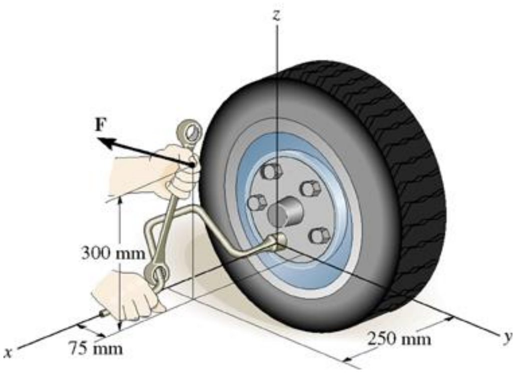
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA e TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE

DIRETORIA ACADÊMICA DE CONSTRUÇÃO CIVIL

TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES – MODALIDADE SUBSEQUENTE

ESTABILIDADE DAS CONSTRUÇÕES

MÓDULO 02 - MOMENTO DE UMA FORÇA



Apostila organizada por:

- Prof. Edilberto Vitorino de Borja

2016.2

MÓDULO 02 – MOMENTO DE UMA FORÇA

OBJETIVOS

Ao final deste módulo o aluno deverá ser capaz de:

- compreender o significado de momento de uma força e seus efeitos quando atua em um ponto situado em um corpo;
- determinar o momento de uma força (intensidade) em um determinado ponto material;
- determinar o momento resultante de um sistema de forças sobre um ponto material;
- compreender e aplicar a definição de transmissibilidade

1. MOMENTO DE UMA FORÇA

Quando uma força é aplicada a um corpo, ela produzirá uma tendência de rotação do corpo em torno de um ponto que *não está na linha de ação da força* (Figura 1). Essa tendência de rotação algumas vezes é chamada de *torque*, mas normalmente é denominada *momento de uma força*, ou simplesmente *momento*.

O *momento* de uma força em relação a um ponto (situado num corpo) é definido como o produto do módulo da força (***F***) pela distância do ponto à linha de ação da mesma (***d***), além da tendência dessa força ***F*** fazer girar um corpo rígido em torno de um eixo fixo (figura 1). O *momento* depende do módulo de ***F*** e da distância ***d*** de ***F*** em relação ao eixo fixo.

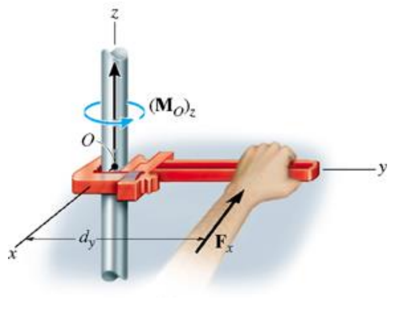


FIGURA 1. Momento de uma força (R.C. Hibeller)

A intensidade do momento é diretamente proporcional à intensidade de ***F*** e à distância perpendicular ou *braço do momento* ***d***. Quanto maior a força ou quanto mais longo o braço do momento, maior será o momento ou o efeito de rotação.

Se ***F*** for aplicado ao longo da chave (Figura 2), seu braço do momento será zero, uma vez que a linha de ação de ***F*** interceptará o ponto *O* (eixo z). Como resultado, o momento de ***F*** em relação a *O* também será zero e nenhuma rotação poderá ocorrer.

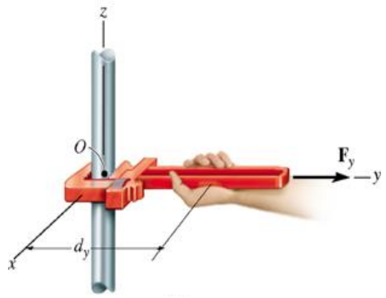


FIGURA 2. Força aplicada no sentido da sua linha de ação (R.C. Hibeller).

Considere uma força ***F*** que atua em um corpo rígido fixo no ponto ***O***, que estão situados no plano sombreado, como ilustrado na figura 3. O momento $\mathbf{M}_O$ em relação ao ponto ***O****,* ou ainda em relação a um eixo que passa por ***O*** perpendicularmente ao plano, é uma *quantidade vetorial*, uma vez que ele tem intensidade e direção específicas.

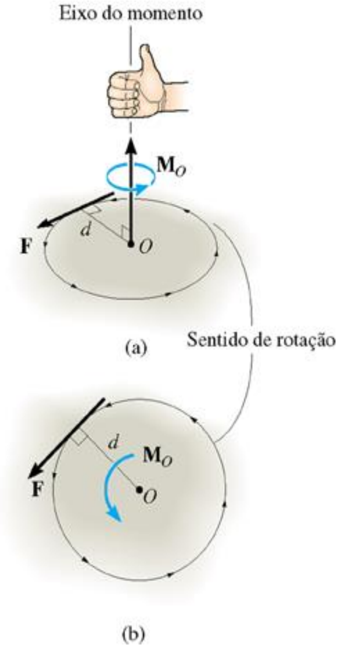


FIGURA 3. Momento de uma força (R.C.Hibbeler).

1.1 INTENSIDADE

A força ***F*** é representada por um vetor que define seu módulo, direção e sentido. O vetor ***d*** (chamado de *braço de momento* ou *braço de alavanca*) é a distância perpendicular de ***O*** à linha de ação ***F*** (no plano). Portanto, a intensidade de uma força ***F*** em relação a um ponto ***O*** é expresso por $M_O^F = F \times d$. As unidades da intensidade do momento consistem da força vezes a distância, ou seja, [N.m]; [kN.m]; [kgf.m], etc.

1.2 DIREÇÃO

A direção de $\mathbf{M}_O$ é definida pelo seu eixo do momento, que é perpendicular ao plano que contém a força ***F*** e seu braço do momento ***d***. A regra da mão direita usada para estabelecer o sentido da direção de $\mathbf{M}_O$. De acordo com essa regra, a curva natural dos dedos da mão direita, quando eles são dobrados em direção à palma, representa a tendência da rotação causada pelo momento. Quando essa ação é realizada, o polegar da mão direita dará o sentido direcional de $\mathbf{M}_O$ (Figura 3a).

Nota-se que o vetor do momento é representado tridimensionalmente por uma seta curvada em torno de uma seta. Em duas dimensões, esse vetor é representado apenas pela seta curvada (Figura 3b). Como, nesse caso, o momento tende a produzir uma rotação no sentido anti-horário, o vetor do momento está direcionado para fora da página.

2. MOMENTO RESULTANTE

Para problemas bidimensionais, em que todas as forças estão no plano *x-y* (Figura 4), o momento resultante $(\mathbf{M}_R)_O$ em relação ao ponto ***O*** (eixo *z*) pode ser determinado pela adição algébrica dos momentos causados no sistema por todas as forças.

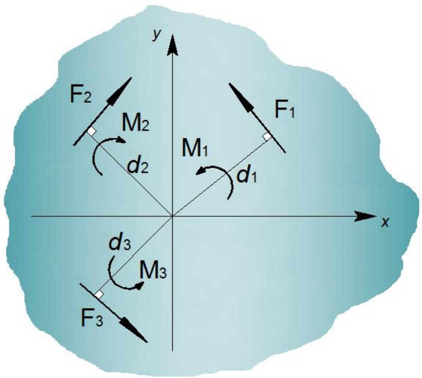


FIGURA 4.

Por <u>convenção</u>, adotaremos que os momentos positivos têm sentido anti-horário, direcionados ao longo do eixo positivo *z* (para fora da página). Momentos no sentido horário serão negativos. Desse modo, o sentido direcional de cada momento pode ser representado por um sinal de *mais* ou de *menos*. Usando essa convenção de sinais, o momento resultante na figura 4 é:

$$+ \quad (M_R)_O = \sum F.d$$

$$(M_R)_O = +F_1.d_1 - F_2.d_2 + F_3.d_3$$

Se o resultado numérico dessa soma for um escalar positivo, (**M**$_R$)$_O$ será um momento no sentido anti-horário (para fora da página); e se o resultado for negativo (**M**$_R$)$_O$ será um momento horário (para dentro da página).

3. MOMENTO DE UMA FORÇA – FORMULAÇÃO VETORIAL

O momento de uma força ***F*** em relação a um ponto ***O*** ou, mais exatamente em relação ao eixo do momento que passa por ***O*** e é perpendicular ao plano de ***O*** e ***F*** (Figura 5), pode ser expresso na forma de um produto vetorial, nominalmente,

$$\mathbf{M}_O = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

Nesse caso, ***r*** representa um vetor posição dirigido de ***O*** até algum ponto sobre a linha de ação de ***F***. Vamos mostrar agora que, de fato, o momento **M**$_O$ quando obtido por esse produto vetorial, possui intensidade e direção próprias.

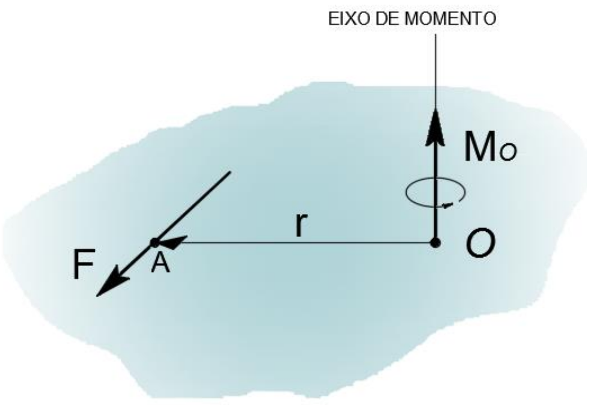


FIGURA 5.

3.1 INTENSIDADE

A intensidade do produto vetorial é definida pela equação $M_O^F = r.F sen\theta$. O ângulo $\boldsymbol{\theta}$ é medido entre as origens de ***r*** e ***F***. Para definir esse ângulo, ***r*** deve ser tratado como um vetor deslizante, de modo que $\boldsymbol{\theta}$ possa ser representado corretamente (Figura 6). Uma vez que o braço de momento $d = r.\, sen\theta$, então:

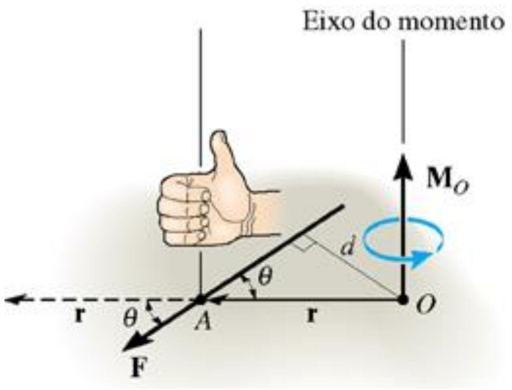


FIGURA 6.

$$M_O^F = r.Fsen\theta = F(r.sen\theta) = Fd$$

3.2 DIREÇÃO

A direção e o sentido de **M*O*** são determinados pela regra da mão direita do produto vetorial. Assim, deslizando ***r*** ao longo da linha tracejada e curvando os dedos da mão direita de ***r*** para ***F*** ("***r*** vetor de ***F***"), o polegar fica direcionado para cima ou perpendicular ao plano que contém ***r*** e ***F***, que está na mesma direção de **M*O***, o momento da força em relação ao ponto ***O*** da figura 8. Note que tanto a "curva" dos dedos, como a curva em torno do vetor de momento, indica o sentido da rotação causado pela força. Como o produto vetorial não obedece à propriedade comutativa, a ordem de **r** x **F** deve ser mantida para produzir o sentido da direção correta para **M*O***.

4. PRINCÍPIO DA TRANSMISSIBILIDADE

A operação do produto vetorial é frequentemente usada em três dimensões, já que a distância perpendicular ou o *braço do momento* do ponto ***O*** à linha de ação da força não é necessário. Em outras palavras, podemos usar qualquer vetor posição ***r*** medido do ponto ***O*** a qualquer ponto sobre a linha de ação da força ***F*** (Figura 7). Assim,

$$M_O = r_A \times F = r_B \times F = r_C \times F$$

Como ***F*** pode ser aplicado em qualquer ponto ao longo de sua linha de ação e ainda criar esse mesmo momento em relação ao ponto ***O***, então, ***F*** pode ser considerado como um *vetor deslizante*. Essa propriedade é chamada de *princípio da transmissibilidade* de uma força.

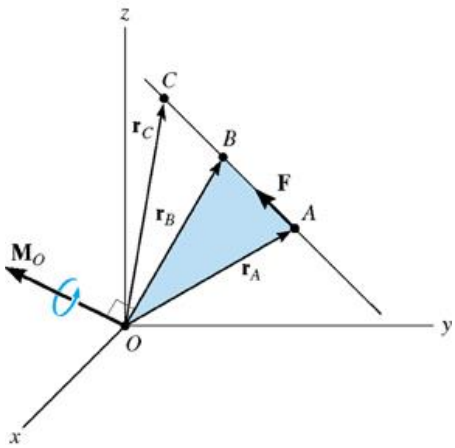


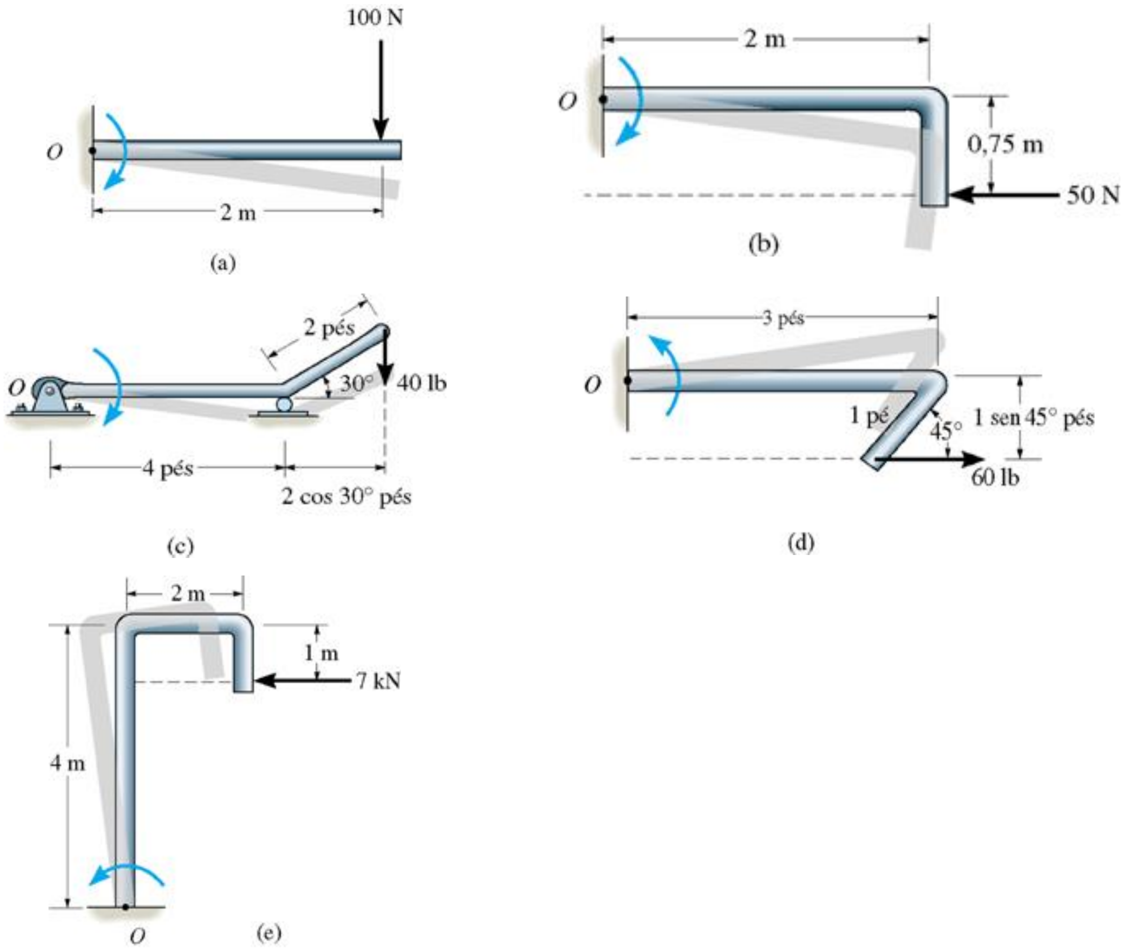
FIGURA 7.

REFERÊNCIAS:

HIBELLER, R.C. Estática: mecânica para engenharia. Tradução: Daniel Vieira. 12edição – São Paulo. Pearson Prentice Hall, 2011.

Exercícios:

❶. Determine o momento da força em relação ao ponto *O* para cada caso ilustrado na Figura 8.



❷. Determine o momento resultante das quatro forças que atuam na barra mostrada na Figura 9 em relação ao ponto *O*.

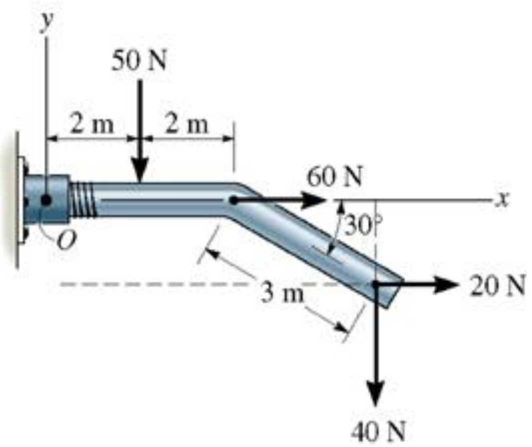


FIGURA 9.