$3.000,00. Admita que a valorização mensal dessas ações tenha sido de 8% a.m. Qual é o valor de n? (Use $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$).

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13

Gabarito:

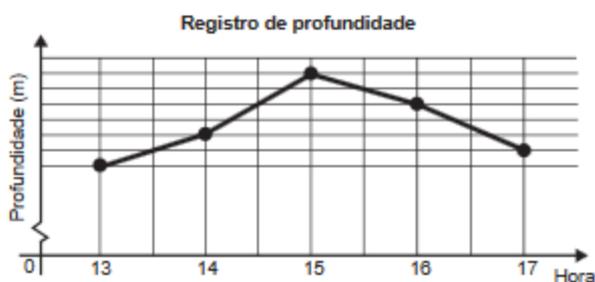
1. B 2. A 3. D 4. B 5. C

4. EXERCÍCIOS

1) (ENEM 2016) Um produtor de maracujá usa uma caixa-d'água, com volume V , para alimentar o sistema de irrigação de seu pomar. O sistema capta água através de um furo no fundo da caixa a uma vazão constante. Com a caixa-d'água cheia, o sistema foi acionado às 7 h da manhã de segunda-feira. Às 13 h do mesmo dia, verificou-se que já havia sido usado 15% do volume da água existente na caixa. Um dispositivo eletrônico interrompe o funcionamento do sistema quando o volume restante na caixa é de 5% do volume total, para abastecimento. Supondo que o sistema funcione sem falhas, a que horas o dispositivo eletrônico interromperá o funcionamento?

- A) Às 15 h de segunda-feira.
- B) Às 11 h de terça-feira.
- C) Às 14 h de terça-feira.
- D) Às 4 h de quarta-feira.
- E) Às 21 h de terça-feira.

2) (ENEM 2017) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade h , registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de h , cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.



Foi informado que entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%. Às 16 horas, qual a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

- a) 18
- b) 20
- c) 24
- d) 36
- e) 40

3) (FGV/2014) Uma televisão pode ser comprada em certa loja por R\$860,00 à vista ou em duas parcelas de R\$460,00, uma no ato da compra e a outra 30 dias depois. A taxa de juros ao mês que a loja está cobrando é de:

- a) 8%
- b) 10%
- c) 12%
- d) 15%
- e) 18%

4) (Cesgranrio 2014) Uma pessoa toma emprestado R\$ 100,00 e se compromete a pagar de volta o principal e os juros em seis meses. Após seis meses, ela paga R\$ 118,00 e liquida sua dívida. Tal pagamento final é consistente com uma taxa de juros

- a) Simples de 2% ao mês.
- b) Compostos de 2% ao mês.
- c) Simples de 3% ao mês.
- d) Compostos de 3% ao mês.
- e) Simples de 18% ao mês.

5) (IFSC/2017) Segundo dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o rendimento médio mensal das famílias catarinenses é R\$ 1368,00. Considerando-se que uma família pegou um empréstimo no valor de 30% de sua renda média mensal e vai pagar este empréstimo a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, responda:

i) Quanto essa família pegou emprestado?

ii) Qual o valor que a família irá pagar (montante final) se saldar essa dívida em 2 meses?

Assinale a alternativa CORRETA, que contém as respostas das questões acima.

a) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.

b) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 424,90.

c) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 426,98.

d) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.

e) Pegou emprestado R\$ 407,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 423,86.

6) (PUC Minas) Certa cidade tem 18 500 eleitores. Na eleição para prefeito, houve 6% de abstenção entre os homens e 9% entre as mulheres; com isso, o número de votantes do sexo masculino ficou exatamente igual ao número de votantes do sexo feminino. Pode-se afirmar que o número de eleitores do sexo feminino, nessa cidade, é

a) 7 200

b) 8 500

c) 9 250

d) 9 400

7)(Objetiva 2016) Bruna recebeu de herança a quantia de R\$ 230.000,00, e consultou um economista para saber qual a aplicação que deveria ser realizada. Sabendo-se que ela foi informada que em determinado banco o valor da taxa de juros simples é de 0,5% ao mês, e a de juros compostos é de 4,2% ao ano, marcar C para as afirmativas Certas, E para as Erradas e, após, assinalar a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

() Ao aplicar o valor total da herança, sob o regime de juros simples, em 4 anos Bruna acumularia um montante de R\$ 295.200,00.

() No primeiro ano a aplicação em juros compostos, renderia, aproximadamente, R\$ 5.000,00 a mais do que a aplicação no regime de juros simples.

a) C – C

b) C – E

c) E – C

d) E – E

8) (UFPE) Um investidor resolveu empregar todo o seu capital da seguinte forma: metade em caderneta de poupança, que lhe rendeu 30% ao ano. Um terço na bolsa de valores, que lhe rendeu 45% no mesmo período. O restante, ele aplicou em fundos de investimento, que lhe renderam 24% ao ano. Ao término de um ano, o capital desse investidor aumentou em

a) 33%.

b) 32%.

c) 38%.

d) 36%.

e) 34%

9) (FUVEST- SP) Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de importação de 30%. Em função disso, seu preço para o importador é de R\$ 19 500,00. supondo que tal imposto passe de 30% para 60%, qual será, em reais, o novo preço do carro para o importador?

- a) R\$ 22 500,00
- b) R\$ 24 000,00
- c) R\$ 25 350,00
- d) R\$ 31 200,00
- e) R\$ 39 000,00

10) Um produto é vendido em uma loja a R\$ 200,00 à vista ou em duas parcelas de R\$ 110,00, sendo uma parcela no ato da compra e outra após 30 dias. se um consumidor optar pela compra a prazo, qual será a taxa de juros mensal cobrada pela loja?

11) (UFMT) Uma financiadora oferece empréstimo por um período de 4 meses, sob as seguintes condições:

- I) Taxa de 11,4% ao mês, a juros simples;
- II) Taxa de 10% ao mês, a juros compostos.

Uma pessoa fez um empréstimo de R\$ 10 000,00 optando pela condição I. Em quantos reais os juros cobrados pela condição I serão menores do que os cobrados pela condição II?

12) (Unifor-CE–2008) Um capital de R\$ 250 000,00 foi aplicado em um regime de capitalização composta e ao final de 2 anos foi retirado o montante de R\$ 518 400,00. A taxa anual dessa aplicação foi de A

- a) 44%. b) 42,5%. c) 42%. d) 40,5%. e) 40%.

Gabarito:

- 1. E
- 2. A
- 3. D
- 4. C
- 5. C
- 6. D
- 7. D
- 8. A
- 9. B
- 10. 22,2%
- 11. 81,00
- 12. A