

CONCRETO ARMADO
LAJES MACIÇAS

EDILBERTO VITORINO DE BORJA

ÍNDICE

CONCRETO ARMADO	1
1. LAJES	1
1.1. Conceito	1
1.2. Tipos de Lajes	2
1.2.1. Lajes Maciças	2
1.2.2. Lajes Pré-fabricadas (pré-moldadas)	3
1.2.3. Lajes Nervuradas	4
1.2.4. Lajes Cogumelo	5
1.2.5. Lajes Lisas (ou Planos)	6
2. Lajes Maciças	7
2.1. Vão Livre, Vão teórico e classificação quanto a distribuição dos esforços (armação)	7
2.2. Condições de Contorno	9
2.3. Tipos de condições de contorno	10
2.4. Condições de Contorno Mistas	13
2.5. exemplo prático	16
2.6. exercício	19
3. Etapas de Cálculo	23
3.1. Espessuras	23
3.2. Determinação das ações (cargas)	23
3.2.1. Cargas Permanentes	23
4. Momentos Fletores Solicitantes	34
4.1. Laje Armada em 1 direção	34
4.2. Laje armada em 2 direções	37
5. Reações de apoio	37
5.1. Processo das áreas	38
5.2. Processo de Czerny (Momentos e reações)	39
6. Dimensionamento à flexão (estado limite último – e.l.u.)	46
6.1. Compatibilização dos momentos	46
6.2. Cobrimento da armadura (c)	48
6.3. Altura útil (d)	49
6.4. Estimativa de altura de laje (h)	50
6.5. Dimensionamento das armaduras mediante tabelas	50
7. Detalhamento de lajes (NBR 6118:2014)	56
7.1. Prescrições Gerais	56
8. Referências	62

CONCRETO ARMADO

1.LAJES

Neste material serão abordadas as lajes denominadas Lajes Maciças do tipo moldadas no local. As lajes maciças comumente possuem formato retangular e tem quatro bordas de apoio, que geralmente são as vigas.

O estudo envolve o dimensionamento das lajes maciças utilizando-se as tabelas de Czerny que são de fácil compreensão, tendo sua aplicação fácil e prática, não exigindo-se para tanto o uso de programas computacionais. Este material não tem a intenção de abordagem inovadora nem apresentação das formulações matemáticas que envolvem o dimensionamento de lajes maciças submetidas a esforços de flexão. Ressalta-se também que o mesmo foi totalmente baseado em várias outras publicações que estão devidamente referenciadas ao final do material. Procurou-se seguir os preceitos norteados pela NBR 6118:2014.

1.1.CONCEITO

Lajes são partes elementares dos sistemas estruturais das edificações que servem de piso ou cobertura (teto) aos ambientes de uma edificação, sendo o primeiro elemento da estrutura a receber as cargas acidentais que atuam no prédio (pessoas, móveis e equipamentos). São, usualmente, componentes planos, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura (comportamentos bidimensionais), utilizados para a transferência das cargas que atuam sobre os pavimentos para os elementos que as sustentam (vigas e ou pilares), de pequena espessura ($h = 5$ a 25cm), com carregamento perpendicular ao seu plano médio (Figura 1). Outra função importante que se pode ressaltar é a de contraventamento das estruturas funcionando como diafragmas (infinitamente rígidos no seu plano).

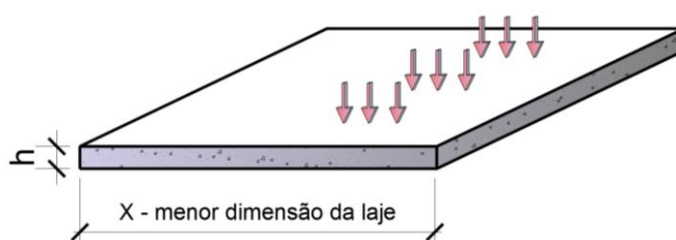


Figura 1 – Elemento Estrutural Plano (laje).

As principais ocorrências de lajes incidem nas estruturas de edifícios residenciais, comerciais e industriais, pontes, reservatórios, escadas, obras de contenção de terra, pavimentos rígidos. No caso particular de edifícios de concreto, existem diversos métodos construtivos com ampla aceitação no mercado da construção civil. A seguir, serão apresentados alguns dos principais sistemas estruturais de pavimentos de concreto armado (ou protendido) adotados pela grande gama de profissionais que atuam no âmbito da engenharia estrutural.

1.2. TIPOS DE LAJES

Pode-se classificar as lajes em dois grandes grupos, de acordo com o modo de execução (fabricação) ou quanto à forma, conforme especificação na Tabela 1.1.

Tabela 1. Classificação das lajes.

Modo de Execução:	<ul style="list-style-type: none">• Pré-moldadas• Moldadas <i>in loco</i>	
Forma:	Maciça	Plana Cogumelo Vigada
	Nervurada	

1.2.1. LAJES MACIÇAS

São constituídas por peças maciças de concreto armado ou protendido (Figura 2). Foi, durante muitas décadas, o sistema estrutural mais utilizado nas edificações correntes em concreto armado. Devido a sua grande utilização, o mercado oferece uma mão-de-obra bastante treinada. Este tipo de laje não tem grande capacidade portante dada a pequena relação rigidez/peso. Os vãos encontrados, na prática, variam, geralmente, entre 3 e 6 metros, podendo-se encontrar vãos até 8 metros. Dentro dos limites práticos, esta solução estrutural apresenta uma grande quantidade de vigas, o que dificulta a execução das fôrmas. Estruturalmente, as lajes são importantes elementos de contraventamento (diafragmas rígidos nos pórticos tridimensionais) e de enrijecimento (mesas de compressão das vigas “T” ou paredes portantes).

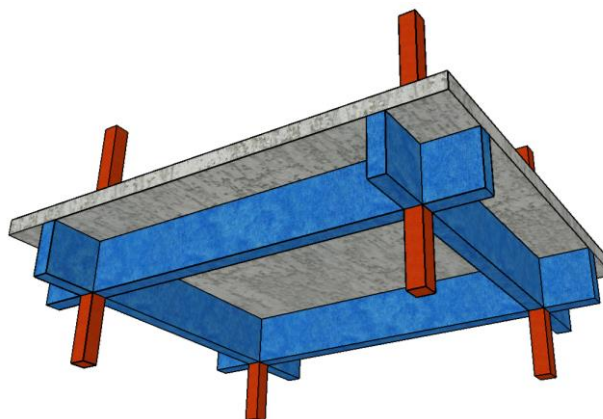


Figura 2 – Laje Maciça.

1.2.2.LAJES PRÉ-FABRICADAS (PRÉ-MOLDADAS)

Existem diversos tipos de lajes pré-fabricadas, que seguem um rígido controle de qualidade das peças, inerente ao próprio sistema de produção. Podem ser constituídas por vigotas treliçadas ou armadas, que funcionam como elementos resistentes, cujos vãos são preenchidos com blocos cerâmicos, de cimento, de isopor, ou um outro material cuja função é completar o piso (Figura 3). Após colocação dos blocos deve ser feita aplicação do conjunto de uma malha de aço e capa superior de concreto (capeamento), não inferior a 4 cm de espessura.

A grande vantagem deste tipo de solução é a velocidade de execução e a dispensa de fôrmas. Seus vãos variam de 4 a 8 metros, podendo-se chegar a 15 metros.

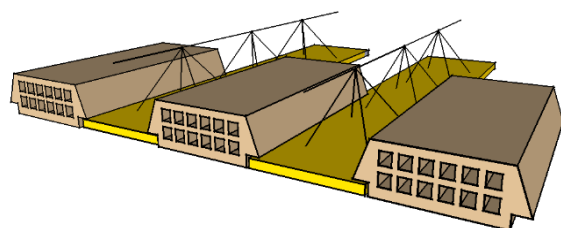


Figura 3 – Laje Pré-moldada (treliçada).

Pode ser também utilizado painéis pré-fabricados protendidos ou treliçados, apoiados diretamente sobre as vigas de concreto ou metálicas (estrutura mista), dispensando-se o elemento de vedação.

Os tipos de painéis mais difundidos são ilustrados nas Figuras 4, 5 e 6.

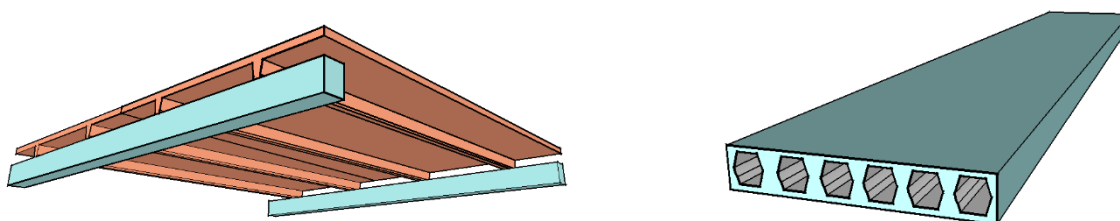


Figura 4 - Painéis pré-fabricados: (a) Tipo "π" (b) Alveolar.

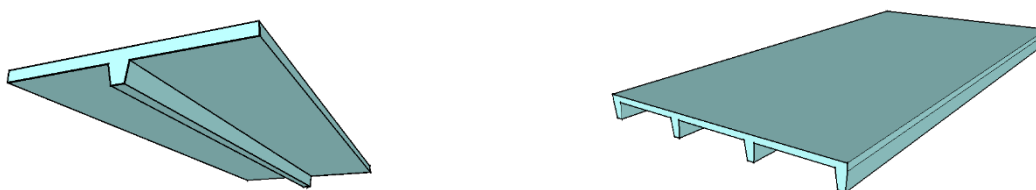


Figura 5 - Painéis pré-fabricados: (a) Tipo "T" (b) Múltiplo "T".

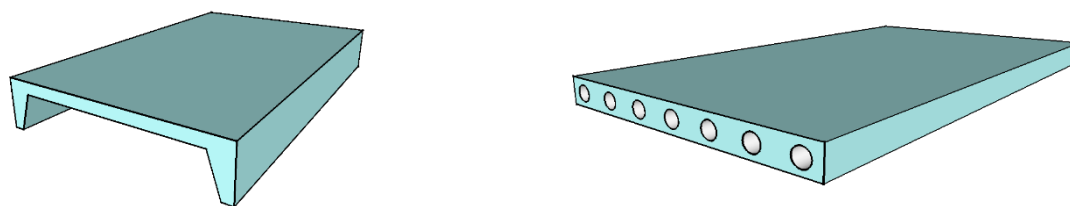


Figura 6 - Painéis pré-fabricados: (a) Tipo "U invertido" (b) Tubado.

1.2.3.LAJES NERVURADAS

Laje nervurada é constituída por um conjunto de vigas que se cruzam, solidarizadas pela mesa (Figura 7). Esse elemento estrutural terá comportamento intermediário entre o de laje maciça e o de grelha.

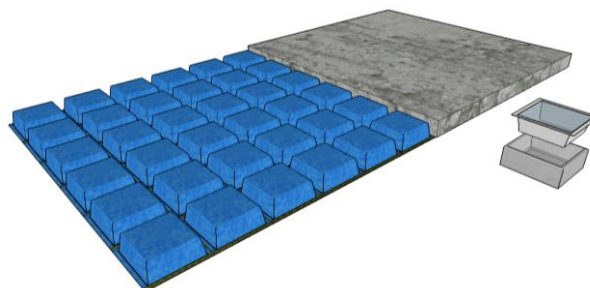


Figura 7. Detalhe construtivo de Laje Nervurada e cubeta.

Segundo a NBR 6118:2014, lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte."

As evoluções arquitetônicas, que forçaram o aumento dos vãos, e o alto custo das formas tornaram as lajes maciças desfavoráveis economicamente, na maioria dos casos. Surgem, como uma das alternativas, as lajes nervuradas.

São empregadas quando se deseja vencer grandes vãos e/ou grandes sobrecargas. O aumento do desempenho estrutural é obtido em decorrência da ausência de concreto entre as nervuras, que possibilita um alívio de peso não comprometendo sua inércia. Devido à alta relação entre rigidez e peso apresentam elevadas frequências naturais. Tal fato permite a aplicação de cargas dinâmicas (equipamentos em operação, multidões e veículos em circulação) sem causar vibrações sensíveis ao limite de percepção humano. Para a execução das nervuras são empregadas fôrmas reutilizáveis ou não (Figura 8), confeccionadas normalmente em material plástico, polipropileno ou poliestireno expandido (cubetas).



Figura 8. Detalhe colocação cubetas.

Devido a grande concentração de tensões na região de encontro da laje nervurada com o pilar, deve-se criar uma região maciça para absorver os momentos decorrentes do efeito da punção (Figura 9). Pode-se simular o comportamento de uma laje nervurada com laje pré-fabricada, vista anteriormente, colocando-se blocos de isopor junto a camada superior. Este tipo de solução oferece uma grande vantagem quanto a dispensa da estrutura de cimbramento.



Figura 9 - Laje nervurada tipo colméia.

1.2.4.LAJES COGUMELO

São apoiadas diretamente nos pilares por intermédio de capitéis ou engrossamentos, conforme Figura 10, que têm a função de absorver os esforços de punção presentes na ligação laje-pilar. O dimensionamento é feito com base nos esforços de cisalhamento, que são preponderantes sobre os esforços de flexão.

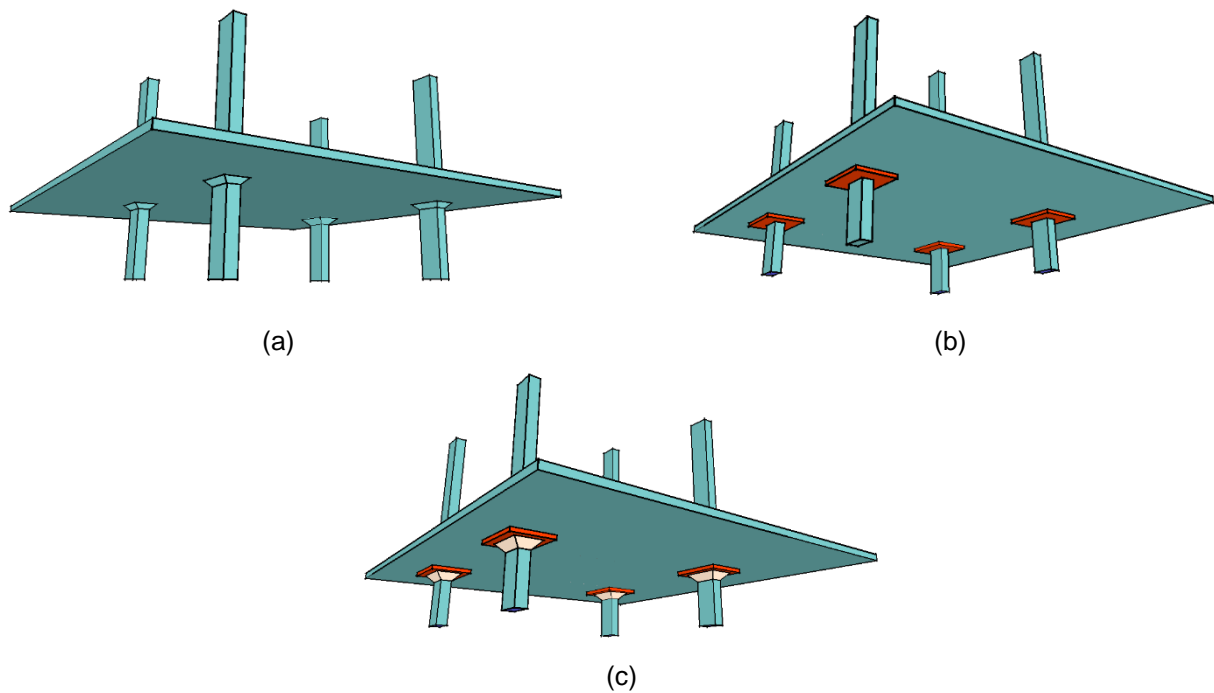


Figura 10 - Laje cogumelo: (a) com capitel, (b) com ábaco, (c) com ábaco e capitel.

1.2.5.LAJES LISAS (OU PLANOS)

São apoiadas diretamente nos pilares sem o uso de capitéis ou engrossamentos (Figura 11). Do ponto de vista arquitetônico, esta solução apresenta uma grande vantagem em relação às demais, pois propicia uma estrutura mais versátil. A ausência de recortes nas lajes permite uma redução no tempo de execução das fôrmas, além da redução expressiva do desperdício dos materiais.

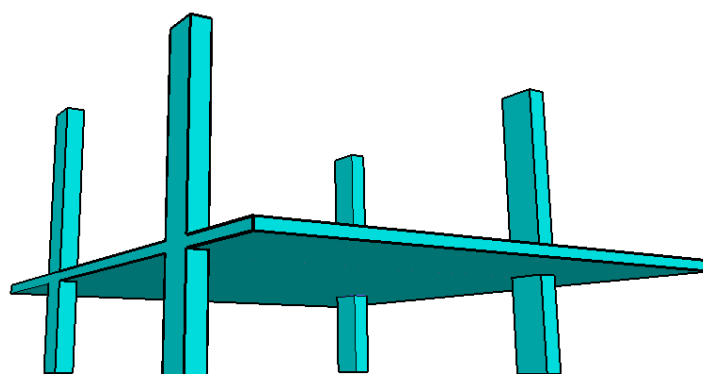


Figura 11 - Laje lisa (ou plana).

Devido a ausência de capitéis, o seu dimensionamento deve ser criterioso, pois requerem um cuidado especial quanto ao problema de puncionamento. Para combater os esforços de punção são utilizados, habitualmente, conectores ou chapas metálicas na junção entre a laje e o pilar. No entanto, a experiência mostra que o uso de vigas de borda traz inúmeras vantagens sem aumento significativo dos recortes das fôrmas.

2.LAJES MACIÇAS

2.1.VÃO LIVRE, VÃO TEÓRICO E CLASSIFICAÇÃO QUANTO A DISTRIBUIÇÃO DOS ESFORÇOS (ARMAÇÃO)

A estimativa dos vãos das lajes deve ser criteriosa, pois a qualidade dos resultados das análises estruturais, em termos de momentos fletores e deslocamentos transversais, está diretamente relacionada a estas quantidades.

No projeto de lajes, a primeira etapa consiste em determinar os vãos livres (ℓ_0), os vãos teóricos (ℓ) e a relação entre os vãos teóricos.

Vão livre (ℓ_0) é a distância livre entre as faces dos apoios. No caso de balanços, é a distância da extremidade livre até a face do apoio.

O **vão teórico** (ℓ) é denominado vão equivalente pela NBR 6118 (2014), que o define como a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que:

- ✓ Em laje isolada, o vão livre acrescido da espessura da laje no meio do vão;
- ✓ Em vão extremo de laje contínua, o vão livre acrescido da metade da dimensão do apoio interno e da metade da espessura da laje no meio do vão.

Nas lajes em balanço, o vão teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao vão livre acrescido da metade da espessura da laje na face do apoio.

Em geral, para facilidade de cálculo, é usual considerar os vãos teóricos até os eixos dos apoios (Figura 12).

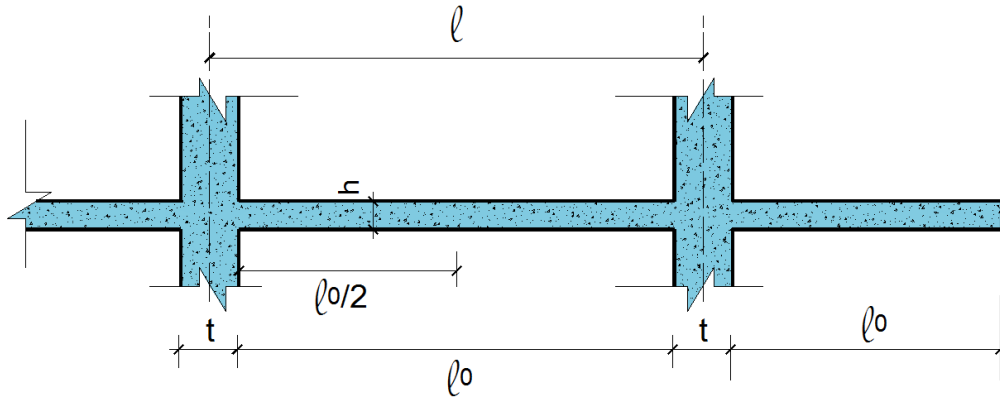
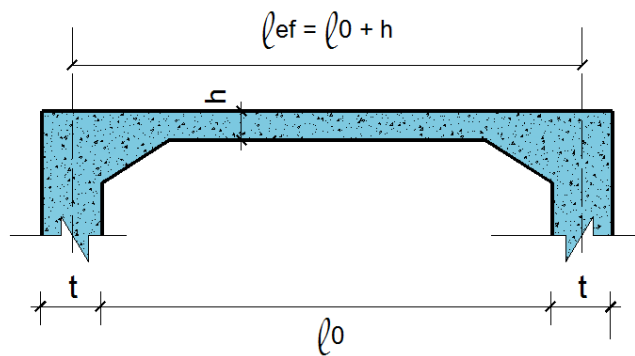
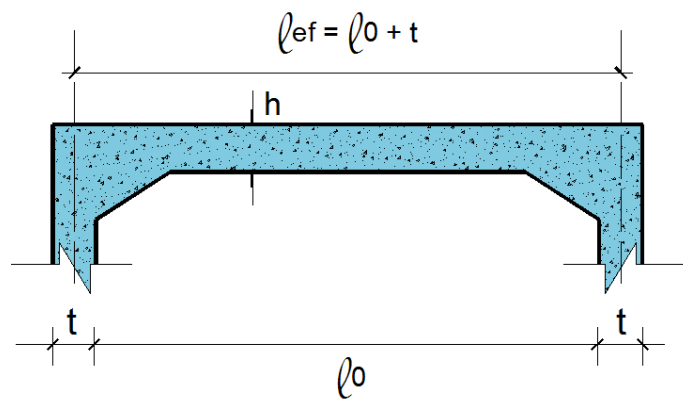


Figura 12 – Vão livre e vão teórico.

Para facilitar a compreensão de *vão livre* e *vão teórico*, apresenta-se nas Figuras 13(a) e (b) ilustrações destes conceitos.



(a) Laje isolada para $h < t$.



(b) Laje isolada para $h > t$.

Figura 13 – Vãos efetivos de lajes maciças.

Na prática, costuma-se definir os vãos teóricos das lajes de um andar tipo como sendo a distância entre as linhas de centro dos apoios, para todos os casos analisados, produzindo, em certos casos, resultados muito conservadores.

Conhecidos os vãos teóricos, considera-se ℓ_x o menor vão, ℓ_y o maior vão e $\lambda = \ell_y / \ell_x$ (Figura 14). De acordo com o valor de λ , é usual a seguinte classificação:

- $\lambda \leq 2$ → laje armada em duas direções;
- $\lambda > 2$ → laje armada em uma direção.

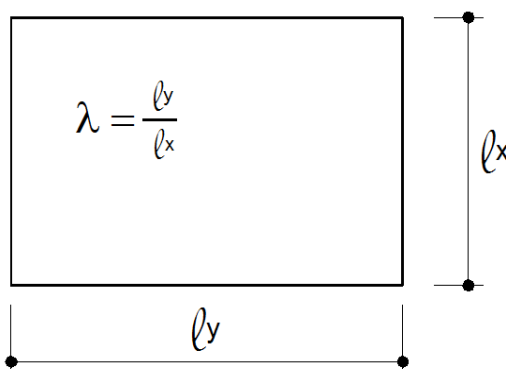


Figura 14 – Vãos teóricos ℓ_x (menor vão) e ℓ_y (maior vão).

Nas lajes armadas em duas direções, as duas armaduras são calculadas para resistir os momentos fletores nessas direções.

As denominadas lajes armadas em uma direção, na realidade, também têm armadura nas duas direções. No entanto, a armadura principal, na direção do menor vão, é calculada para resistir o momento fletor nessa direção, obtido ignorando-se a existência da outra direção. Portanto, a laje é calculada como se fosse um conjunto de vigas-faixa na direção do menor vão.

Na direção do maior vão, coloca-se armadura de distribuição, com seção transversal mínima dada pela NBR 6118 (2014). Como a armadura principal é calculada para resistir à totalidade dos esforços, a armadura de distribuição tem o objetivo de solidarizar as faixas de laje da direção principal, prevendo-se, por exemplo, uma eventual concentração de esforços.

2.2.CONDIÇÕES DE CONTORNO

Devido à complexidade da descrição do comportamento conjunto das lajes, algumas simplificações são admitidas, baseadas no comportamento individual de cada laje. Tais simplificações são necessárias para obtenção dos momentos fletores por meio de tabelas apropriadas e, posteriormente, admite-se a compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada.

Os resultados assim obtidos devem refletir, qualitativamente, a resposta do comportamento contínuo do pavimento considerado, conforme ilustrado na Figura 15.

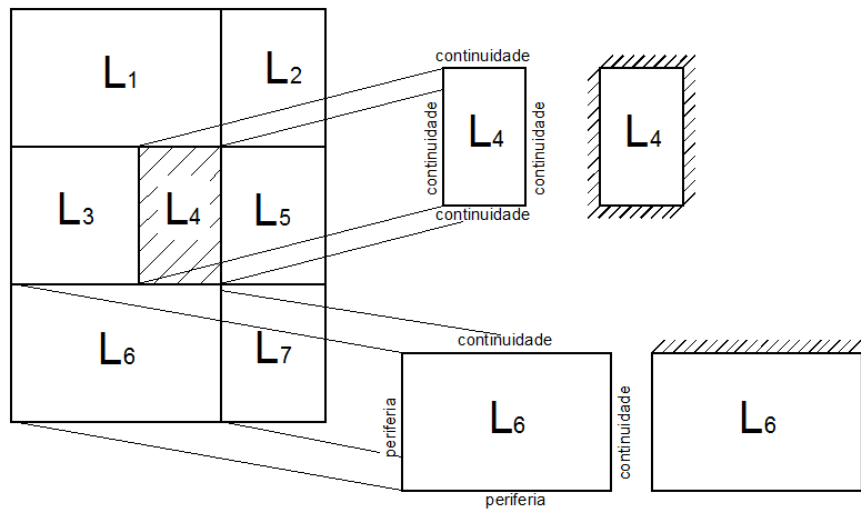


Figura 15 – Simulação do comportamento contínuo a partir da análise de lajes isoladas.

Enfim, as condições de contorno de uma laje são introduzidas para simular o comportamento contínuo das lajes do pavimento. Quanto mais eficaz for a simulação das condições de contorno de uma laje, mais próxima será sua resposta em relação àquela obtida numa análise numérica global.

2.3. TIPOS DE CONDIÇÕES DE CONTORNO

Normalmente utiliza-se uma simbologia específica para representar as condições do contorno, apresentada na Figura 16, para a representação das principais condições de contorno impostas ao longo das bordas de uma laje. Outras condições de contorno, que não são abordadas ao longo do curso, são: apoio pontual (laje cogumelo apoiada sobre pilar), apoio elástico (laje apoiada sobre solo), engaste parcial (consideração da inércia à torção das vigas de borda) e engaste livre (representação de planos de simetria).

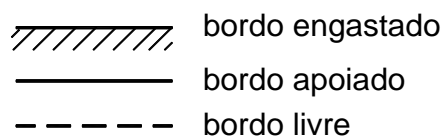


Figura 16 - Convenção utilizada para a representação das principais condições de contorno para lajes.

A borda livre caracteriza-se pela ausência de apoio, apresentando, portanto, deslocamentos verticais. Nos outros dois tipos de vinculação, não há deslocamentos verticais.

Quando a borda de uma laje for comum a outras lajes, situadas no mesmo nível, estabelece-se a condição de engastamento rígido, com rotações impedidas. Evidentemente, tal consideração é muito restritiva, devido a possibilidade de ocorrência de pequenas rotações ao longo das bordas. As condições de contorno do tipo engastamento perfeito e apoio rígido são admitidas para o campo dos pequenos deslocamentos.

As Figuras 17(a) e (b) ilustram lajes maciças com bordas (superiores) compartilhadas. A Figura 17(a) apresenta bordas compartilhadas de lajes de mesmas espessuras e a Figura 17(b) apresenta lajes de espessuras distintas. A Figura 18 indica, esquematicamente as condições de contorno para ambos os casos.

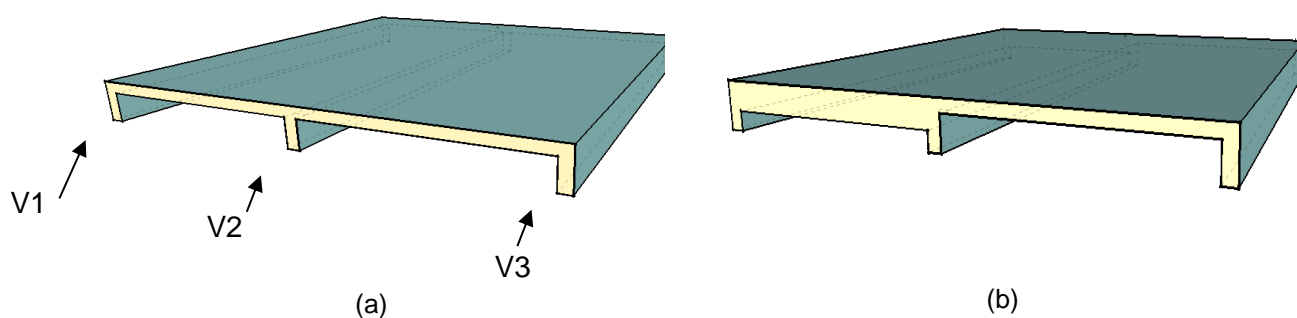


Figura 17 – Lajes maciças bordas superiores compartilhadas: (a) mesma espessura e, (b) espessuras distintas.

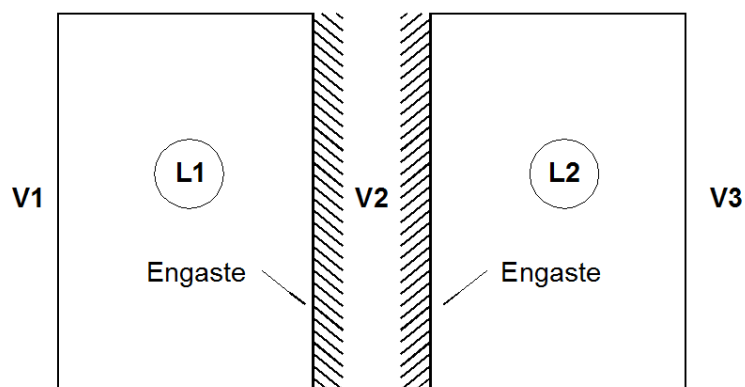


Figura 18 - Condições de contorno (para ambos os casos).

Vale ressaltar que caso haja uma diferença significativa entre as espessuras de duas lajes adjacentes, pode-se limitar a consideração de borda engastada somente para a laje com menor espessura, admitindo-se simplesmente apoiada a laje com maior espessura. É claro que cuidados devem ser tomados na consideração dessas vinculações, devendo-se ainda analisar a diferença entre os momentos atuantes nas bordas das lajes, quando consideradas engastadas (compatibilização de momentos).

Por outro lado, quando duas lajes desniveladas compartilharem do mesmo apoio, conforme indicado na Figura 19, deve-se verificar o valor do rebaixo para se definir a condição de contorno da borda analisada. Se a altura do rebaixo (r) for inferior a espessura da laje superior (h_1) considera-se que a borda analisada será engastada (Figura 20). Caso contrário, a borda será considerada simplesmente apoiada (Figura 21).

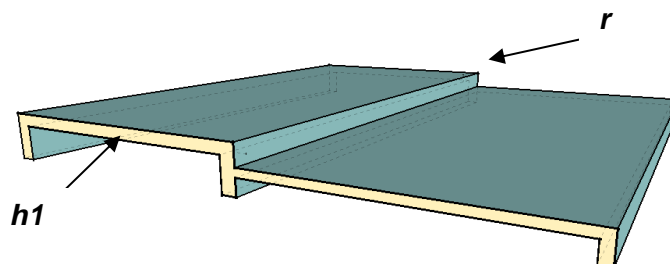


Figura 19 - Lajes em desnível (rebaixada).

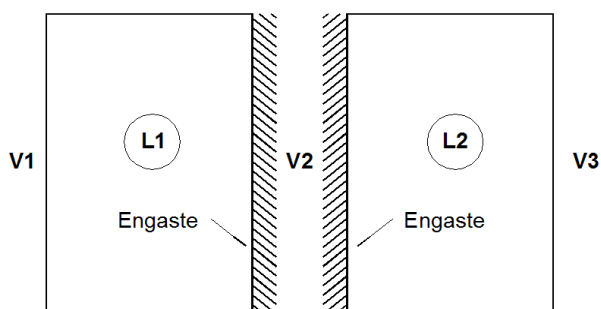


Figura 20 - Condições de contorno das lajes desniveladas para o caso $r < h_1$.

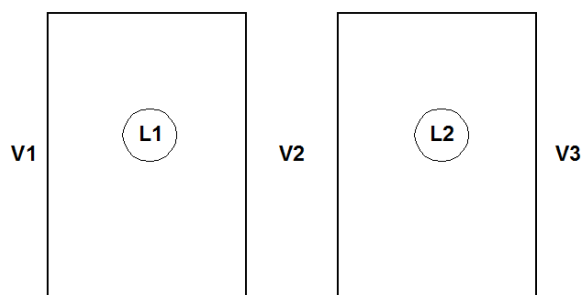


Figura 21 - Condições de contorno das lajes desniveladas para o caso $r \geq h_1$.

Quando uma laje apresentar alguma mudança de direção (lajes inclinadas), conforme ilustrado na Figura 22, assume-se, de maneira simplificada, a condição de engastamento perfeito para a borda comum às duas lajes.

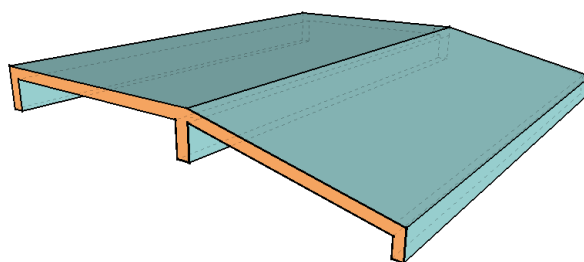


Figura 2.2 - Lajes adjacentes com mudança de direção.

2.4.CONDIÇÕES DE CONTORNO MISTAS

Uma situação muito comum encontrada na prática é a ocorrência de uma borda parcialmente engastada e também parcialmente apoiada, como indica a Figura 23. Devido à falta de publicações, na literatura técnica, de tabelas para o cálculo de lajes com bordas que apresentem condições de contorno mistas, deve-se considerar que as mesmas serão, dependendo do caso, ou continuamente apoiadas ou, continuamente engastadas.

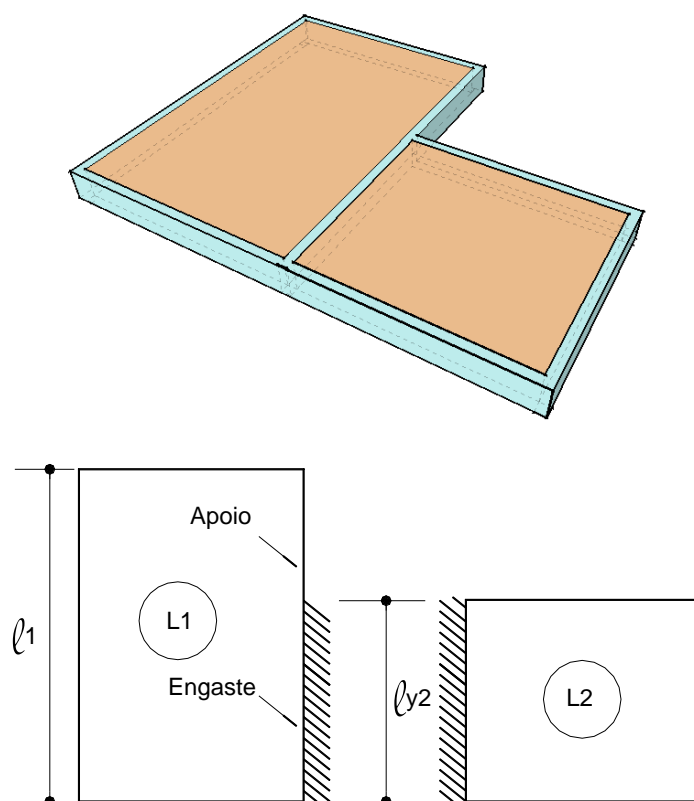


Figura 23 - Lajes parcialmente contínuas e condição de contorno mista (engaste–apoio) para a borda comum da Laje L1.

Propõe-se adotar o seguinte critério prático, quanto à dissimulação de condições de contorno mistas, dado pela relação:

$$l_2 \geq \frac{2}{3} l_1 \rightarrow \text{engastar a borda}$$

onde l_2 corresponde a extensão do engaste parcial (trecho contínuo) e l_1 refere-se ao comprimento da borda analisada. Caso a relação anterior seja satisfeita, as condições de contorno assumidas, para as lajes indicadas na Figura 23, são apresentadas na Figura 24.

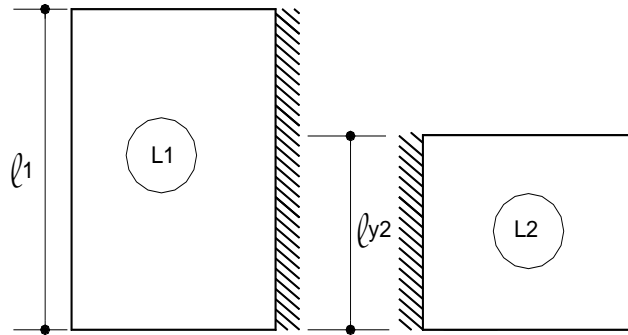


Figura 24 – condições de contorno em lajes parcialmente contínuas para $l_2 \geq \frac{2}{3} l_1$.

Caso não seja atendida a relação anterior, deve-se assumir que a continuidade entre as lajes não é suficiente para se impor o engastamento da borda comum da Laje L1, adotando-se as condições de contorno apresentadas na Figura 25. Deve-se notar que para as duas situações apresentadas, a borda Laje L2, continuamente ligada à Laje L1, sempre será considerada engastada.

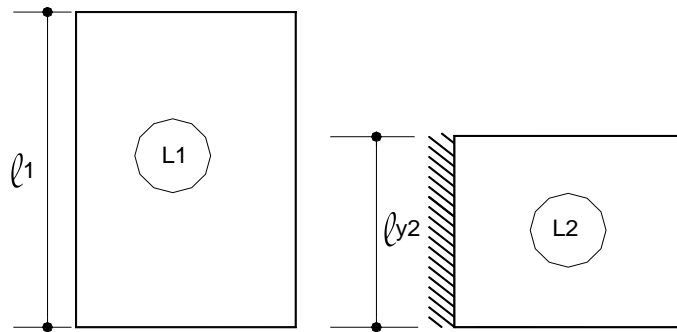


Figura 25 – condições de contorno em lajes parcialmente contínuas para $l_2 < \frac{2}{3} l_1$.

Uma outra situação prática, que ocorre com frequência em lajes de um pavimento-tipo, está relacionada à interpretação das condições de contorno de lajes adjacentes às lajes em balanço, indicadas na Figura 26.

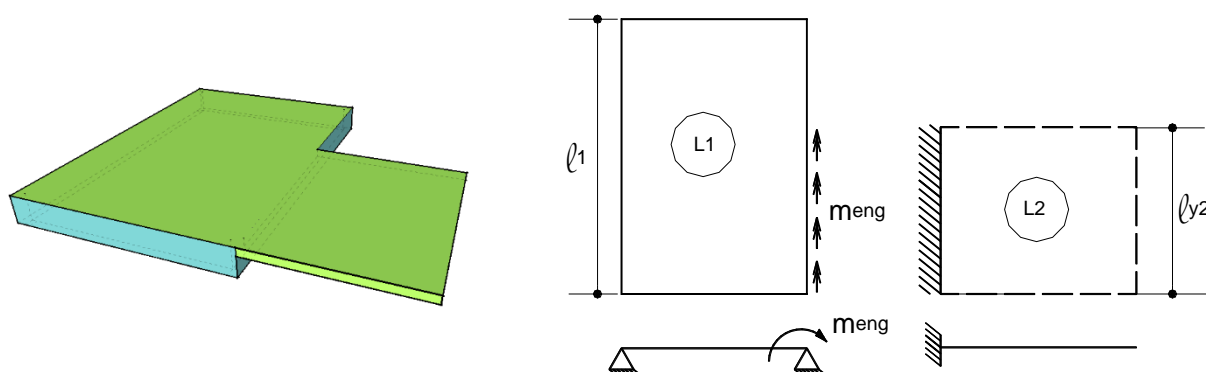


Figura 26 – condições de contorno de uma laje com continuidade com uma laje em balanço.

Pode-se observar, a partir da análise da Figura 26, que a laje em balanço sempre será engastada na borda continuamente ligada à outra laje. A mesma interpretação não pode ser estendida à laje contígua, pois a laje em balanço não oferecerá condições de engastamento para a mesma.

Assim, a borda da Laje L1, comum à laje em balanço, será admitida simplesmente apoiada com momento de borda uniformemente distribuído, conforme esquematizado na figura. Outro impasse, observado nesta situação, é a ocorrência de um momento de borda parcialmente aplicado na borda comum, que não pode ser assumido quando são utilizadas tabelas de cálculo. Neste caso, conservativamente, ignora-se a existência deste momento de borda, que leva ao alívio dos esforços e deslocamentos na Laje L1. Deve-se ainda lembrar que apenas uma parcela do momento fletor produzido pela laje em balanço será transmitida para a laje adjacente, pois parte dele será absorvido pela viga de sustentação em forma de momento torçor. A resposta rigorosa deste problema será obtida utilizando-se métodos robustos de análise estrutural, como é o caso do Método dos Elementos Finitos.

Deve-se observar a ocorrência de um rebaixo na passagem da Laje L2 para a Laje L1 de dimensão superior à espessura da laje superior (Laje L2). Neste caso, admite-se simplificadamente o desacoplamento destas lajes neste encontro. Por este motivo, a Viga V11 será considerada um apoio extremo para ambas as lajes. Deve-se ainda observar, que a variação brusca da espessura da laje, observada no encontro das lajes L4 e L7, se dá pela face inferior das mesmas. Como esta transição não pode ser sentida na superfície superior do pavimento (piso), admite-se continuidade entre as lajes levando à consideração de engaste nesta interface. Assim, a borda da Laje L4, comum à Laje 7, será parcialmente engastada. Diante do critério prático adotado, como este engaste não se prolonga além de 2/3 da dimensão da borda, considera-se que esta borda será apoiada para a Laje L4.

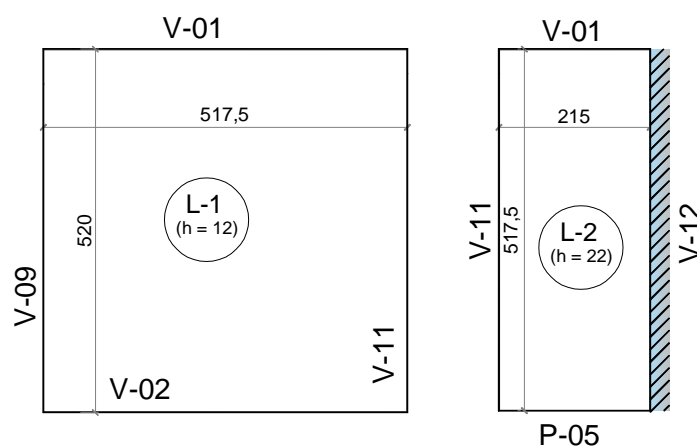


Figura 28 - Vãos efetivos e condições de contorno das lajes L1 e L2.

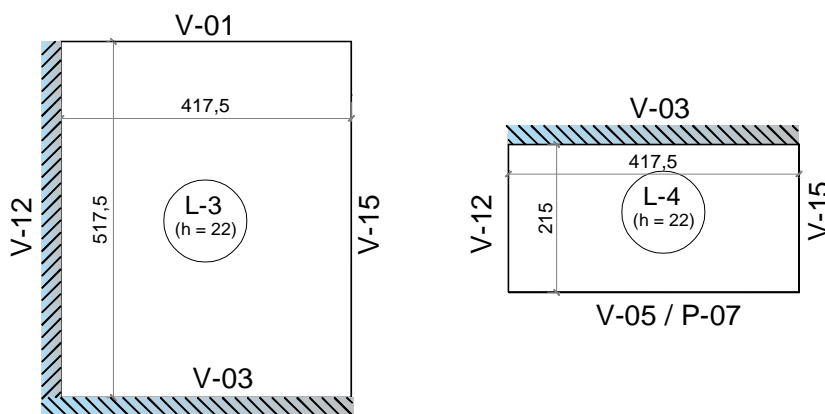


Figura 29 - Vãos efetivos e condições de contorno das lajes L3 e L4.

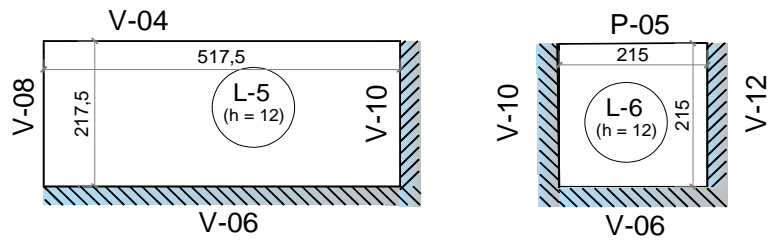


Figura 30 - Vãos efetivos e condições de contorno das lajes L5 e L6.

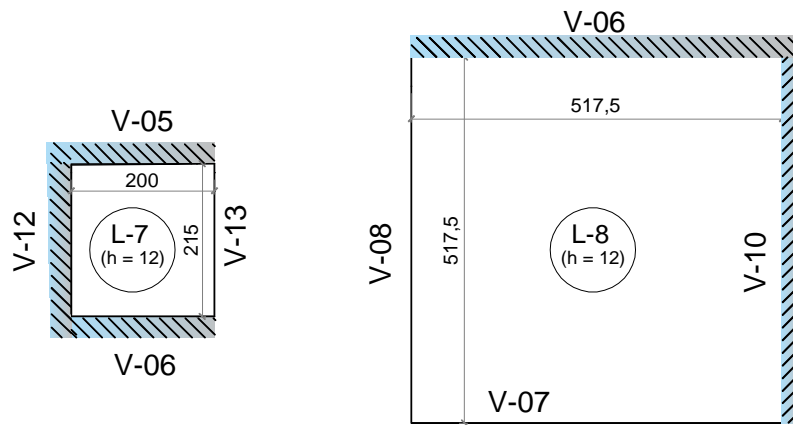


Figura 31 - Vãos efetivos e condições de contorno das lajes L7 e L8.

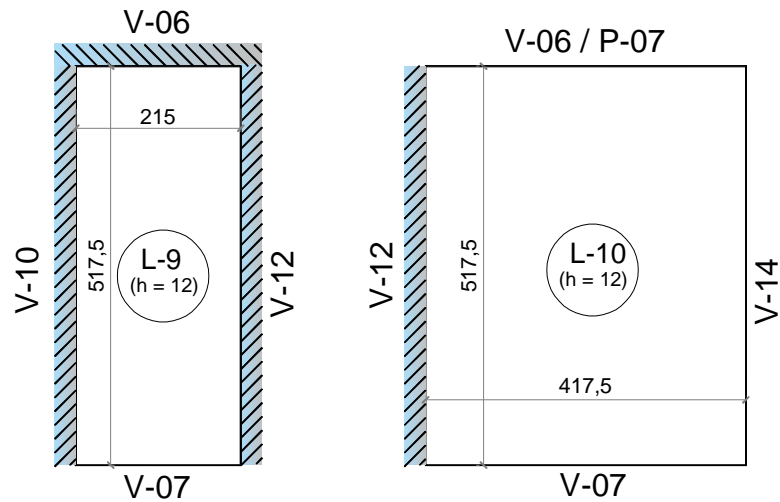


Figura 32 - Vãos efetivos e condições de contorno das lajes L9 e L10.

2.6.DESLOCAMENTOS-LIMITES SEGUNDO NBR 6118:2014 (FECHAS)

“Deslocamentos-limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura. Para os efeitos desta Norma, são classificados nos quatro grupos básicos relacionados a seguir.

- a) Aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser realizada como estabelecido na Seção 23.
- b) Efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- c) Efeitos em elementos não estruturais: os deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.”

Na Tabela 2 estão listados os valores-limites de deslocamentos que visam proporcionar um adequado comportamento da estrutura em serviço, segundo NBR 6118:2014.

Tabela 2 - Limites para deslocamentos (NBR 6118:2014).

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite	
Aceitabilidade sensorial	visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$	
	outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$	
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	total	$l/250$ ^(a)	
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350 + \text{contraflecha}$ ^(b)	
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$	
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante de equipamento		
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção de parede	$l/500$ ^(c) e 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}$ ^(d)	
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$l/250$ ^(c) e 25 mm	
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\varphi_1=0,30$)	$H/1700$ ou $H_i/850$ ^(e) entre pavimentos ^(f)	
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$l/400$ ^(g) e 15 mm	
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$	
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$l/350$	
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$l/175$	
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$	
	Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-se ao modelo estrutural adotado		

^(a) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contra flechas, de modo a não se ter acúmulo de água;

- (b) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflechas não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$;
- (c) O vão l deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve;
- (d) Rotação nos elementos que suportam paredes;
- (e) H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos;
- (f) Este limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel;
- (g) O valor l refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

NOTAS:

- a) Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.
- b) Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor l é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.
- c) O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos pó Norma.

DESLOCAMENTOS EXCESSIVOS PODEM SER PARCIALMENTE COMPENSADOS POR CONTRAFLECHAS.

$$f = \frac{\ell}{250 + cf}$$

ℓ – menor vão;

f = flecha máxima admissível

cf = contraflecha.

2.7. EXERCÍCIO PROPOSTO

A partir da Planta de Fôrmas, indicada na Figura 33, determinar os vãos efetivos e as condições de contorno de todas as lajes.

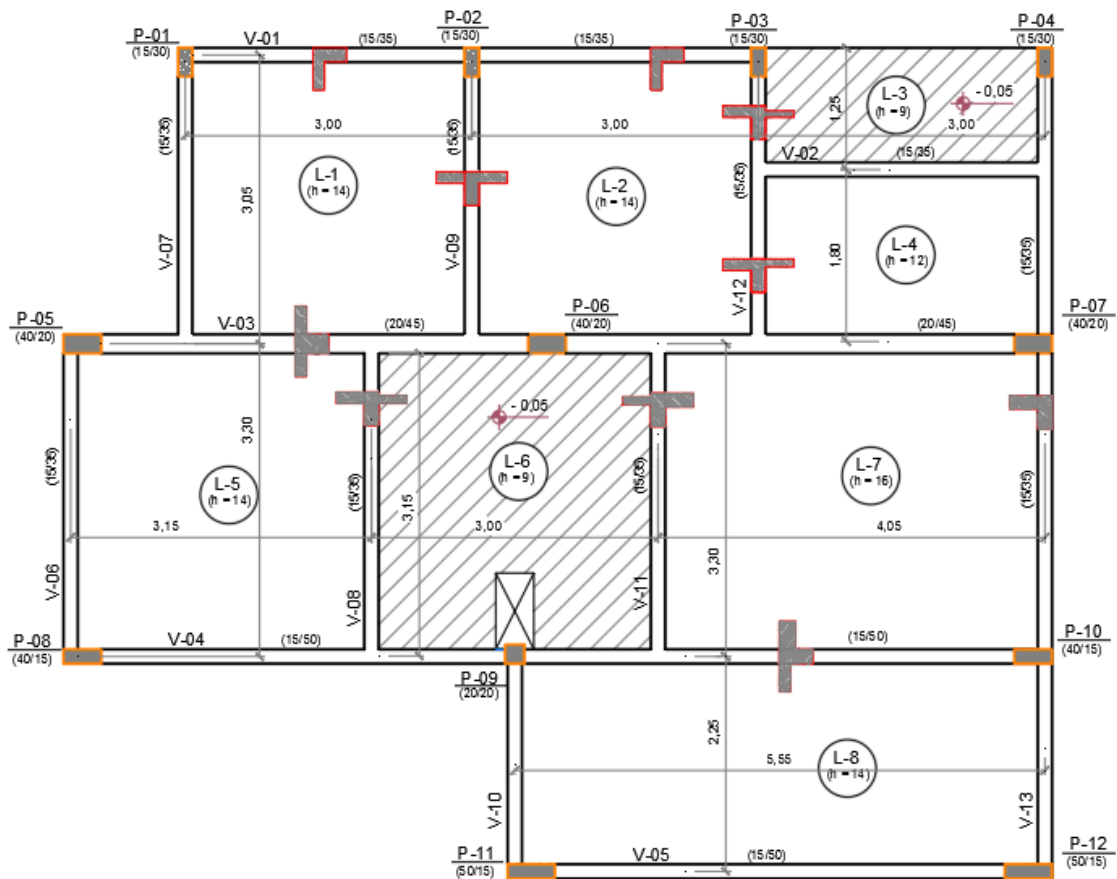


Figura 33 – Planta de Fôrma - Pavimento Tipo.

3. ETAPAS DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS

3.1. ESPESSURAS

Nas lajes maciças, devem ser respeitados os seguintes limites mínimos de espessura:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN; ou
- 15 cm para lajes com Protensão apoiadas em vigas $\frac{L}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{L}{50}$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo.

3.2. DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES (CARGAS)

A NBR 8681:2002 define **ações** como sendo as causas que provocam o surgimento de esforços solicitantes ou deformações nas estruturas, com ressalvas, inclusive, de que estas deformações e forças impostas pelas ações também são consideradas como se fossem as próprias ações. Desse modo, costuma-se designar como ações indiretas as deformações impostas e ações diretas para as forças. As ações a serem consideradas no dimensionamento das lajes devem estar de acordo com as normas NBR 6120:1980 e NBR 6118:2014, classificando-as, de forma geral, de **cargas permanentes** e **cargas acidentais**.

3.2.1. CARGAS PERMANENTES

As ações permanentes são aquelas que atuam nas estruturas de forma constante com pequenas variações em torno de sua média e ocorrem durante praticamente toda a vida útil da edificação. A NBR 6120:1980 prescreve que este tipo de ação é constituída pelo peso próprio da estrutura e todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes.

Nas lajes, são consideradas ações permanentes, além do peso próprio, os elementos de revestimento da laje (argamassas e cerâmicas), tanto da face inferior como da face superior, tais como contrapisos, pisos (que podem ser mármore, granito, madeira, cerâmico, etc), forro, peso de paredes divisórias.

Nas Lajes, geralmente, atuam, além do seu peso próprio, pesos de revestimento de piso e de forro, peso de paredes divisórias e cargas de uso (sobrecargas). As cargas nas lajes são avaliadas, em unidade de força por unidade de área, entre as mais usuais podemos citar:

- KN/m²; N/m²; kgf/m² (1 kN = 10³ N = 10² kgf)

As cargas de paredes apoiadas diretamente sobre a laje podem, em geral, ser admitidas uniformemente distribuídas na laje.

Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto arquitetônico, pode ser admitida, além dos demais carregamentos, uma carga distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1kN/m^2 .

Os pesos específicos aparentes, relativos aos revestimentos e tipos materiais usados nas alvenarias, encontram-se especificados na Tabela 3, em kN/m^3 .

Tabela 3 – Peso específico dos materiais de construção.

Materiais		Peso Específico Aparente (kN/m ³)
1. Rochas Naturais	Arenito	21 a 27 (24)
	Ardósia	28
	Basalto, Diorito, Gabro	27 a 31 (29)
	Gnaisse	30
	Granito, Sienito, pórfiro	27 a 30 (28,5)
	Mármore e calcário	28
2. Blocos artificiais e pisos	Blocos de concreto vazados (função estrutural, classes A e B, ABNT NBR 6136)	14
	Blocos cerâmicos vazados com paredes vazadas (função estrutural, ABNT NBR 15270-1)	12
	Blocos cerâmicos vazados com paredes maciças (função estrutural, ABNT NBR 15270-1)	14
	Blocos cerâmicos maciços	18
	Lajotas cerâmicas	18
	Blocos de concreto celular autoclavado (Classe C25- ABNT NBR 13438)	5,5
	Blocos de vidro	13
	Blocos sílico-calcáreos	18
	Porcelanato	23
	Terracota	21
3. Argamassas e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cal	12 a 18 (15)
	Argamassa de cimento e areia	19 a 23 (21)
	Argamassa de gesso	12 a 18 (15)
	Argamassa autonivelante	24
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
4. Madeiras	Pinho, cedro	5
	Louro, imbuia, pau óleo	6,5
	Guajuvirá, guatambu, grápia	8
	Angico, cabriúva, ipê róseo	10
5. Metais	Aço	77 a 78,5 (77,8)
	Alumínio e ligas	28
	Bronze	83 a 85 (84)
	Chumbo	112 a 114 (113)
	Cobre	87 a 89 (88)
	Ferro fundido	71 a 72,5 (71,8)

	Estanho	74
	Latão	83 a 85 (84)
	Zinco	71 a 72 (71,5)
6. Madeiras	Madeiras naturais (U=12%)	
	Cedro, Pinho	5
	Louro, Imbuia, Pau-óleo	6,5
	Angelim Araroba, Angelim Pedra, Cafearana, Louro Preto	7
	Branquilha, Casca Grossa, Castelo, Guaçara, Oiticia Amarela	8
	Guajuvirá, Guatambu, Grápia	8
	Eucalipto, Tatajuba	10
	Angico, Cabriúva	10
	Champanhe, Ipè, Jatobá, Sucupira	11
	Angelim Ferro, Angelim Pedra Verdadeiro, catiúba, maçaranduba	12
7. Materiais diversos	Alcatrão	12
	Asfalto	13
	Borracha	17
	Papel	15
	Plástico	21
	Vidro plano	26

3.2.1.1. PESO PRÓPRIO

Na avaliação do peso próprio, conforme NBR 6118 (2014), admite-se o peso específico de $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ para o concreto armado.

Já que a carga nas lajes é avaliada por m^2 , o seu peso próprio depende unicamente da espessura h .

$$\text{Peso próprio} = \gamma_c \cdot h \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

3.2.1.2. PESO DA PAVIMENTAÇÃO (PISO) E REVESTIMENTO INFERIOR (ESTUQUE)

Nos pisos e revestimentos costuma-se adotar, assim como no peso próprio, a espessura do elemento multiplicado pelo seu respectivo peso específico, uma vez que tanto o piso como o revestimento abrangem toda a área da laje em questão (Figura 34).

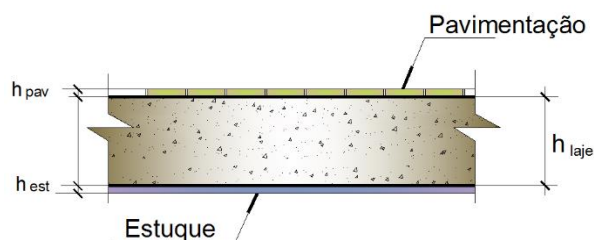


Figura 34 – Pavimentação e revestimento.

Para referência inicial, adotar os valores abaixo.

Pavimentação (cerâmica) : $18\text{kN/m}^3 \times 0,003\text{m} = 0,05\text{kN/m}^2$ (5 kgf/m²)

Revestimento (reboco+emboço): $19\text{kN/m}^3 \times 0,025\text{m} = 0,475\text{kN/m}^2$ (47,5 kgf/m²)

Nos casos em que se use piso especial como mármore, assoalho, etc, considera-se no cálculo a espessura **h** e o peso especial de material escolhido. Ver Tabela 2.

3.2.1.3. PESO DE PAREDE

O peso das paredes depende do tipo de tijolo e da espessura do reboco. Este peso normalmente é apresentado por metro quadrado de parede (parede de 1m de largura por 1m de altura), como ilustrado na Figura 35.

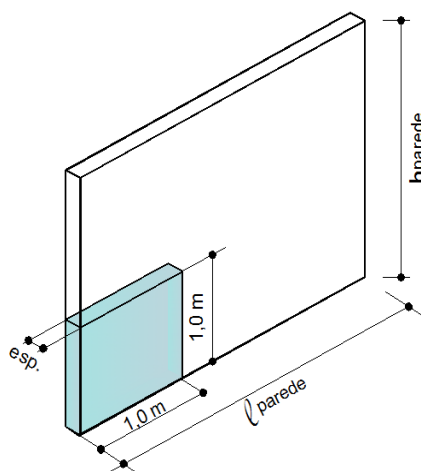


Figura 35 – Cargas de paredes.

O peso por unidade de área de uma parede rebocada em ambas as faces pode ser representado por:

$$P_{\text{par}} = \gamma_{\text{tijolo}} \times e_{\text{tijolo}} + 2 \cdot \gamma_{\text{reboco}} \times e_{\text{reboco}} \dots \dots \text{equação 2.1.}$$

onde:

P_{par} - peso da parede por unidade de área, geralmente em kN/m²;

γ_{tijolo} - peso específico do tijolo, geralmente em kN/m³;

e_{tijolo} - espessura (menor dimensão em planta) do tijolo, em m;

γ_{reboco} - peso específico do reboco, em kN/m³;

e_{reboco} - espessura do reboco, em m.

Para materiais componentes de parede, podem ser usados os seguintes valores:

- Tijolo furado 12 kN/m³;
- Tijolo maciço 16 kN/m³;
- Reboco 20 kN/m³.

A Tabela 4 mostra alguns valores de peso de parede. Na tabela foi considerado reboco de 2,5 cm de espessura por face.

Tabela 4 – Pesos de paredes

Parede sem reboco			Parede com reboco		
Tijolo (cm)	Tijolo furado (kN/m ²)	Tijolo maciço (kN/m ²)	Parede (cm)	Tijolo furado (kN/m ²)	Tijolo maciço (kN/m ²)
10	1,20	1,60	15	2,20	2,60
12	1,44	1,92	17	2,44	2,92
15	1,80	2,40	20	2,80	3,40
20	2,40	3,20	25	3,40	4,20

As cargas de paredes apoiadas em lajes de dupla curvatura (laje armada em cruz) podem ser consideradas como equivalentes a uma carga uniformemente distribuída por toda a laje. Para este caso (Figura 36), considera-se o peso total da parede e divide-se este valor pela área total da laje, como apresentado a seguir:

$$g_{\text{par}} = \frac{P_{\text{par}} \times l_{\text{par}} \times h_{\text{par}}}{l_y \times l_x} \quad \dots\dots \text{equação 2.2.}$$

onde:

g_{par} - carga uniformemente distribuída, devido à parede, por unidade de área, atuando em toda laje, em kN/m²;

P_{parede} – peso da parede por unidade de área, em kN/m²;

l_{parede} – largura da parede, em m;

h_{parede} – altura da parede, em m;

l_x – menor dimensão da laje, em m; e

l_y – maior dimensão da laje, em m.

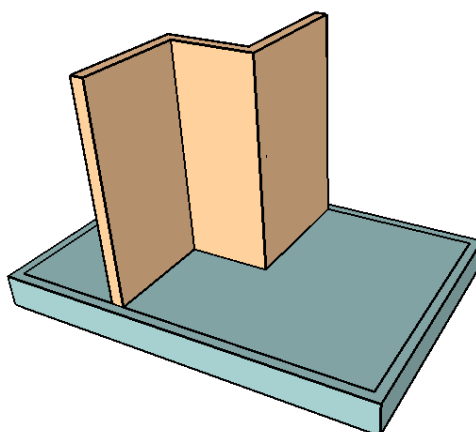


Figura 36 – Panos de Alvenaria sobre Laje maciça.

3.2.1.4. PESO DE ENCHIMENTO

Os materiais de enchimento são utilizados em situações que exista desníveis entre lajes e que se deseja nivelá-las, como apresentado na Figura 37. Geralmente procura-se utilizar um material de enchimento (argamassa) de menor massa específica, Entre os materiais mais usados podemos citar:

- Tabatinga
- Pó de carvão
- Escória de obra

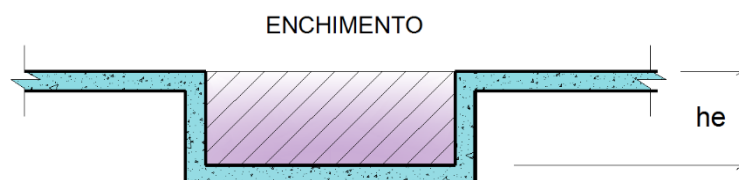


Figura 37 – Peso do Enchimento (Laje maciça).

3.2.1.5. FORRO FALSO

De uso muito frequente na atualidade, destaca-se as seguintes vantagens:

- rapidez de execução
- fácil conservação;
- leveza; e, principalmente efeito estético.

Os mais usuais são:

- Forro de Gesso;
- Forro pacote
- Forro de madeira.

Para a carga dos forros falsos, deve-se considerar a situação que seja capaz de cobrir todos os materiais possíveis de uso, que, sem dúvida, é a madeira.

$$\text{Carga} = \gamma_{\text{mad}} * 0,01 + \text{estrutura de sustentação}$$

$$\text{Onde: estrutura de sustentação} = 0,05\text{kN/m}^2 \text{ (tirantes)}$$

Carga Acidental por metro linear a ser considerada nas extremidades dos parapeitos (marquises) e balcões de sacada de Edifícios.

3.2.1.6. CARGA DE MARQUISES

Prevê a colocação de letreiros e anúncios luminosos (Figura 38).

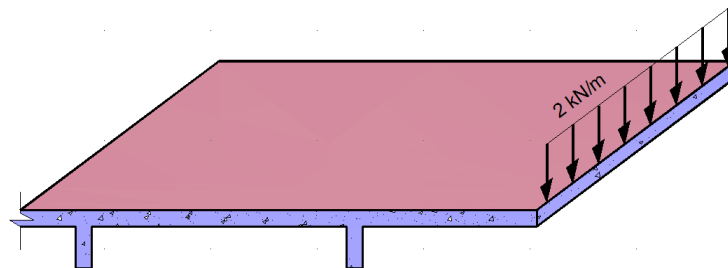


Figura 38 – Carga de Marquises.

3.2.1.7. CARGAS DE BALCÕES (SACADA)

Prevê pessoas sentadas ou encostadas na parede do balcão (Figura 39).

A carga de 0,80 kN/m considera-se apenas na resistência na alvenaria do balcão.

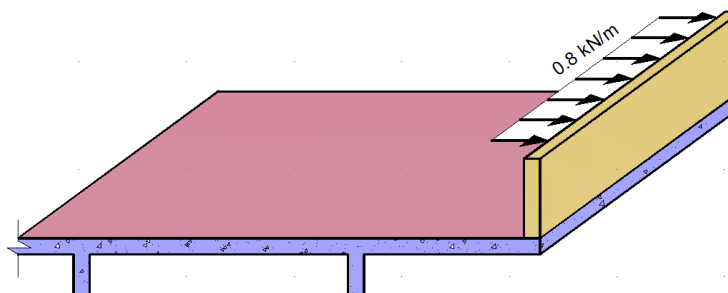


Figura 39 – Carga em Balcões.

3.2.2. CARGAS ACIDENTAIS

Entre as cargas acidentais, também chamadas de **utilização, vivas** ou **sobrecargas**, relacionamos o peso de pessoas, móveis, etc. Tendo em vista o caráter eventual de sua ocorrência, a Norma Brasileira NBR 6120:1980, estabelece valores mínimos a se considerar nos diversos locais das edificações.

Os valores das cargas de uso (variáveis) dependem da utilização do ambiente arquitetônico que ocupa a região da laje em estudo e, portanto, da finalidade da edificação (comercial, residencial, escritórios, garagens, etc.). Estes valores estão especificados na NBR 6120:1980, sendo os mais comuns indicados na Tabela 5.

Tabela 5 – valores mínimos de cargas de uso (NBR 6120:2019)

Local		kN/m ²
Arquibancadas		4
Bancos	Escritório e banheiro	2
	Salas de diretoria e gerência	1,5
Bibliotecas	Sala de Leitura	2,5
	Sala para depósito de livros	4
	Sala com estantes de livros, a ser determinada, ou 2,5 kN/m ² por metro de altura, porém com mínimo de	6
Casa de Máquinas	(incluindo máquinas) a ser determinada, porém com o mínimo de	7,5
Cinemas	Plateia com assentos fixos	3
	Estúdio e plateia com assentos móveis	4
	Banheiro	2
Clubes	Sala de refeições e de assembleia com assentos fixos	3
	Sala de assembleia com assentos móveis	4
	Salão de danças e salão de esportes	5
	Sala de bilhar e banheiro	2
Corredores	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
Cozinhas não residencial	A ser determinada em cada caso, porém com no mínimo de	3
Edifícios residenciais	Dormitório, sala, cozinha, copa e banheiro	1,5
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2
	Quadras esportivas	5 ^a
	Salão de festas, salão de jogos	3 ^a
	Áreas de uso comum	3 ^a
	academia	3 ^a
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 ^{a,r}
	sótão	2 ^a
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5
	Corredores de uso comum	3
Depósitos	3	
Escadas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
Escolas	Corredor e sala de aula	3
	Outras salas	2
Escritórios	Sala de uso geral e banheiro	2
Forros	Sem acesso ao público	0,5
Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
Galerias de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
Garagens e estacionamentos	Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo	3
Ginásio de esportes		5
Hospitais	Dormitórios, enfermarias, salas de recuperação, de cirurgia, de raio X e banheiro	2
	Corredor	3

Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinada, porém com mínimo de	3
Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
Lojas		4
Restaurantes		3
Teatros	Palco	5
	Demais dependências; iguais as especificadas para cinemas	*
Terraços	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
	Inacessível a pessoas	0,5
Vestíbulo	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	1,5

3.2.3.CARGAS TOTAL ATUANTE (q)

$$q = p + g \text{ (kN/m}^2\text{)} \quad \dots\dots \text{ equação 2.3.}$$

Onde :

p = somatório de todas as cargas permanentes

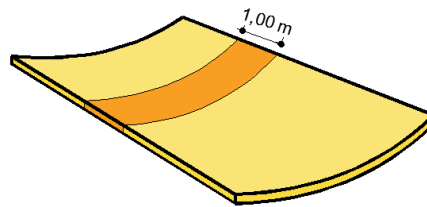
g = sobrecarga (acidental), segundo NBR 6120 (Tabela 4).

4. MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

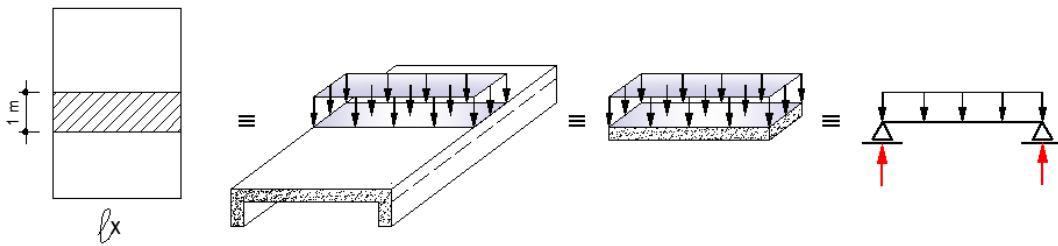
Os momentos fletores e as flechas nas lajes maciças são determinadas conforme a armação da laje (1 ou 2 direções). As lajes armadas em uma direção são calculadas como vigas segundo a direção principal e as lajes armadas em duas direções podem ser aplicadas diferentes teorias, como a Teoria da Elasticidade e das Charneiras Plásticas.

4.1. LAJE ARMADA EM 1 DIREÇÃO

No caso das lajes armadas em uma direção, considera-se, simplificada, que a flexão na direção do menor vão da laje (Figura 40) é preponderante em relação a outra direção, de modo que a laje será suposta como uma viga com largura constante de um metro (100 cm), segundo a direção principal da laje, como ilustrado na Figura 40 (a) e (b).



(a)



(b)

FIGURA 40 – Laje Maciça: (a) Flexão em Laje armada em 1 Direção e, (b) laje analisada como uma suposta viga de largura 1 metro.

Nas Figuras 41 (a), 41(b) e 41(c), ilustram-se os diagramas dos momentos fletores para os únicos 3 casos possíveis para Lajes armadas em 1 direção com os bordos apoiado ou engastado. Como a Laje é armada em 1 direção (no sentido do menor vão), apenas os bordos de MAIOR VÃO são os bordos que devem ser identificados quanto ao vínculo de apoio (engastado ou apoiado).

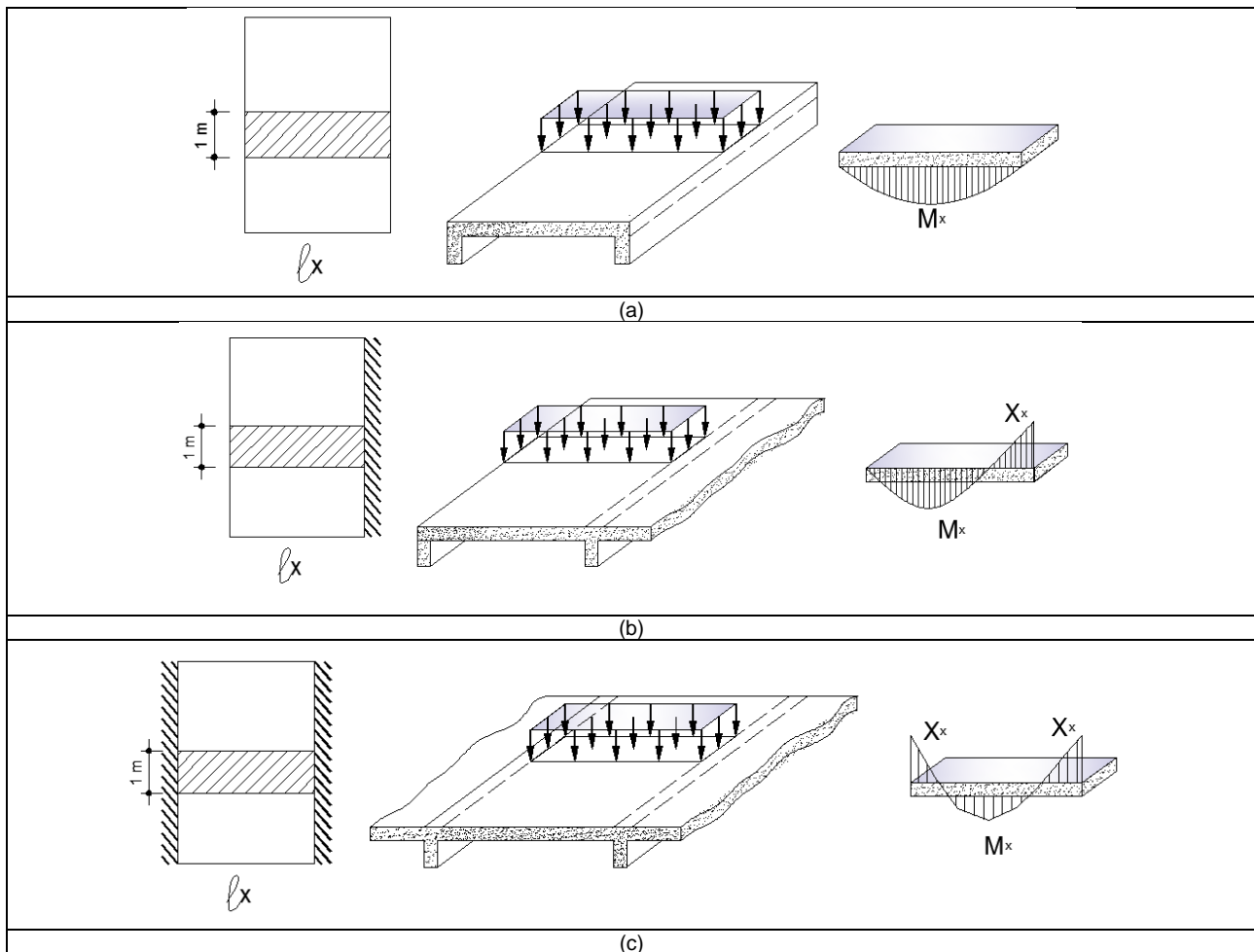
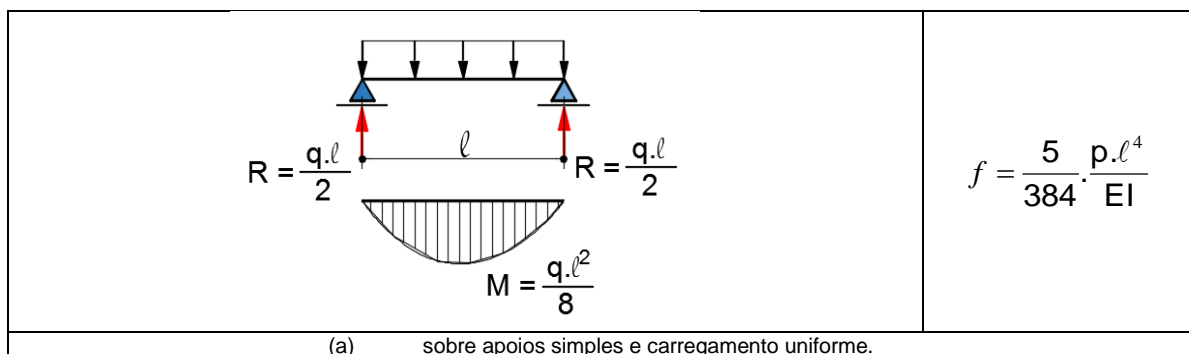


FIGURA 41 - Momentos Fletores (positivo e negativo) em Laje armada em 1 Direção: (a) dois bordos apoiados, (b) apenas um dos bordos engastado e, (c) dois bordos engastados.

Na direção secundária, desprezam-se os momentos fletores existentes. As Figuras 42(a), 42(b) e 42(c) mostram os casos de vinculação possíveis de existirem quando se consideram apenas apoios simples e engastes perfeitos. Estão indicadas as equações para cálculo das reações de apoio, momentos fletores máximos e flechas imediatas, para carregamentos uniformemente distribuídos.



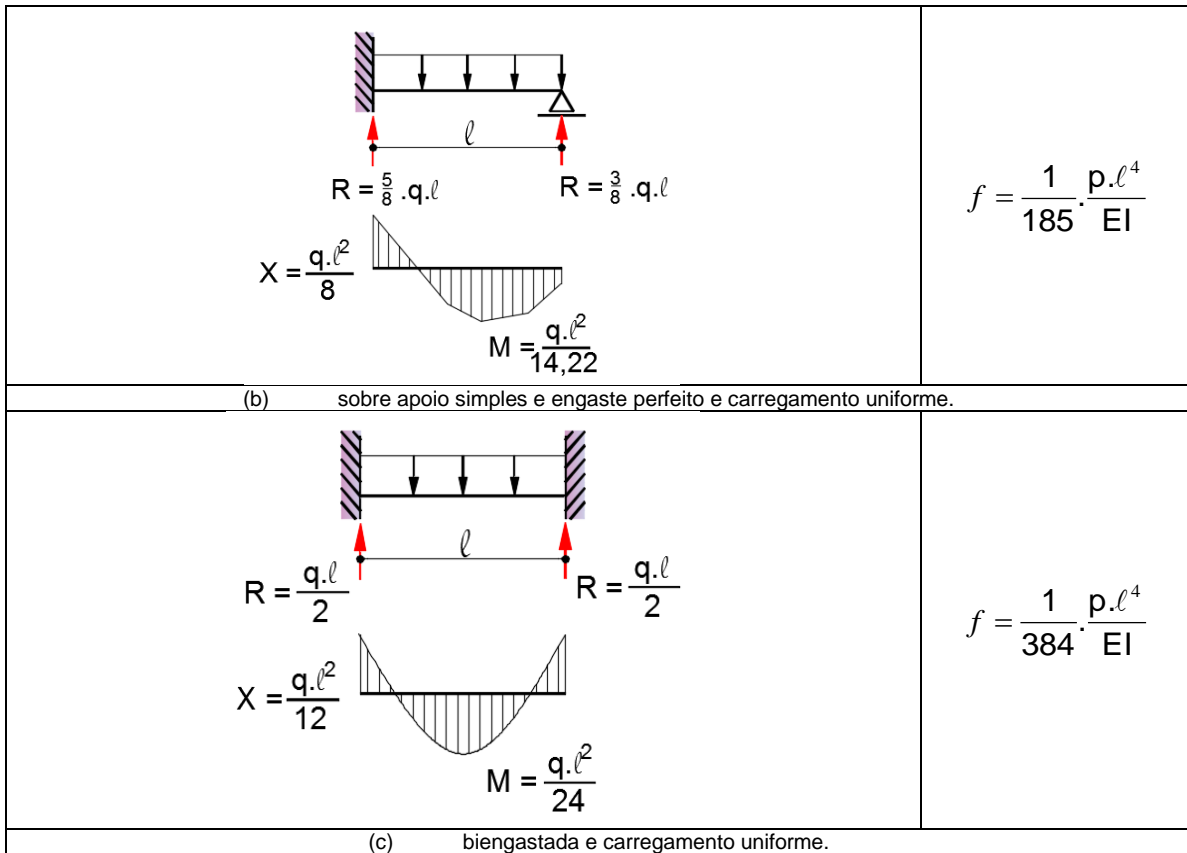


FIGURA 42 - Momentos Fletores (positivo e negativo) em Laje armada em 1 Direção.

No entanto, pode existir situações que em uma borda configure-se com dois tipos de apoio, parte engastada e parte apoiada, como ilustrado na Figura 43.

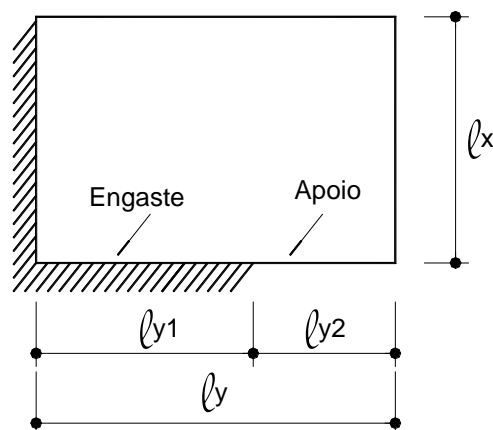


FIGURA 43 - Caso específico de vinculação dupla.

Um critério aproximado, possível para este caso, é indicado na Tabela 5.

TABELA 5. Critério para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada.

$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2.l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações (totalmente apoiada e totalmente engastada) e adota-se o maior valor no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2.l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Se a laje do exemplo anterior fosse armada em uma direção, poderiam ser consideradas duas lajes, uma relativa à borda engastada e a outra, à borda simplesmente apoiada. Portanto, seriam admitidas diferentes condições de vinculação para cada uma das partes, resultando armaduras também diferentes, para cada uma delas.

4.2.LAJE ARMADA EM 2 DIREÇÕES

O comportamento das lajes armadas em duas direções, apoiadas nos quatro lados (bordos), é bem diferente das lajes armadas em uma direção, de modo que o seu cálculo é bem mais complexo se comparado ao das lajes armadas em uma direção.

Nas Figuras 44(a) e 44(b) ilustram-se as flexões de forma exagerada em lajes maciças armadas em 2 direções.

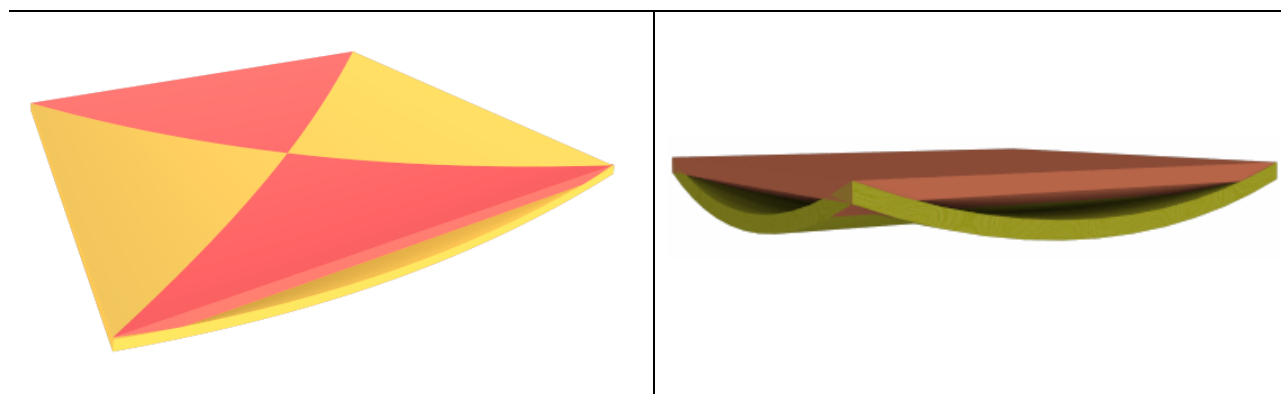


FIGURA 44 – Ilustrações de flexões em lajes maciças armada em 2 direções.

5.REAÇÕES DE APOIO

As ações atuantes nas lajes são transferidas para as vigas de apoio. Embora essa transferência aconteça com as lajes em comportamento elástico, o procedimento de cálculo proposto pela NBR 6118 (2014) baseia-se no comportamento em regime plástico, a partir da posição aproximada das linhas de plastificação, também denominadas charneiras plásticas. Este procedimento é conhecido como processo das áreas.

Para entender como se dá a distribuição de cargas sobre as vigas que apoiam uma laje armada em duas direções, basta observar como se dá a ruptura desse tipo de laje.

5.1.PROCESSO DAS ÁREAS

Conforme o item 14.6.6.1 da NBR 6118 (2014), permite-se calcular as reações de apoio de lajes maciças retangulares com carga uniformemente distribuída, considerando-se para cada apoio, carga correspondente aos triângulos ou trapézios obtidos, traçando-se, a partir dos vértices retas inclinadas com os seguintes ângulos:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado; e
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Este processo encontra-se ilustrado na Figura 45.

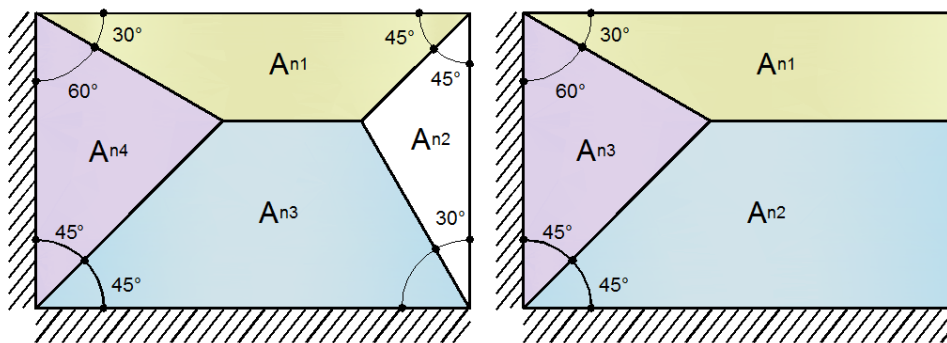


FIGURA 45 – Processo de áreas.

Com base na figura, as reações de apoio por unidade de largura serão dadas por:

$$R_{\text{bordo}} = \frac{q \cdot A_n}{l_{\text{bordo}}}; \dots \text{equação 5.1.}$$

onde:

R_{bordo} – reação de apoio no bordo correspondente;

q – carga uniformemente distribuída na laje;

A_n – área definida pelo trapézio e/ou triângulo, dependendo do bordo considerado;

l_{bordo} – vão do bordo considerado, correspondente a base do trapézio ou triângulo.

A equação 5.1 é válida para qualquer trapézio ou triângulo mostrado na Figura 43. A reação de apoio em qualquer viga suporte das lajes será sempre dada pelo produto da carga uniformemente distribuída pela área do triângulo ou trapézio onde atua esta carga, dividido pela base do trapézio ou triângulo (vão da viga suporte).

5.2. PROCESSO DE CZERNY (MOMENTOS E REAÇÕES)

O processo de Czerny nada mais é que fazer a divisão de laje por uma grelha de vigas e aplicar adequados coeficientes que levam em conta exatamente esse aspecto nas lajes, de solidariedade conjunta integrada total de toda a malha de vigas.

As tabelas de Czerny já fazem os cálculos diretamente, permitindo facilmente o cálculo dos momentos positivos (permitindo, após isso, o cálculo da armadura no meio do vão) e os negativos (permitindo, após isso, o cálculo da armadura nos apoios).

As tabelas a seguir apresentadas são válidas para lajes retangulares apoiadas em todas as suas bordas, com carregamento uniformemente distribuído. Estas tabelas apresentadas por Czerny no volume I do Beton-Kalender (1976) foram adaptadas para coeficiente de *Poisson* (ν) igual a 0,20.

Nas tabelas que se seguem valem as seguintes notações:

l_x e l_y – vãos teóricos da laje.

M_x – momento fletor positivo na direção x;

M_y – momento fletor positivo na direção y;

X_x – momento fletor negativo na direção x;

X_y – momento fletor negativo na direção y;

q – carga uniformemente distribuída em toda a laje;

m_x – coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção x;

m_y – coeficiente para definição do momento fletor positivo na direção y;

n_x – coeficiente para definição do momento fletor negativo na direção x;

n_y – coeficiente para definição do momento fletor negativo na direção y;

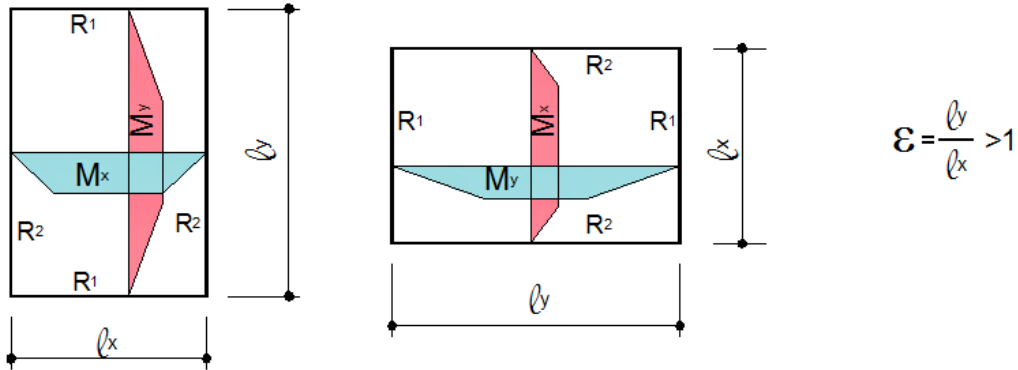
w – flecha máxima da laje;

E_c – módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}); e

h – espessura da laje

TABELA DE CZERNY

1º caso – laje isolada, sem engastamento → importante: l_x é o menor lado



$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x}$$

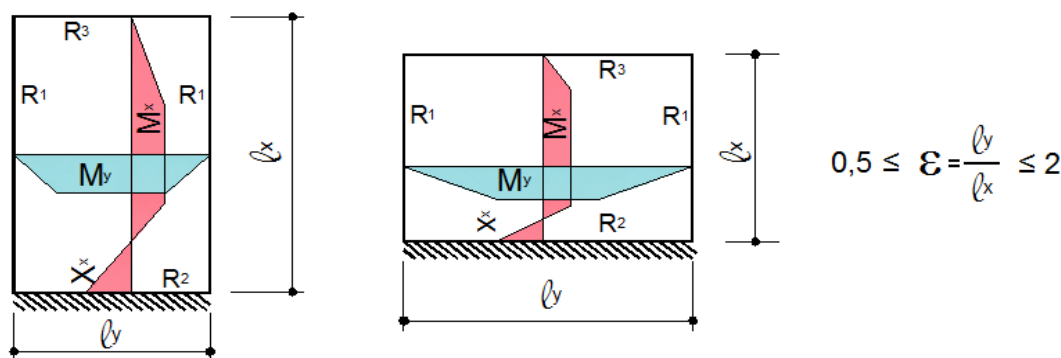
$$M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y}$$

$$R^1 = q \cdot l_x \cdot v_1$$

$$R^2 = q \cdot l_x \cdot v_2$$

$\varepsilon = l_y/l_x$	m_x	m_y	v_1	v_2	w
1,00	27,2	27,2	0,250	0,250	20,534
1,05	24,5	27,5	0,238	0,262	18,826
1,10	22,4	27,9	0,227	0,273	17,118
1,15	20,7	28,4	0,217	0,283	15,933
1,20	19,1	29,1	0,208	0,292	14,748
1,25	17,8	29,9	0,200	0,300	13,906
1,30	16,8	30,9	0,192	0,308	13,064
1,35	15,8	31,8	0,185	0,315	12,421
1,40	15,0	32,8	0,179	0,321	11,779
1,45	14,3	33,8	0,173	0,327	11,286
1,50	13,7	34,7	0,167	0,333	10,794
1,55	13,2	35,4	0,161	0,339	10,417
1,60	12,7	36,1	0,156	0,344	10,039
1,65	12,3	36,7	0,152	0,348	9,733
1,70	11,9	37,2	0,148	0,353	9,428
1,75	11,6	37,9	0,144	0,357	9,165
1,80	11,3	38,5	0,139	0,361	8,903
1,85	11,1	39,1	0,136	0,364	8,714
1,90	10,8	39,6	0,132	0,368	8,526
1,95	10,6	40,0	0,129	0,371	8,373
2,00	10,4	40,3	0,125	0,375	8,224

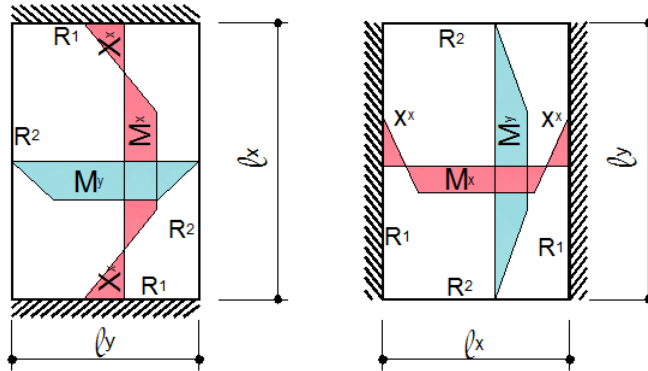
2º caso → laje com apenas um bordo engastado e demais apoiados - Importante: l_y é o lado com engaste.



$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{n_x} \quad R1 = q \cdot l_x \cdot v_1 \quad R2 = q \cdot l_x \cdot v_2 \quad R3 = q \cdot l_x \cdot v_3$$

$\epsilon = l_y/l_x$	m_x	m_y	n_x	v_1	v_2	v_3	w
0,50	156,3	45,6	32,8	0,165	0,216	0,125	143,880
0,55	126,6	41,8	27,6	0,172	0,238	0,138	108,847
0,60	99,0	39,3	23,8	0,177	0,260	0,150	85,639
0,65	78,7	37,7	20,9	0,181	0,281	0,163	69,677
0,70	63,7	36,9	18,6	0,182	0,303	0,175	58,332
0,75	53,5	36,7	16,8	0,183	0,325	0,187	50,008
0,80	45,7	36,9	15,4	0,183	0,344	0,199	43,831
0,85	39,8	37,6	14,2	0,183	0,361	0,208	39,096
0,90	35,5	38,6	13,3	0,183	0,376	0,217	35,363
0,95	32,2	39,7	12,5	0,183	0,390	0,225	32,394
1,00	29,3	41,2	11,9	0,183	0,402	0,232	29,940
1,10	27,3	45,2	10,9	0,183	0,423	0,244	26,371
1,20	24,5	48,9	10,2	0,183	0,441	0,254	23,874
1,30	22,5	51,9	9,7	0,183	0,456	0,263	22,021
1,40	21,0	54,3	9,3	0,183	0,466	0,270	20,659
1,50	19,8	55,6	9,0	0,183	0,479	0,277	19,558
1,60	19,0	56,6	8,8	0,183	0,489	0,282	18,838
1,70	18,3	57,7	8,6	0,183	0,498	0,287	18,420
1,80	17,8	58,2	8,4	0,183	0,505	0,292	17,974
1,90	17,4	58,9	8,3	0,183	0,512	0,295	17,439
2,00	17,1	59,5	8,2	0,183	0,518	0,299	16,892

3º caso → Laje com dois bordos opostos engastados - Importante: l_y é o lado com dois engastes

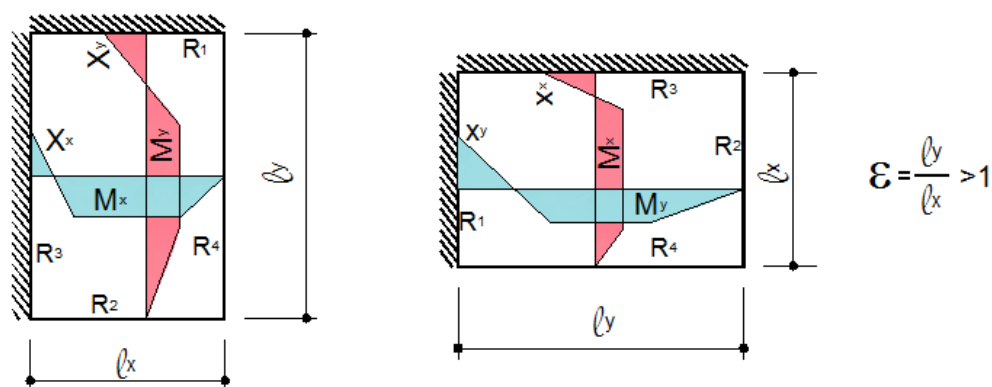


$$0,5 \leq \epsilon = \frac{l_y}{l_x} \leq 2$$

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{n_x} \quad R_1 = q \cdot l_x \cdot v_1 \quad R_2 = q \cdot l_x \cdot v_2$$

$\epsilon = l_y/l_x$	m_x	m_y	n_x	v_1	v_2	W
0,50	169,5	50,0	33,7	0,216	0,144	157,947
0,55	123,5	47,4	28,6	0,238	0,144	122,514
0,60	95,2	46,1	25,0	0,259	0,144	99,306
0,65	76,9	45,8	22,2	0,278	0,144	83,364
0,70	64,5	46,2	20,1	0,299	0,144	72,058
0,75	55,6	47,4	18,5	0,308	0,144	63,848
0,80	49,3	49,4	17,3	0,320	0,144	57,580
0,85	44,4	52,0	16,3	0,330	0,144	52,774
0,90	40,5	55,1	15,5	0,340	0,144	48,851
0,95	37,5	58,9	14,8	0,348	0,144	45,811
1,00	35,1	61,7	14,3	0,356	0,144	43,478
1,10	31,7	67,2	13,5	0,369	0,144	39,942
1,20	29,4	71,6	13,0	0,380	0,144	37,384
1,30	27,8	74,0	12,6	0,389	0,144	35,727
1,40	26,7	75,0	12,3	0,397	0,144	34,708
1,50	25,8	75,3	12,3	0,404	0,144	34,057
1,60	25,2	76,6	12,1	0,410	0,144	3,171
1,70	24,7	76,9	12,0	0,415	0,144	3,102
1,80	24,4	77,0	12,0	0,420	0,144	33,033
1,90	24,2	77,0	12,0	0,424	0,144	32,964
2,00	24,1	77,0	12,0	0,428	0,144	32,895

4º caso → Laje com dois lados ortogonais engastados. → importante: l_x é o menor lado



$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} > 1$$

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x}$$

$$M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y}$$

$$X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{n_x}$$

$$X_y = \frac{q \cdot l_x^2}{n_y}$$

$$R_1 = q \cdot l_x \cdot v_1$$

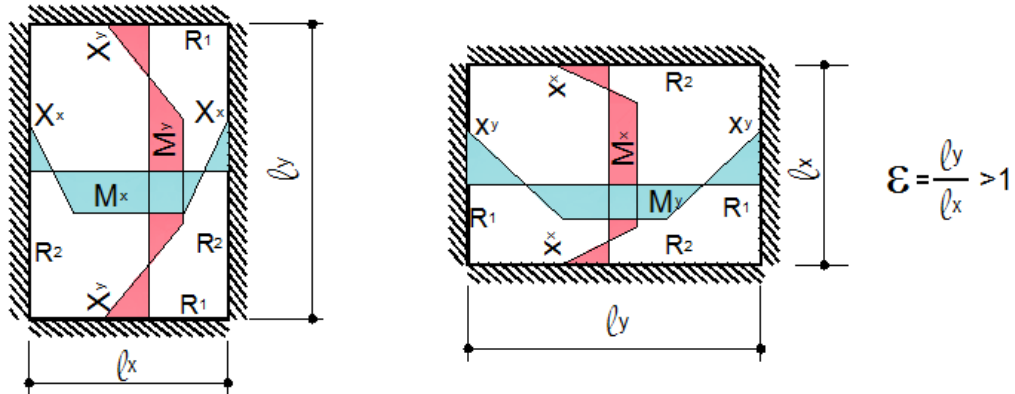
$$R_2 = q \cdot l_x \cdot v_2$$

$$R_3 = q \cdot l_x \cdot v_3$$

$$R_4 = q \cdot l_x \cdot v_4$$

$\epsilon = l_y/l_x$	m_x	m_y	n_x	n_y	v_1	v_2	v_3	v_4	w
1,00	40,2	40,2	14,3	14,3	0,317	0,183	0,317	0,183	39,683
1,05	38,0	41,0	13,3	13,8	0,302	0,191	0,332	0,175	36,419
1,10	35,1	42,0	12,7	13,6	0,288	0,198	0,347	0,167	33,156
1,15	32,2	42,9	12,0	13,3	0,276	0,205	0,359	0,160	30,931
1,20	30,0	44,0	11,5	13,1	0,264	0,212	0,371	0,153	28,706
1,25	28,0	45,6	11,1	12,9	0,254	0,218	0,381	0,147	27,226
1,30	26,5	47,6	10,7	12,8	0,244	0,224	0,391	0,141	25,745
1,35	25,2	49,6	10,3	12,7	0,235	0,229	0,400	0,136	24,598
1,40	24,1	51,0	10,0	12,6	0,227	0,234	0,408	0,131	23,451
1,45	23,1	52,1	9,8	12,5	0,219	0,239	0,416	0,126	22,579
1,50	22,2	53,0	9,6	12,4	0,211	0,243	0,424	0,122	21,707
1,55	21,6	54,1	9,4	12,3	0,204	0,247	0,431	0,118	21,163
1,60	21,0	54,8	9,2	12,3	0,198	0,250	0,437	0,115	20,620
1,70	19,8	56,6	9,0	12,3	0,187	0,257	0,447	0,109	19,955
1,80	19,1	57,7	8,7	12,2	0,176	0,263	0,459	0,102	19,441
1,90	18,4	59,1	8,6	12,2	0,168	0,269	0,467	0,097	18,716
2,00	17,9	60,2	8,4	12,2	0,159	0,274	0,476	0,091	17,857

5º caso → laje com todos os bordos engastados → Importante: l_x é o menor lado.

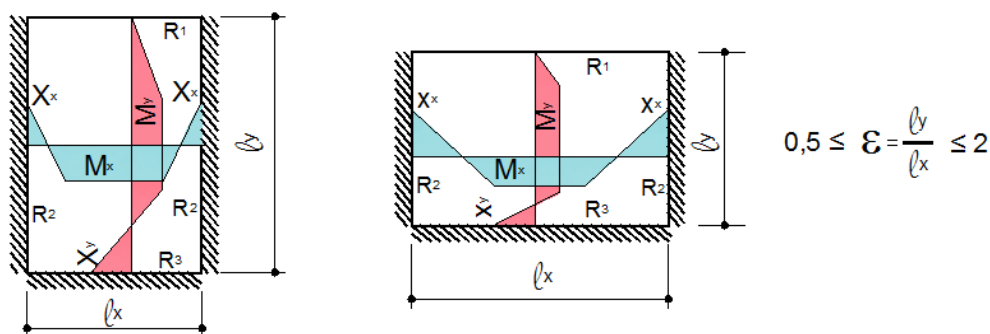


$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{q \cdot l_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{q \cdot l_x^2}{n_y}$$

$$R_1 = q \cdot l_x \cdot v_1 \quad R_2 = q \cdot l_x \cdot v_2$$

$\varepsilon = l_y/l_x$	m_x	m_y	n_x	n_y	v_1	v_2	w
1,00	56,8	56,8	19,4	19,4	0,250	0,250	65,400
1,05	50,6	58,2	18,2	18,8	0,238	0,262	60,241
1,10	46,1	60,3	17,1	18,4	0,227	0,273	55,082
1,15	42,4	62,6	16,3	18,1	0,217	0,283	51,654
1,20	39,4	65,8	15,5	17,9	0,208	0,292	48,225
1,25	37,0	69,4	14,9	17,7	0,200	0,300	45,996
1,30	34,8	73,6	14,5	17,6	0,192	0,308	43,766
1,35	33,3	78,4	14,0	17,5	0,185	0,315	41,906
1,40	31,9	83,4	13,7	17,5	0,179	0,321	40,047
1,45	30,6	89,4	13,4	17,5	0,173	0,327	39,017
1,50	29,6	93,5	13,2	17,5	0,167	0,333	37,987
1,55	28,8	96,1	13,0	17,5	0,161	0,339	37,158
1,60	28,1	98,1	12,8	17,5	0,156	0,344	36,330
1,70	26,8	101,1	12,5	17,5	0,148	0,353	35,215
1,80	26,0	103,3	12,3	17,5	0,139	0,361	34,021
1,90	25,4	104,6	12,1	17,5	0,132	0,368	33,362
2,00	25,0	105,0	12,0	17,5	0,125	0,375	32,895

6º caso → Laje com três bordos engastados → Importante: ℓ_y é o lado com dois engastes



$$M_x = \frac{q \cdot \ell_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot \ell_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{q \cdot \ell_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{q \cdot \ell_x^2}{n_y}$$

$$R_1 = q \cdot \ell_x \cdot v_1 \quad R_2 = q \cdot \ell_x \cdot v_2 \quad R_3 = q \cdot \ell_x \cdot v_3$$

$$0,5 \leq \epsilon = \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2$$

$\epsilon = \ell_y / \ell_x$	m_x	m_y	n_x	n_y	v_1	v_2	v_3	w
0,50	400,0	74,8	49,3	35,2	0,125	0,159	0,217	296,296
0,55	250,0	66,9	40,5	30,7	0,131	0,174	0,227	218,564
0,60	175,4	61,5	34,3	27,2	0,136	0,190	0,236	167,740
0,65	133,3	57,7	29,8	24,6	0,140	0,206	0,242	133,065
0,70	105,3	55,3	26,2	22,5	0,143	0,222	0,247	109,030
0,75	85,5	54,2	23,4	21,0	0,144	0,238	0,249	91,875
0,80	70,9	53,9	21,2	20,0	0,144	0,254	0,250	79,525
0,85	61,3	54,3	19,5	19,2	0,144	0,268	0,250	70,430
0,90	54,3	55,4	18,1	18,7	0,144	0,281	0,250	63,243
0,95	48,5	55,7	17,1	18,4	0,144	0,293	0,250	57,371
1,00	44,1	55,9	16,2	18,3	0,144	0,303	0,250	53,191
1,10	37,9	60,3	14,8	17,7	0,144	0,321	0,250	47,104
1,20	33,8	66,2	13,9	17,5	0,144	0,336	0,250	42,677
1,30	31,0	69,0	13,2	17,5	0,144	0,348	0,250	39,787
1,40	29,0	71,9	12,8	17,5	0,144	0,359	0,250	37,187
1,50	27,6	75,2	12,5	17,5	0,144	0,369	0,250	35,915
1,60	26,6	78,7	12,3	17,5	0,144	0,377	0,250	34,679
1,70	25,8	82,9	12,2	17,5	0,144	0,384	0,250	34,209
1,80	25,3	86,9	12,1	17,5	0,144	0,391	0,250	34,021
1,90	24,8	91,5	12,0	17,5	0,144	0,396	0,250	33,362
2,00	24,5	96,2	12,0	17,5	0,144	0,402	0,250	32,895

6. DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO (ESTADO LIMITE ÚLTIMO – E.L.U.)

Neste item, aborda-se algumas diretrizes para subsidiar o cálculo e o detalhamento das armaduras de flexão das lajes maciças. A forma de apresentação do detalhamento das armaduras varia de acordo com o calculista, no entanto, algumas regras básicas devem ser seguidas de modo a garantir a boa execução e desempenho satisfatório da estrutura.

Aconselha-se iniciar o dimensionamento pela organização de uma planilha em que se relacionam todos os momentos calculados, positivos e negativos, conforme ilustrado na Tabela 6.

Tabela 6. Momentos Positivos e Negativos característicos (M_{xk} , M_{yk} , X_{xk} e X_{yk})

Laje	Direção	Momento Positivo (M_k) (kN.m/m)	Momento Negativo (X_k) (kN.m/m)
L_i	x		
	y		
L_{i+1}	x		
	y		

6.1. COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS

6.1.1. NEGATIVOS (X_k) – ITEM 14.7.6.2 (NBR 6118, 2003)

Nas arestas comuns entre as lajes contínuas armadas em duas direções, geralmente existem valores diferentes de momentos fletores negativos, pois o cálculo dos esforços é feito para cada painel isolado. Assim, faz-se necessário efetuar a correção desses momentos negativos e, conseqüentemente, o ajuste dos momentos positivos (Figura 52).

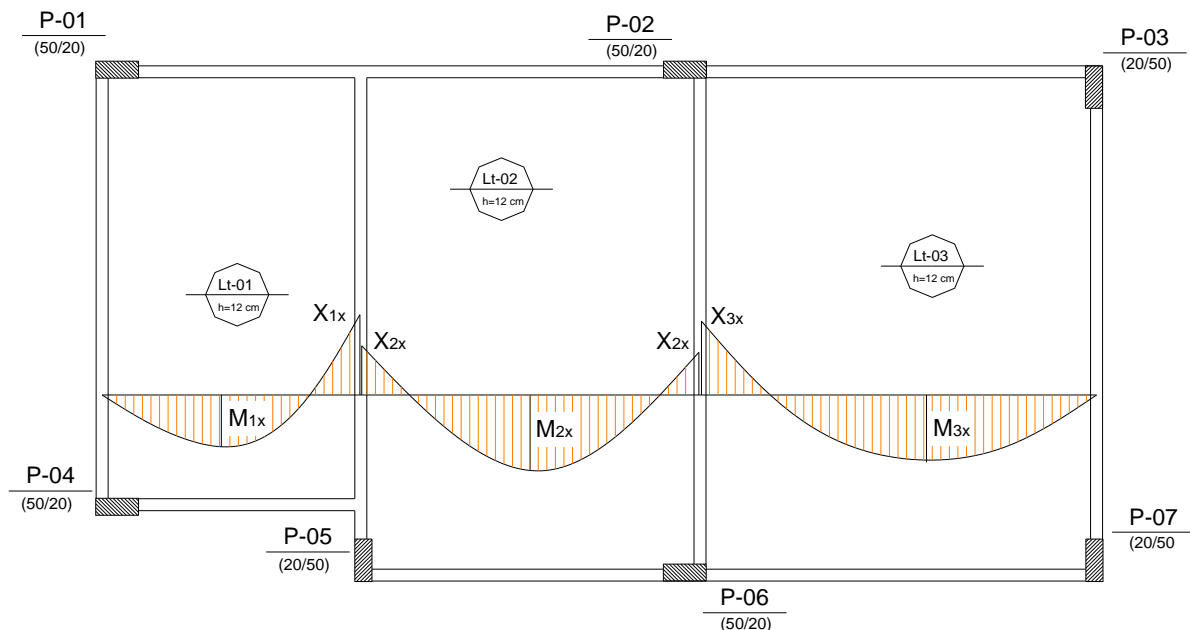


Figura 52. Diagrama de momentos de lajes maciças contíguas.

Devido a dualidade de momentos no engaste entre duas lajes contíguas, considera-se para cálculo, neste caso, a média aritmética dos dois momentos, desde que o resultado seja maior que 80% do maior momento. Caso contrário, adota-se este último (equações 6.1 e 6.2).

Momento negativo final

$$X_{\text{final}} > \frac{X_i + X_{i+1}}{2} \quad \dots \quad (\text{Equação 6.1})$$

Ou

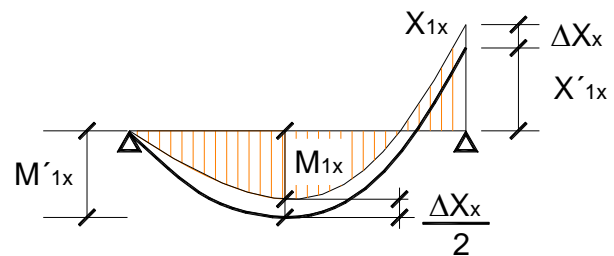
$$X_{\text{final}} = 0,80 X_{\text{maior}} \quad \dots \quad (\text{Equação 6.2})$$

6.1.2. Positivos (M_k)

Deve-se, também, fazer compensação para os momentos positivos

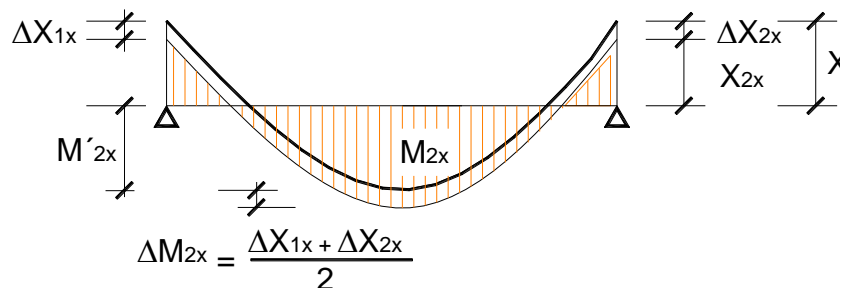
a) Vão extremo

$$M'_{1x} = M_{1x} + \frac{\Delta X_x}{2}$$



b) Vão interno

$$M'_{2x} = M_{2x} - \frac{\Delta X_{1x} + \Delta X_{2x}}{2}$$



Em seguida, prepara-se novas planilhas, uma para momentos positivos e outra para momentos negativos compensados. A partir desses valores, inicia-se o dimensionamento.

□ Momentos Positivos

Laje	Direção	Momento (kN.m/m)
L1	x	
	y	
L2	x	
	y	

□ Momentos Negativos

Laje	Momento (kN.m/m)
L1/L2	

6.2. COBRIMENTO DA ARMADURA (c)

A durabilidade das obras de concreto armado está diretamente relacionada com a proteção da armadura pelo cobrimento do concreto. A NBR 6118:2014 relaciona a agressividade do ambiente com o cobrimento mínimo exigido, tendo em vista aumentar a vida útil das estruturas. Na figura 53 ilustra-se cobrimento em lajes.

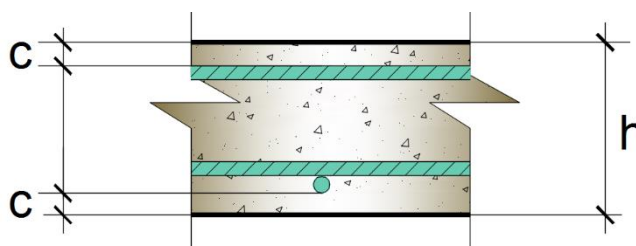


Figura 53. Cobrimento em lajes maciças.

Na Tabela 7, visualiza-se as quatro classes de agressividade dos ambientes construídos relacionadas com o risco de deterioração. Na Tabela 8 têm-se os cobrimentos nominais mínimos. Em qualquer caso (ou indeterminação/dúvida da classe de agressividade), adotar cobrimento mínimo conforme Equação 6.3.

Tabela 7. Classes de agressividade.

Classe de agressividade	Agressividade	Tipo de ambiente	Risco de deterioração
I	Fraca	Rural Submerso	Insignificante
II	Moderada	Urbano	Pequeno
III	Forte	Marinho Industrial	Grande
IV	Muito forte	Industrial quimicamente agressivo Respingos de maré	Elevado

$$c_{nom} \geq \left\{ \phi_{barra} \text{ e } 1,2 D_{max} \dots \dots \right. \quad \text{(Equação 6.3)}$$

Tabela 8. Cobrimentos nominais mínimos (mm).

Classe de agressividade	I	II	III	IV
Lajes	20	25	35	45
Vigas/Pilares	25	30	40	50

6.3. ALTURA ÚTIL (d)

A armadura de flexão será distribuída na largura de 100 cm. Para cada laje maciça armada em duas direções, têm-se dois momentos fletores positivos (M_x e M_y) perpendiculares entre si. Desta forma, a cada um desses momentos corresponde uma altura útil; d_x para o momento fletor M_x e d_y para o momento fletor M_y . Geralmente, M_x é maior do que M_y , por isso, costuma-se adotar, para os cálculos, $d_x > d_y$; para isto, a armadura correspondente ao momento fletor M_y (A_{sy}) é colocada sobre a armadura correspondente ao momento fletor M_x (A_{sx}) (Figura 54).

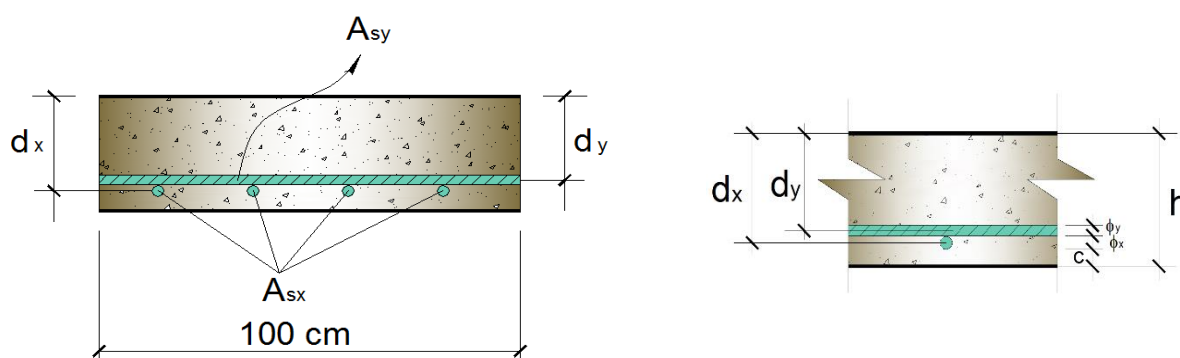


Figura 54. Alturas úteis d_x e d_y

Conforme a Figura 53, tem-se:

$$d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} \quad \dots \quad (\text{Equação 6.4})$$

$$d_y = h - c - \phi_x - \frac{\phi_y}{2} \quad \dots \quad (\text{Equação 6.5})$$

onde:

c = cobrimento mínimo da armadura em lajes, fixado em 0,5 cm nas lajes protegidas com argamassa de espessura mínima de 1 cm (ver NBR 6118:2003)

ϕ_x = diâmetro da armadura A_{sx} correspondente a M_x ;

ϕ_y = diâmetro da armadura A_{sy} correspondente a M_y ;

Nas lajes maciças revestidas, usuais em edifícios comerciais e residenciais, pode-se adotar, de forma aproximada (forma prática), os seguintes valores:

$$d_x \approx h - c - 0,5$$

$$d_y \approx h - c - 1,0$$

6.4. ESTIMATIVA DE ALTURA DE LAJE (h)

Para o dimensionamento da laje, de posse dos esforços nela atuante, faz-se necessário a estimativa da sua altura. Existem vários e diferentes processos para essa estimativa. Vale lembrar que a NBR 6118:2014 prescreve as espessuras mínimas de lajes maciças de edifícios em função da utilização, conforme indicado no item 3.1.

Segundo Machado *apud* Giongo (2007), pode-se adotar a Equação 4.6 para pré-dimensionamento da altura útil (d):

$$d \cong (2,5 - 0,1n) \cdot \ell^* \quad \text{.....} \quad \text{(Equação 4.6)}$$

Sendo:

d - altura útil da laje, em cm;

n - número de bordas engastadas;

ℓ^* - o menor valor entre o vão efetivo (em metro) $\rightarrow (\ell_x)$ e $(0,7x \ell_y)$, com $\ell_x \leq \ell_y$.

Os vãos efetivos são medidos em metros e **d** em centímetros.

Ishitani *et al.* (2001) indica que as espessuras das lajes maciças podem ser pré-dimensionadas considerando a Equação 6.7:

$$h = 2,5\% \cdot \ell_x \quad \text{.....} \quad \text{(Equação 6.7)}$$

Com a altura útil calculada fica simples determinar a altura **h** da laje.

6.5. DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS MEDIANTE TABELAS

Conhecidos os momentos fletores característicos positivos e negativos (já compatibilizados) (M_{xk} e M_{yk}), passa-se à determinação das armaduras. Esse dimensionamento é feito da mesma forma que para as vigas, admitindo-se a largura viga/laje b_w igual a 1 m = 100 cm. Obtém-se assim, uma área de armadura necessária e suficiente para suportar os esforços de momentos (positivos e negativos), por metro linear.

O momento fletor de cálculo, em kN.cm/m, é dado por:

$$M_d = \gamma_f \cdot M_k, \text{ onde } \rightarrow \gamma_f = 1,4 \quad \text{.....} \quad \text{(Equação 6.8)}$$

Assim,

$$M_d = 1,4 \cdot M_k \quad \dots \quad (\text{Equação 6.9})$$

Em seguida, calcula-se o valor do coeficiente k_c , necessário para consulta na Tabela 9 (PINHEIRO, 1993) para determinação do coeficiente k_s (Para consulta da Tabela 4.4 deve-se conhecer previamente: k_c , classe de resistência do concreto e tipo do aço).

$$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_d}, \quad \text{com } b_w = 100 \text{ cm} \quad (\text{Equação 4.10})$$

Tabela 9. Valores de k_s

FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR – ARMADURA SIMPLES													
$\beta_c = \frac{x}{d}$	$k_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} \text{ (cm}^2/\text{kN)}$									$k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_d} \text{ (cm}^2/\text{kN)}$			DOMÍNIO
	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50	CA-60	
0,02	103,8	69,2	51,9	41,5	34,6	29,7	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,019	2
0,04	52,3	34,9	26,2	20,9	17,4	15,0	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,020	
0,06	35,2	23,4	17,6	14,1	11,7	10,1	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,020	
0,08	26,6	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,7	5,9	5,3	0,048	0,024	0,020	
0,10	21,5	14,3	10,7	8,6	7,2	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,020	
0,12	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,020	
0,14	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,020	
0,16	13,8	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,8	0,049	0,025	0,021	
0,18	12,3	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,021	
0,20	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,021	
0,22	10,3	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,021	
0,24	9,5	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,051	0,025	0,021	
0,26	8,8	5,9	4,4	3,5	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021	
0,28	8,3	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,022	
0,30	7,8	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	0,052	0,026	0,022	
0,32	7,4	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,022	
0,34	7,0	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,022	
0,36	6,7	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022	
0,38	6,4	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,023	
0,40	6,1	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,023	
0,42	5,9	3,9	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,055	0,028	0,023	
0,438	5,7	3,8	2,9	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,023	
0,44	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028		
0,46	5,5	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028		
0,48	5,3	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,029		
0,50	5,2	3,4	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029		
0,52	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,058	0,029		
0,54	4,9	3,2	2,4	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,029		
0,56	4,7	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,30		
0,58	4,6	3,1	2,3	1,9	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,060	0,030		
0,60	4,5	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030		
0,628	4,4	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031		
0,64	4,3	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	0,9	0,062				
0,68	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,8	0,063				
0,72	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,8	0,065				
0,76	3,9	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,8	0,066				
0,772	3,9	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,8	0,067				

TABELA Elaborada por Alessandro L. Nascimento e Libânio M. Pinheiro

De acordo com a NBR 6118:20103
 Diagrama retangular de tensões no concreto, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$
 Para $\gamma_c \neq 1,4$, multiplicar b por $1,4/\gamma_c$ antes de usar a tabela.

Logo após determinação de k_s , através da Equação 6.11, calcula-se a armadura necessária, para 1m de laje:

$$k_s = \frac{A_s \cdot d}{M_d}, \quad \text{assim,} \quad A_s = \frac{k_s \cdot M_d}{d} \quad \dots \quad (\text{Equação 6.11})$$

Na Figura 55 ilustra-se o dimensionamento obtido (A_s) na faixa de 1m de laje.

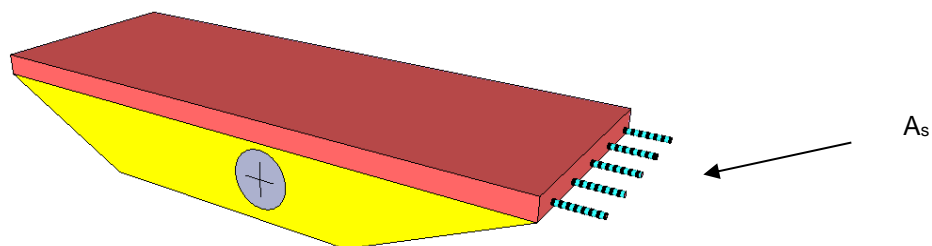


Figura 55. Armadura A_s para atendimento da solicitação Momento Fletor.

De posse do valor de A_s , finaliza-se o dimensionamento consultando na Tabela 10 o diâmetro das barras e seu espaçamento.

Tabela 10. Área da seção de armadura/ metro de largura (As em cm²/m). (De acordo com NBR 7480:1996)

Espaçamento (cm)	Bitola da barra de aço em mm					
	5	6,3	8	10	12,5	16
5,0	3,92	6,24	10,06	15,70	24,54	40,22
5,5	3,56	5,67	9,15	14,27	22,31	36,56
6,0	3,27	5,20	8,38	13,08	20,45	33,52
6,5	3,02	4,80	7,74	12,08	18,88	30,94
7,0	2,80	4,46	7,19	11,21	17,53	28,73
7,5	2,61	4,16	6,71	10,47	16,36	26,81
8,0	2,45	3,90	6,29	9,81	15,34	25,14
8,5	2,31	3,67	5,92	9,24	14,44	23,66
9,0	2,18	3,47	5,59	8,72	13,63	22,34
9,5	2,06	3,28	5,29	8,26	12,92	21,17
10,0	1,96	3,12	5,03	7,85	12,27	20,11
11,0	1,78	2,84	4,57	7,14	11,15	18,28
12,0	1,63	2,60	4,19	6,54	10,23	16,76
12,5	1,57	2,50	4,02	6,28	9,82	16,09
13,0	1,51	2,40	3,87	6,04	9,44	15,47
14,0	1,40	2,23	3,59	5,61	8,76	14,36
15,0	1,31	2,08	3,35	5,23	8,18	13,41
16,0	1,23	1,95	3,14	4,91	7,67	12,57
17,0	1,15	1,84	2,96	4,62	7,22	11,83
17,5	1,12	1,78	2,87	4,49	7,01	11,49
18,0	1,09	1,73	2,79	4,36	6,82	11,17
19,0	1,03	1,64	2,65	4,13	6,46	10,58
20,0	0,98	1,56	2,52	3,93	6,14	10,06
22,0	0,89	1,42	2,29	3,57	5,58	9,14
24,0	0,82	1,30	2,10	3,27	5,11	8,38
25,0	0,78	1,25	2,01	3,14	4,91	8,04
26,0	0,75	1,20	1,93	3,02	4,72	7,73
28,0	0,70	1,11	1,80	2,80	4,38	7,18
30,0	0,65	1,04	1,68	2,62	4,09	6,70
33,0	0,59	0,95	1,52	2,38	3,72	6,09

As armaduras devem respeitar os valores mínimos recomendados pela NBR 6118 (2003), indicados nas Tabelas 12 e 13, nas quais $\rho = A_s / (b_w \cdot d)$.

Se for necessário calcular ρ_{\min} para fatores diferentes, pode-se utilizar a equação:

$$\rho_{\min} = \omega_{\min} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{com } \omega_{\min} = \text{taxa mecânica mínima de armadura longitudinal}$$

Admitindo-se $b=100$ cm e d em centímetros, obtém-se: A_s em cm^2/m .

Tabela 12. Valores mínimos para lajes sem armaduras ativas.

Armadura	Taxa mínima de armadura (ρ_s)
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armaduras positivas de lajes armadas em duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,50 \rho_{\min}$ $\rho_s \geq 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tabela 13. Valores de ρ_{\min} .

fck	20	25	30	35	40	45	50
ω_{\min}	ρ_{\min} (%)						
0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288

Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50 e, $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$.

Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser calculado com base no valor de ω_{\min} dado.

7.DETALHAMENTO DE LAJES (NBR 6118:2014)

7.1.PRESCRIÇÕES GERAIS

As armaduras devem ser dispostas de forma que se possa garantir o seu posicionamento durante a concretagem.

Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro máximo igual a $h/8$.

As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2h$ ou 20 cm, prevalecendo o menor.

A armadura secundária de flexão deve corresponder à porcentagem de armadura igual ou superior a 20% da porcentagem da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm. A emenda dessas barras deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras da armadura principal.

▪ LAJES APOIADAS EM VIGAS

▪ ARMADURA POSITIVA – COMPRIMENTO DE BARRAS

A armadura positiva é estendida, a favor da segurança até os apoios, penetrando no mínimo 10ϕ ou 6 cm no apoio mais o comprimento de ancoragem, sendo uma prática bastante usual pelos calculistas. Na Figura 56 detalha-se o comprimento total das barras e suas respectivas dobras (ancoragem).

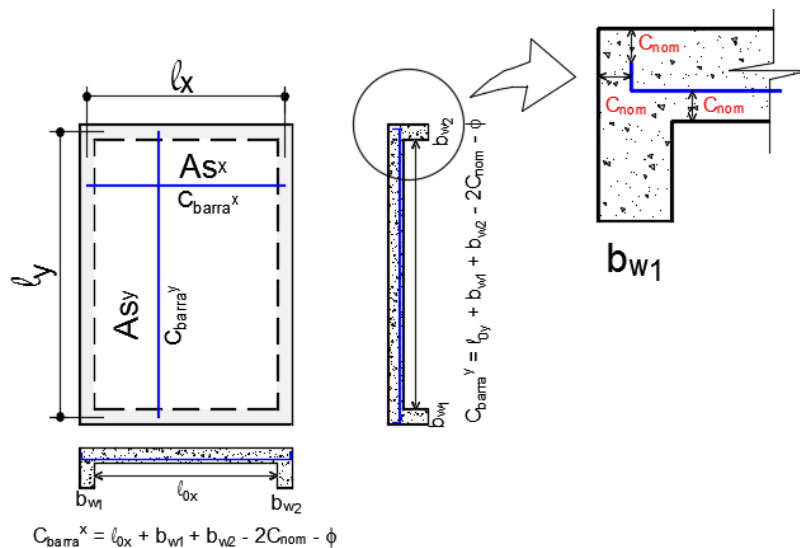


Figura 56. Comprimentos das armaduras.

Alguns projetistas optam por barras alternadas para lajes contínuas utilizando o comprimento reduzido de $0,2 \ell_x$. Na Figura 57 ilustra-se disposição das barras positivas nas lajes maciças contínuas e seu comprimento.

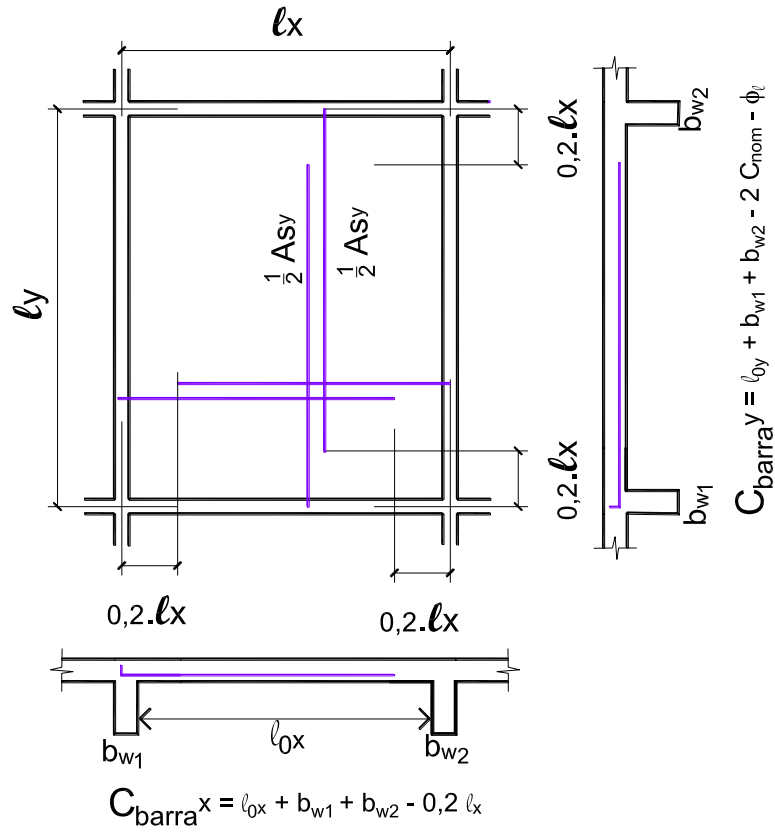


Figura 57. Posicionamento e comprimento armadura positiva alternada.

- ARMADURA NETATIVA – COMPRIMENTO DE BARRAS
- Comprimento da Armadura negativa nos apoios com continuidade de lajes

A NBR 6118 não especifica o comprimento das barras da armadura negativa. Por este motivo será adotado o critério recomendado na versão da norma NB-1 de 1978. Para o momento negativo compensado entre lajes contíguas (Figura 58), é suposto um diagrama triangular para o momento fletor negativo sobre a borda comum às duas lajes, como ilustrado na Figura 59.

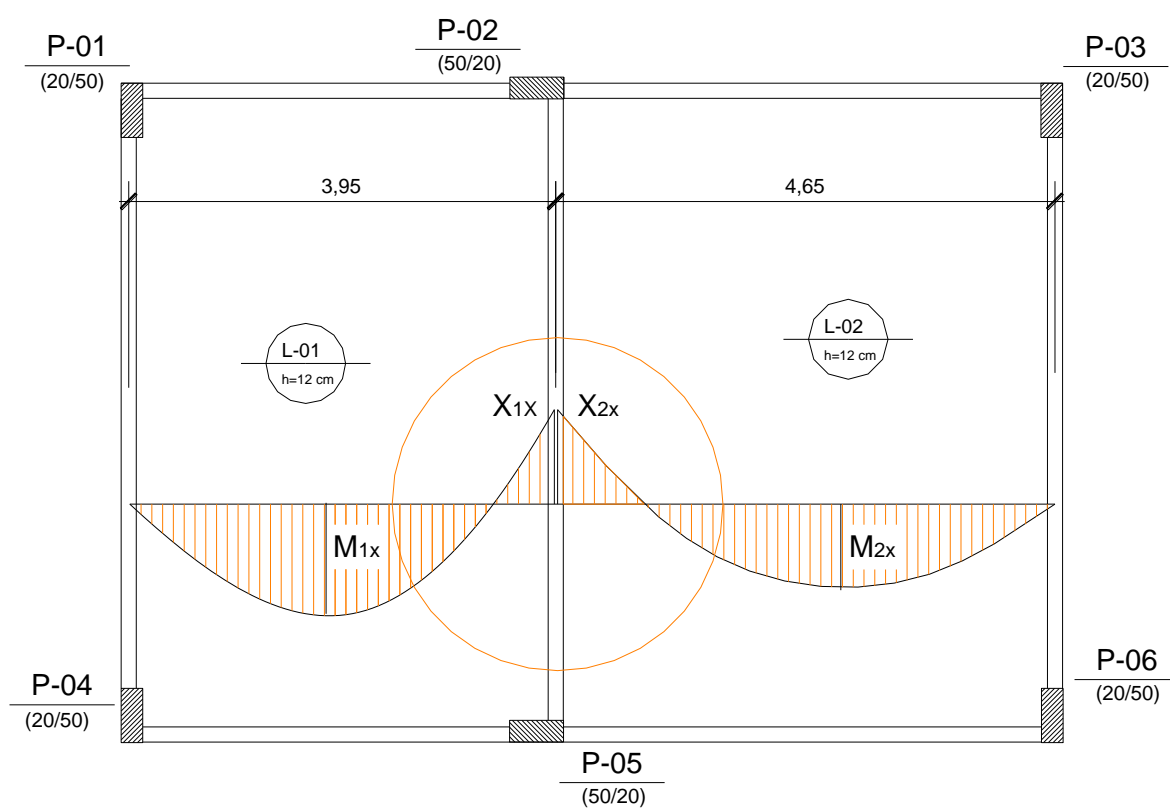


Figura 58. Lajes contínuas.

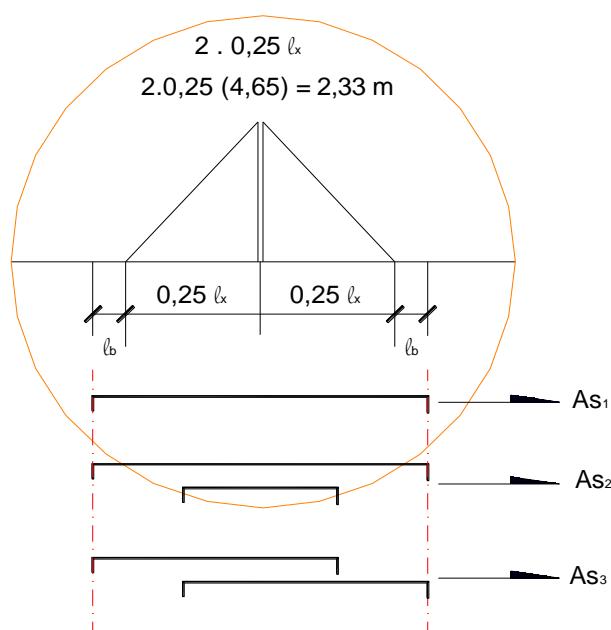


Figura 59. Diagrama triangular de momento fletor negativo entre duas lajes contínuas.

O triângulo tem a base com comprimento igual a $(2 \times 0,25l_x)$, onde l_x é o maior vão entre os vãos menores das duas lajes:

$$l_x \geq \begin{cases} l_{x1} \\ l_{x2} \end{cases}$$

A armadura negativa deve estender-se o comprimento de ancoragem básico (l_b) além da seção de momento fletor nulo, como indicado na Figura 59. Na Tabela 14 e Tabela 15 encontram-se os comprimentos de ancoragem para os aços CA-50 e CA-60 em função da resistência do concreto. O comprimento de ancoragem deve ser considerado com gancho, porque geralmente faz-se a barra com ganchos nas extremidades.

Na ausência de determinação das distribuições de momentos, desde que as vigas de apoio sejam suficientemente rígidas e que não seja necessário considerar a alternância de carga, pode-se dispor as armaduras de acordo com os arranjos mostrados na Figuras 59.

Tabela 15. Comprimento de ancoragem para aço CA-50.

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM ℓ_b (cm) para $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ e aço CA-50 nervurado																
CONCRETO																
ϕ (mm)	C-15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com
6,3	48	33	39	28	34	24	30	21	27	19	25	17	23	16	21	15
	33	23	28	19	24	17	21	15	19	13	17	12	16	11	15	10
8,0	61	42	50	35	43	30	38	27	34	24	31	22	29	20	27	19
	42	30	35	24	30	21	27	19	24	17	22	15	20	14	19	13
10	76	53	62	44	54	38	48	33	43	30	39	28	36	25	34	24
	53	37	44	31	38	26	33	23	30	21	28	19	25	34	24	17
12.5	95	66	78	55	26	47	60	42	54	38	49	34	45	32	42	30
	66	46	55	38	47	33	42	29	38	26	34	24	32	22	30	21
16	121	85	100	70	33	60	76	53	69	48	63	44	58	41	54	38
	85	59	70	49	60	42	53	37	48	34	44	31	41	29	38	27
20	151	106	125	87	42	75	95	67	86	60	79	55	73	51	68	47
	106	74	87	61	75	53	67	47	60	42	55	39	51	36	47	33
22.5	170	119	141	98	53	85	107	75	97	68	89	62	82	57	76	53
	119	83	98	69	85	59	75	53	68	47	62	43	57	40	53	37
25	189	132	156	109	59	94	119	83	108	75	98	69	91	64	85	59
	132	93	109	76	94	66	83	58	75	53	69	48	64	45	59	42
32	242	169	200	140	66	121	152	107	138	96	126	88	116	81	108	76
	169	119	140	98	121	84	107	75	96	67	88	62	81	57	76	53
40	303	212	250	175	84	151	191	133	172	120	157	110	145	102	136	95
	212	148	175	122	151	105	133	93	120	84	110	77	102	71	95	66

VALORES DE ACORDO COM NBR 6118/2014

No Superior: **Má Aderência** No Inferior: **Boa Aderência**

ℓ_b sem e com ganchos nas extremidades

$A_{s,ef}$: área de armadura efetiva

$A_{s,calc}$: área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo

$$\ell_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3\ell_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$\gamma_C = 1,4$ $\gamma_S = 1,15$.

Tabela 16. Comprimento de ancoragem para aço CA-60.

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM ℓ_b (cm) para $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ e aço CA-60 entalhado																
CONCRETO																
ϕ (mm)	C-15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com	sem	com
3.4	50	35	41	29	35	25	31	22	28	20	26	18	24	17	22	16
	35	24	29	20	25	17	22	15	20	14	18	13	17	12	16	11
4.2	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
	43	30	35	25	31	21	27	19	24	17	22	16	21	14	19	13
5.0	73	51	60	42	52	36	46	32	41	29	38	27	35	25	33	23
	51	36	42	30	36	25	32	23	29	20	27	19	25	17	23	16
6.0	88	61	72	51	62	44	55	39	50	35	24	32	42	29	39	27
	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
7.0	102	71	84	59	73	51	64	45	58	41	53	37	49	34	46	32
	71	50	59	41	51	36	45	32	41	28	37	26	34	24	32	22
8.0	117	82	96	67	83	58	74	51	66	46	61	42	56	39	52	37
	82	57	67	47	58	41	51	36	46	33	42	30	39	27	37	26
9.5	139	97	114	80	99	69	87	61	79	55	72	50	67	47	62	43
	97	68	80	56	69	48	61	43	55	39	50	35	47	33	43	30

VALORES DE ACORDO COM NBR 6118/2014

No Superior: **Má Aderência** No Inferior: **Boa Aderência**

ℓ_b sem e com ganchos nas extremidades

$A_{s,ef}$: área de armadura efetiva

$A_{s,calc}$: área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo

$$\ell_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3\ell_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$$

$\gamma_c = 1,4$ $\gamma_s = 1,15$.

8.REFERÊNCIAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. NBR 6118/2003.
- [2] CUNHA, A. J. P.; SOUZA, V. C. M. *Lajes em Concreto Armado e Protendido*. Niterói, Editora Universidade Federal Fluminense – EDUFF, 1994.
- [3] FUSCO, P. B. *Estruturas de Concreto. Fundamentos do Projeto Estrutural*. Vol.1 São Paulo, Ed. McGraw-Hill do Brasil, 1976.
- [4] FUSCO, P. B.; MARTINS, A. R.; ISHITANI, H. *Curso de Concreto Armado. Notas de Aula*. São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1990.
- [5] FUSCO, P. B. *Técnica de Armar as Estruturas de Concreto*. São Paulo, Ed. PINI Ltda.,1995.
- [6] GIONGO, J.S. *Concreto Armado: Projeto Estrutural de Edifícios*. São Carlos-SP. 2007.
- [7] MENDESISHITANI, H.; MARTINS, A.R.; PELLEGRINO NETO, J.; BITTENCOURT, T.N. *Estruturas de Concreto I* (Notas de Aula). Escola Politécnica – USP. 2001.
- [8] MENDES, M.; FERNANDES, M. B. H.; CASTILHO, P. P.; TAK, Y. J. *Curso de Estruturas de Concreto Armado – Projeto de Lajes. Notas de Aula*. São Paulo, Departamento de Engenharia Civil – Escola de Engenharia da Universidade Mackenzie, 1982.
- [9] SANTOS, L. M. *Edifícios de Concreto Armado*.