

Exemplo 21.5

MÓDULO DO CAMPO ELÉTRICO DE UMA CARGA PUNTIFORME

Calcule o módulo do campo elétrico de uma carga puntiforme $q = 4,0 \text{ nC}$ em um ponto do campo situado a uma distância de $2,0 \text{ m}$ da carga. (A carga puntiforme pode ser qualquer objeto pequeno carregado com a carga q , desde que as dimensões do objeto sejam muito pequenas em comparação à distância entre o objeto e o ponto do campo.)

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR: este problema usa a expressão para o campo elétrico em função de uma carga puntiforme.

PREPARAR: como conhecemos o módulo da carga e a distância entre o objeto e o ponto do campo, usamos a Equação (21.6) para calcular o módulo do campo E .

EXECUTAR: de acordo com a Equação (21.6),

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{4,0 \times 10^{-9} \text{ C}}{(2,0 \text{ m})^2} \\ &= 9,0 \text{ N/C} \end{aligned}$$

AVALIAR: para conferir nosso resultado, usamos a definição de campo elétrico como a força elétrica por unidade de carga. Podemos inicialmente usar a lei de Coulomb, Equação (21.2), para calcular o módulo F_0 da força sobre uma carga de teste q_0 colocada a uma distância de $2,0 \text{ m}$ de q :

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qq_0|}{r^2} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{4,0 \times 10^{-9} \text{ C} |q_0|}{(2,0 \text{ m})^2} \\ &= (9,0 \text{ N/C}) |q_0| \end{aligned}$$

Então, de acordo com a Equação (21.3), o módulo de \vec{E} é dado por

$$E = \frac{F_0}{|q_0|} = 9,0 \text{ N/C}$$

Como q é positiva, a *direção* do campo \vec{E} nesse ponto segue ao

Então, de acordo com a Equação (21.3), o módulo de \vec{E} é dado por

$$E = \frac{F_0}{|q_0|} = 9,0 \text{ N/C}$$

Como q é positiva, a *direção* do campo \vec{E} nesse ponto segue ao longo da reta que une as cargas de q para a carga q_0 , como indica a Figura 21.17b. Contudo, o módulo, a direção e o sentido de \vec{E} não dependem do sinal de q_0 . Você sabe por quê?

Exemplo 21.6

VETOR DO CAMPO ELÉTRICO DE UMA CARGA PUNTIFORME

Uma carga puntiforme $q = -8,0 \text{ nC}$ está localizada na origem. Determine o vetor do campo elétrico para o ponto do campo $x = 1,2 \text{ m}$, $y = -1,6 \text{ m}$.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR: neste problema devemos encontrar o *vetor* \vec{E} do campo elétrico em função de uma carga puntiforme. Logo, precisamos obter os componentes de \vec{E} ou seu módulo, direção e sentido.

PREPARAR: a Figura 21.19 mostra a situação. A forma vetorial do campo elétrico é dada pela Equação (21.7). Para usar essa equação, primeiro achamos a distância r entre o ponto do campo P e o ponto da fonte S (a posição da carga q), bem como o vetor unitário \hat{r} que aponta no sentido de S para P .

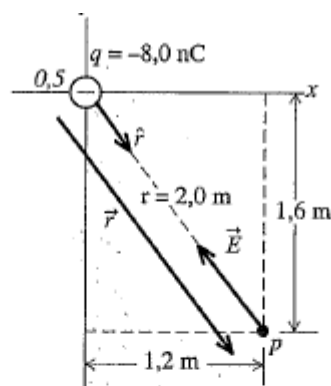


Figura 21.19 Nossa esquematização do problema.

EXECUTAR: a distância da carga no ponto da fonte S (que neste caso está na origem O) para o ponto do campo P é

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1,2 \text{ m})^2 + (-1,6 \text{ m})^2} = 2,0 \text{ m}$$

O vetor unitário \hat{r} está orientado do ponto da fonte para o ponto do campo. Ele equivale ao deslocamento do \vec{r} desde o ponto da fonte até o ponto do campo (na Figura 21.19, foi deslocado para o lado, para não ocultar os demais vetores), dividido por seu módulo r :

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{r}$$

$$= \frac{(1,2 \text{ m})\hat{i} + (-1,6 \text{ m})\hat{j}}{2,0 \text{ m}} = 0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}$$

Logo, o vetor do campo elétrico é dado por

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \\ &= (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(-8,0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(2,0 \text{ m})^2} (0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}) \\ &= (-11 \text{ N/C})\hat{i} + (14 \text{ N/C})\hat{j}\end{aligned}$$

Exemplo 19.3 Campo Elétrico de um Dipolo

Um dipolo elétrico é constituído por uma carga pontual q e por uma carga pontual $-q$ separadas por uma distância de $2a$, como na Figura 19.12. Como veremos em capítulos posteriores, os átomos e as moléculas neutras comportam-se como dipolos quando colocados em um campo elétrico externo. Além disso, muitas moléculas, tais como HCl, são dipolos permanentes. (A molécula de HCl pode ser modelada efetivamente como um íon H^+ combinado com um íon Cl^- .) O efeito desses dipolos no comportamento dos materiais submetidos a campos elétricos é discutido no Capítulo 20. (a) Encontre o campo elétrico \mathbf{E} devido ao dipolo ao longo do eixo y no ponto P , que está a uma distância y da origem. (b) Encontre o campo elétrico para pontos $y \gg a$ que estão muito afastados do dipolo.

Solução (a) Em P , os campos \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 devidos às duas partículas têm módulos iguais, pois P está equidistante das duas cargas. O campo total em P é $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$, onde as magnitudes dos campos são

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{y^2 + a^2}$$

As componentes y de \mathbf{E}_1 e de \mathbf{E}_2 são iguais em módulo e opostas no sinal, logo, se anulam. As componentes x são iguais e se adicionam, pois têm o mesmo sinal. O campo total \mathbf{E} , conseqüentemente, é paralelo ao eixo x e tem uma magnitude

$$E = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \cos \theta$$

A partir da Figura 19.12, vemos que $\cos \theta = a/r = a/(y^2 + a^2)^{1/2}$. Conseqüentemente,

$$\begin{aligned}E &= 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \cos \theta = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{a}{(y^2 + a^2)^{1/2}} \\ &= k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}}\end{aligned}$$

(b) A equação precedente fornece o valor do campo elétrico para todos os valores de y . Para pontos afastados do dipolo,

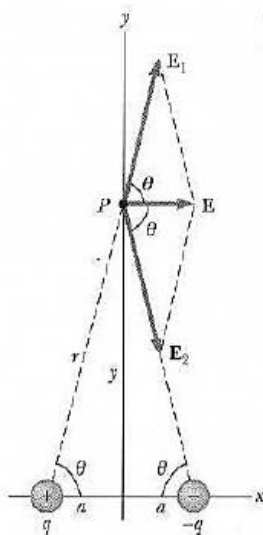


Figura 19.12

(Exemplo 19.3) O campo elétrico total \mathbf{E} em P devido a duas cargas iguais e opostas (um dipolo elétrico) é igual à soma vetorial $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. O campo \mathbf{E}_1 é devido à carga positiva q , enquanto \mathbf{E}_2 é o campo devido à carga negativa $-q$.

para os quais $y \gg a$, podemos desprezar a^2 no denominador e escrever

$$E \approx k_e \frac{2qa}{y^3}$$

Assim, vemos que ao longo do eixo y o campo de um dipolo em um ponto distante varia como $1/r^3$, enquanto o campo de uma carga pontual varia mais lentamente como $1/r^2$. (Nota: Na geometria deste exemplo, $r = y$.) Isso ocorre porque, em pontos distantes, os campos das duas cargas no dipolo quase se anulam. A variação $1/r^3$ em E para o dipolo é obtida também para um ponto distante ao longo do eixo x (Problema 15) e para um ponto distante geral.

EXERCÍCIO Um pedaço de folha de alumínio de massa $5,0 \times 10^{-2} \text{ kg}$ é suspenso por um fio em um campo elétrico orientado verticalmente para cima. Se a carga na folha for $3,0 \mu\text{C}$, encontre a intensidade do campo que reduzirá a zero a tensão no fio.

Resposta $1,6 \times 10^5 \text{ N/C}$

EXERCÍCIO O núcleo de um átomo de hidrogênio, um próton, cria um campo elétrico. A distância média entre o próton e o elétron de um átomo de hidrogênio é de aproximadamente $5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$. Qual é a magnitude do campo elétrico a essa distância do próton?

Resposta $5,1 \times 10^{11} \text{ N/C}$