REMat
Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

Da Multiplicação ao Conceito de Área: Teoremas-em-Ação mobilizados por estudantes do Ensino Fundamental

Bruno Cesar Alonso[1]
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Marli Schmitt Zanella[2]
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Luciano Carvalhais Gomes[3]
Universidade Estadual de Maringá – UEM

RESUMO

Este estudo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado e tem por objetivo identificar e analisar os teoremas-em-ação, verdadeiros ou falsos, mobilizados por estudantes na resolução de um problema envolvendo área. A investigação baseou-se na análise de protocolos escritos e gravações de áudios de vinte e cinco alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O instrumento de pesquisa utilizado para a constituição de dados consistiu em uma situação-problema relacionada à classe Produto Cartesiano, cuja ideia remete à configuração retangular. Apoiados na Teoria dos Campos Conceituais, a análise dos dados seguiu uma abordagem descritiva e predominantemente interpretativa, permitindo identificar e examinar os teoremas-em-ação evocados nas estratégias de resolução adotadas pelos estudantes. Os resultados indicaram a mobilização de um teorema-em-ação verdadeiro e sete falsos. Essas manifestações evidenciam o desconhecimento do aspecto bilinear do conceito de área, bem como as fragilidades no processo de formalização desse conceito. Sob um ponto de vista didático, são sugeridas estratégias pedagógicas para mitigar as dificuldades conceituais dos alunos em problemas que envolvem configurações retangulares com o todo desconhecido.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Configuração retangular; Conceito de área.

From Multiplication to the Concept of Area: Theorems-in-Action mobilized by elementary school students

ABSTRACT

This study presents part of the results of a master's degree research project and aims to identify and analyze the theorems-in-action, true or false, mobilized by students in solving a problem involving area. The investigation was based on the analysis of written protocols and audio recordings of twenty-five students in the 6th grade of Elementary School. The research instrument used to compose the data consisted of a problem situation related to the Cartesian Product class, whose idea refers to the rectangular configuration.

Submetido em: 18/09/2024 **Aceito em:** 04/03/2025 **Publicado em:** 17/03/2025

[1] Mestre em Educação Para a Ciência e o Ensino de Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6545-3340. Lattes: http://lattes.cnpq.br/9335800576211543. E-mail: brunocesaralonso@gmail.com.

[2] Doutora em Educação Para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1621-9934. Lattes: http://lattes.cnpq.br/0294897833824760. E-mail: mszanella@uem.br.

[3] Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2005-9224. Lattes: http://lattes.cnpq.br/6562700186430635. E-mail: lcgomes2@uem.com.

Supported by the Theory of Conceptual Fields, the data analysis followed a descriptive and predominantly interpretative approach, allowing the identification and examination of the theorems-in-action evoked in the resolution strategies adopted by the students. The results indicated the mobilization of one true theorem-in-action and seven false ones. These manifestations demonstrate the lack of knowledge of the bilinear aspect of the concept of area, as well as the weaknesses in the process of formalizing this concept. From a didactic point of view, pedagogical strategies are suggested to mitigate students' conceptual difficulties in problems involving rectangular configurations with the unknown whole.

Keywords: Mathematics Education; Theory of Conceptual Fields; Rectangular Configuration; Concept of Area.

De la multiplicación al concepto de área: teoremas en acción movilizados por estudiantes de primaria

RESUMEN

Este estudio presenta parte de los resultados de una investigación de maestría y tiene como objetivo identificar y analizar los teoremas en acción, verdaderos o falsos, movilizados por los estudiantes para resolver un problema que involucra un área. La investigación se basó en el análisis de protocolos escritos y grabaciones de audio de veinticinco estudiantes del 6to año de Educación Primaria. El instrumento de investigación utilizado para crear datos consistió en una situación problemática relacionada con la clase Producto Cartesiano, cuya idea hace referencia a la configuración rectangular. Apoyado en la Teoría de Campos Conceptuales, el análisis de datos siguió un enfoque descriptivo y predominantemente interpretativo, permitiendo la identificación y examen de los teoremas-en-acción evocados en las estrategias de resolución adoptadas por los estudiantes. Los resultados indicaron la movilización de un teorema en acción verdadero y siete falsos. Estas manifestaciones resaltan el desconocimiento sobre el aspecto bilineal del concepto de área, así como las debilidades en el proceso de formalización de este concepto. Desde un punto de vista didáctico, se sugieren estrategias pedagógicas para mitigar las dificultades conceptuales de los estudiantes en problemas que involucran configuraciones rectangulares con un todo desconocido.

Palabras clave: Educación Matemática; Teoría Conceptual de Campos; Configuración rectangular; Concepto de área.

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) regulamenta os processos educacionais e as aprendizagens essenciais em cada nível de ensino da Educação Básica. No Ensino Fundamental, o componente curricular de Matemática é estudado por meio de áreas como a Aritmética, a Álgebra, a Geometria, as Grandezas e Medidas e a Estatística e Probabilidade, as quais podem estar articuladas a fim de que seja facilitada a compreensão, pelo estudante, do mundo a sua volta, utilizando-as para resolver problemas.

Nesse sentido, não basta que os problemas enfrentados pelos estudantes sejam contextualizados, estes devem, de acordo com preceitos da BNCC, ser ricos conceitualmente, promovendo o desenvolvimento do “[...] raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (Brasil, 2018, p. 267).

Assim, entendemos que a construção de um conceito é um processo que envolve filiações e rupturas, defendemos a manifestação simultânea de duas categorias de pensamento: as formas operatória e predicativa do conhecimento. Conforme Alonso

(2024), a primeira emerge das operações mentais que o estudante organiza e reorganiza para realizar determinada ação diante de uma situação. Enquanto a segunda permite que o aluno expresse seus conhecimentos matemáticos por meio de objetos, propriedades e relações.

Relacionado aos problemas geométricos, a pesquisa de Teles (2007) investigou imbricações entre campos conceituais da matemática na formulação e no tratamento de problemas que envolvem fórmulas de figuras geométricas planas. A autora identificou as confusões entre os conceitos de área e perímetro por meio de teoremas-em-ação, trazendo as principais razões que levaram os alunos a cometer tais equívocos.

Na mesma perspectiva, com respaldo da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), esta pesquisa teve por objetivo identificar e analisar os teoremas-em-ação, verdadeiros ou falsos, mobilizados pelos estudantes em uma situação-problema envolvendo área. Participaram 25 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

O problema selecionado para constituição dos dados deste artigo tratou-se da ideia de configuração retangular que integra o Campo Conceitual de Geometria e Grandezas e Medidas. Nesse sentido, buscamos apresentar, neste estudo, a mobilização de invariantes operatórios evocados dos protocolos escritos e diálogos realizados dos estudantes sob o olhar direcionado aos teoremas-em-ação, verdadeiros ou falsos, que emergiram das produções dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), idealizada pelo pesquisador, professor e psicólogo francês Gérard Vergnaud, trata-se de um aporte teórico "[...] muito rico para compreender, explicar e investigar alguns aspectos do processo de aprendizagem" (Gomes; Carvalho, 2022, p. 103).

Essa teoria pode ser entendida como "[...] uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual" (Vergnaud, 1993, p. 1). Para o autor, a teoria se concentra na construção e no desenvolvimento do conhecimento conceitual pelo indivíduo. Moreira (2002) complementa essa perspectiva ao destacar que a conceitualização está no cerne da cognição.

No âmbito da teoria *vergnaudiana*, um campo conceitual é definido como "[...] um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão" (Vergnaud, 1990a, p. 62, tradução nossa). Nesse contexto, o Campo Conceitual Multiplicativo abrange situações que envolvem os conceitos de "[...] proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, etc." (Vergnaud, 1990b, p. 147-148).

Em relação ao produto de dimensões, mencionado no parágrafo anterior, o aspecto bidimensional ou bilinear do conceito de área situa-se no Campo Conceitual das Grandezas Geométricas. Isso significa que o campo numérico, geométrico e das grandezas devem estar articulados, haja vista que as "[...] grandezas são entendidas como propriedades dos objetos. As medidas quantificam as grandezas e são essenciais para a interpretação de fenômenos do mundo físico e social" (Teles 2007, p. 38).

Somado a isso, a pesquisadora discute, em seu estudo, as confusões entre os conceitos de área e perímetro cometidos pelos estudantes, uma vez que esses conceitos se distinguem nos seguintes aspectos: a área está associada à região superficial da figura geométrica, enquanto o perímetro corresponde ao seu contorno; as dimensões de cada um desses objetos matemáticos exigem unidades adaptadas às medidas de área e de perímetro; o uso de fórmulas para calcular área e perímetro de figuras geométricas, que não variam na mesma proporção, pois as figuras geométricas de mesma área podem representar perímetros diferentes e vice-versa (Teles, 2007).

Diante dessa breve discussão conceitual sobre ideias matemáticas e entendendo a conceitualização como um processo, Vergnaud (1990a; 1993; 2013) considera que um conceito (C) é formado pela tríade (S, I, R). Nessa estrutura, S representa as situações que dão sentido ao conceito, I compreende os invariantes operatórios que estabelecem objetos, propriedades e relações para lidar com essas situações, e R diz respeito às formas de linguagem que permitem representar as situações. De acordo com Zanella (2016), a ocorrência simultânea desses três elementos é fundamental para a formação de um conceito.

Em relação aos invariantes operatórios (I), chamamos a atenção para os conceitos-em-ação sendo os conhecimentos pertinentes à ação do sujeito, e os teoremas-em-ação como uma relação proposicional de valor lógico verdadeiro ou falso (Vergnaud, 1993). Neste estudo, tais invariantes permitem identificar as fragilidades e potencialidades que os estudantes trazem em seu repertório de esquemas sobre o conceito de área de retângulo.

No conjunto das representações (R), a linguagem exerce papel fundamental na conceitualização, pois permite que o sujeito enfrente determinada situação e expresse suas operações mentais (forma operatória do conhecimento) a partir de desenhos, símbolos, sentenças matemáticas, entre outras formas de representação (forma predicativa do conhecimento). Para Vergnaud (2013), a forma operatória do conhecimento compreende as competências para agir e obter êxito em uma situação, enquanto a forma predicativa diz respeito às concepções cujas manifestações de linguagem podem ser expressas por palavras e representações simbólicas (Gitirana *et al*., 2014).

Ainda que haja hiatos entre essas duas categorias de pensamento, podemos dizer que são indissociáveis para o processo de conceitualização. Por isso, neste trabalho, são identificados e analisados os teoremas-em-ação, verdadeiros ou falsos, mobilizados pelos estudantes em uma situação-problema envolvendo o conceito de área a partir da manifestação das formas operatória e predicativa do conhecimento.

METODOLOGIA

Para o desenvolvimento desta pesquisa, adotamos uma abordagem qualitativa, seguindo os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994). A produção de dados ocorreu em ambiente de sala de aula regular com a participação de 25 estudantes de uma turma[4] de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do noroeste do Paraná. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu no início do ano letivo de 2023.

Os dados foram constituídos a partir de: (i) registros escritos produzidos pelos alunos ao resolverem cinco (5) situações-problema em sala de aula, das quais apenas uma é descrita neste artigo; (ii) gravações de áudios produzidas pelos participantes em seus respectivos grupos; (iii) gravação de áudio realizada pelo pesquisador além dos diários de campo com observações da implementação.

Em um estudo mais amplo, as situações-problemas que compõem o instrumento de pesquisa, elaboradas pelos autores, envolvem o Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa e contemplam as classes de combinatória, comparação multiplicativa e configuração retangular. Neste artigo, analisamos os dados referentes às respostas dos alunos de apenas uma (1) situação-problema do Campo Conceitual das Grandezas Geométricas, especificamente no contexto de configuração retangular.

[4] A pesquisa desenvolvida ocorreu após a aprovação no Comitê de Ética em Pesquisa (COPEP) da Universidade Estadual de Maringá.

Para a análise das produções dos estudantes, as seguintes etapas foram realizadas pelos pesquisadores: (i) agrupamento das resoluções com base na similaridade das estratégias utilizadas pelos grupos; e (ii) análise dos conceitos-em-ação e teoremas-em-ação mobilizados nessas estratégias, conforme os pressupostos da TCC.

Para melhor compreensão de nossa análise, os estudantes foram organizados em cinco grupos com quatro integrantes, um trio e uma dupla, identificados no corpo do texto por grupo (G) e aluno (A). O grupo G1 é composto por 4 alunos (A1, A2, A3 e A4); o G2 por 4 alunos (A5, A6, A7 e A8); o G3 por 4 alunos (A9, A10, A11 e A12); o G4 por 3 alunos (A13, A14 e A15); o G5 por 4 alunos (A16, A17, A18 e A19); o G6 por 2 alunos (A20 e A21); e o G6 por 4 alunos (A22, A23, A24 e A25). Na próxima seção, apresentamos as análises dos dados da pesquisa.

ANÁLISE E DISCUSSÕES

A situação-problema envolvendo a configuração retangular traz dados para além do produto de duas grandezas. O cálculo a ser realizado pode envolver tanto a multiplicação quanto a divisão, dependendo da estratégia utilizada pelos grupos. A seguir, apresentamos o Quadro 1, que ilustra o enunciado da situação, a resolução esperada e o esquema sagital de Vergnaud (2009), pelo diagrama de dupla proporcionalidade.

Quadro 1 – Situação envolvendo área

<table>
<tr><td colspan="2">Enunciado: Uma das medidas indicadas pelo Ministério da Saúde no combate à propagação do Covid-19 é manter o distanciamento social. Para a segurança da população, a recomenda-se manter, de outra pessoa, a distância de pelo menos 1 metro. Considere que 9 moradores serão atendidos, por 1 profissional da saúde, em uma sala que possui formato retangular com 8 metros de comprimento e 6 metros de largura. Sabendo que cada pessoa deve ocupar 4 m² do espaço disponível, a área desta sala é suficiente para manter todas as pessoas em segurança, conforme as orientações do Ministério da Saúde?</td></tr>
<tr><th>Resolução esperada</th><th>Esquema Sagital</th></tr>
<tr><td>A área retangular pode ser calculada por meio da multiplicação do comprimento pela largura, isto é: 8 m × 6 m = 48 m². Há 9 moradores e 1 profissional da saúde, totalizando 10 pessoas que ocupam 40 m² de área, pois 10 moradores × 4 m² = 40 m². Logo, área de 48 m² é suficiente para a segurança de todas as pessoas.</td><td>
<table>
<tr><th></th><th colspan="8">Comprimento (m)</th></tr>
<tr><th>Largura (m)</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td></tr>
<tr><td></td><th colspan="8">Área (m²)</th></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Conforme as contribuições de Gitirana *et al.* (2014), à medida que fixamos o comprimento e alteramos a largura, ou vice-versa, modificamos a extensão, isto é, a área da região retangular. Vale lembrar que a proposta de resolução apresentada no Quadro 1 não é única, permitindo que os grupos explorem diferentes caminhos na elaboração de suas estratégias.

Nesse caso, esperava-se que os grupos tivessem noções de medida de comprimento, medida de área e fórmulas para cálculo da área de um retângulo. Embora o cálculo da área do retângulo, dado pelo produto entre a medida do comprimento e a medida da largura, pareça simples, a compreensão de seu significado pode ser mais complexa. Isso implica que os estudantes podem ter dificuldades em visualizar quanto 4 m^2 ocupa do espaço da sala, bem como interpretar corretamente a notação (m^2). Como se trata de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, em início de ano letivo, o conteúdo sobre unidade de medida de área não havia sido trabalhado até o momento, o que pode ter gerado alguns equívocos sobre esse conceito.

Gitirana *et al.* (2014) pontuam que situações desse tipo não fazem parte de problemas protótipos[5], pois se aproximam do desenvolvimento de situações que envolvem proporcionalidade. Vergnaud (2009, p. 259) acrescenta que "[...] o produto de medidas não é bem compreendido pelas crianças a não ser quando elas o analisam como uma dupla proporcionalidade".

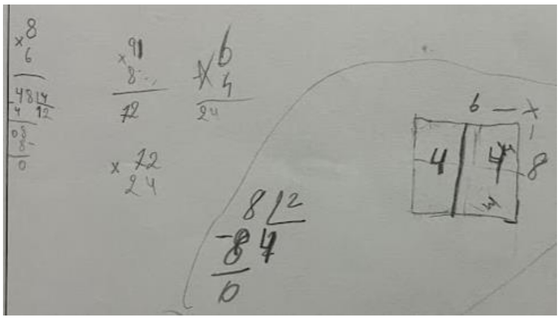
A par disso, as variáveis didáticas[6] identificadas nessa situação quanto a classe, a ordem numérica e o tipo de representação, são, respectivamente: Produto Cartesiano: Organização Retangular – com o todo desconhecido, classe simples (unidade e dezena) e a linguagem natural como o tipo de representação do problema.

Diante disso, apresentamos a análise descritiva e interpretativa dos dados relativos ao problema de área, que permitiu identificar os teoremas-em-ação manifestados pelos participantes. A seguir, o Quadro 2 mostra a resolução do grupo G1 para essa situação-problema.

Quadro 2 – Resolução apresentada por G1

Resolução	**Transcrição da resposta**

[5] Problemas que os alunos apresentam um bom desempenho desde o início do estudo da multiplicação (Gitirana *et al*., 2014).
[6] São ingredientes importantes que auxiliam na escolha e elaboração da situação-problema em destaque.

	“Observamos os 2 lados, deduzimos que 1 metro = 1 metro quadrado, então chegamos ao resultado que só cabe 1 pessoa, e que 2 pessoas ocupa todo o espaço. E não dá 1 metro de distanciamento”.

Fonte: Produções de G1.

O grupo G1, inicialmente, mostra compreensão do problema ao discutir uma estratégia de resolução considerada adequada, como ilustramos no diálogo a seguir:

A4: *<u>Olha como eu pensei, se têm 8 metros e 6 metros, é só fazer 8 vezes 6 dividido por 4</u>.*
[...]
A3: *4 metros quadrados, cada pessoa ocupa 4 metros quadrados.*

A fala de A4 expressa conhecimentos matemáticos adequados para a situação dada, ao considerar calcular a área da sala retangular (6 m × 8 m = 48 m²) e dividir pelo espaço que cada pessoa ocupa da sala, conforme a resolução esperada – apresentada no Quadro 1. Durante a interação entre o G1, o aluno A4 enuncia: “[...] *<u>se tem 8 metros e 6 metros, é só fazer 8 vezes 6</u>* [...]*”*. Dos protocolos escritos e dessa sentença sublinhada, percebemos que a área da sala pode ser obtida pelo produto entre suas dimensões, isto é, comprimento e largura, conforme apresentado nas produções de G1.

Tal expressão apresenta a mobilização de TAV1[7] para essa situação. Sendo assim, modelamos a situação ao considerar este raciocínio: “se 8 metros é a medida de comprimento e 6 metros é a medida da largura, então a área é obtida pela multiplicação entre essas duas medidas”. Para isso, consideramos a sendo o comprimento, b a largura e o produto $a \times b$ a área da sala, conforme apresentado abaixo.

TAV1: Seja ABCD um retângulo cujo comprimento mede a e a largura mede b, com $a, b \in \mathbb{N}^*$, então a área da região retangular é dada pelo produto $a \times b$.

A partir da mobilização de TAV1, constatamos a medida de comprimento, a medida de área como uma grandeza bidimensional, o cálculo de área por meio do uso de

[7] Utilizaremos a sigla TAV para indicar a mobilização de um teorema-em-ação verdadeiro.

fórmulas como um conceito-em-ação relevante para a resolução adequada da situação-problema. De acordo com a pesquisa de Teles (2007), a mobilização de TAV1 também ocorreu nos testes aplicados pela pesquisadora, embora não tenha sido modelada. Além disso, esse mesmo TAV1 foi recorrentemente observado na análise dos dados produzidos pelo grupo G3.

O diálogo a seguir, entre A1, A2 e A3, evidencia o cálculo da área do retângulo como a medida de uma das dimensões, no caso, o comprimento.

A3*: 4 metros quadrados, cada pessoa ocupa 4 metros quadrados.*
A1*: <u>Tem 8 metros quadrados</u>.* [Sala da UBS]
A2*: <u>Cada um usa metade da sala</u>.*

Neste caso, o aluno A1 comete um equívoco ao trocar a unidade de medida de comprimento (m) pela unidade de medida de área (m²). Além disso, o diálogo aponta para o indicativo de mobilização de TAF1[8], uma vez que os alunos compreendem que a área de um retângulo equivale ao seu comprimento. A seguir, modelamos esse raciocínio mediante a sentença: "se a figura tem formato retangular, então a área equivale ao comprimento de um dos lados".

TAF1: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área pode ser obtida a partir do comprimento de um de seus lados.

De acordo com a pesquisa de Teles (2007), a autora identificou que esse invariante operatório se refere à "[...] área de uma figura geométrica plana corresponde ao comprimento de um de seus lados ou ao comprimento de algum elemento da figura" (Teles, 2007, p. 184). Para a autora, os alunos possuem dificuldades em assimilar o aspecto bilinear relacionado ao conceito de área.

A mobilização de TAF1 indica a presença de um conceito-em-ação não relevante para a essa situação em que a medida de área é obtida a partir de um dos lados do retângulo. Esse teorema foi evocado apenas pelo G1.

Durante a aplicação, o Pesquisador|Professor notou que os alunos estavam com dúvidas a respeito do enunciado e caminhou em direção ao grupo. O diálogo abaixo apresenta momentos da intervenção realizada diante das inquietações do G1.

[8] Utilizamos a sigla TAF para indicar a mobilização de um teorema-em-ação falso.

A2*:* [...] *cada pessoa ocupa 4 metros e tem 8 metros a sala*.
Pesquisador|Professor*: 8 metros? Esses 8 metros da sala é de que?*
A2*: 8 metros de comprimento e 6 de largura, e cada pessoa ocupa 4 metros, 4 metros de que?*
Pesquisador|Professor*: 4 metros? Quadrados!*
[...]
A4*: E se for 8 mais 6 ao invés de vezes? Tipo assim, dá 14.*
[...]
A1*: Mas 14 vezes 2 é quanto A2?*
[...]
A4*: 28.*

Do raciocínio mobilizado por G1, podemos considerar que o valor obtido para a área da sala (28) seria dividido pelo número de moradores (9) que estavam na UBS, a fim de determinar quanto espaço cada morador ocupava. Porém, essa informação já estava explícita na própria situação. Além disso, o total de pessoas presentes na sala é 10, e não 9, pois os alunos não perceberam que o profissional da saúde também deveria ser incluído na contagem, conforme o enunciado.

A fala de A4 apresenta indicativos de mobilização de um TAF2 ao mencionar: "*E se for 8 mais 6 ao invés de vezes? Tipo assim, dá 14*". Isso indica que o raciocínio de A4 contabilizou somente a metade da área da sala, em vez da área total, segundo o raciocínio de G1. Diante disso, o aluno A1 propôs dobrar o valor de 14 m (8m + 6m) para incluir os outros dois lados do retângulo, chegando a 28 m. No entanto, esse valor corresponde, na verdade, ao perímetro da sala, e não à sua área.

Dessa estratégia, podemos indicar a mobilização de um invariante operatório em meio à confusão entre os conceitos de área e de perímetro de um retângulo. No diálogo acima, o grupo G1 expõe que a área de um retângulo é dada pela soma das medidas de todos os lados, também identificado no estudo de Teles (2007). Sendo assim, modelamos o TAF2 ao considerar esses equívocos de G1, conforme apresentado abaixo:

TAF2: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área da região retangular equivale à soma das medidas dos lados.

De acordo com a pesquisa de Teles (2007), os alunos possuem dificuldades em compreender que o contorno e a superfície de uma figura geométrica são objetos matemáticos distintos, fato que pode trazer complicações em relação ao uso da medida de área. A partir da mobilização de TAF2, identificamos que a determinação da medida de área com base em seu perímetro constituiu um conceito-em-ação não relevante para solução do problema. Vale pontuar que esse teorema também foi identificado na análise de G2.

A seguir, esses elementos podem ser notados nos excertos dos diálogos entre A1 e A2, ao tentarem compreender o conceito de metro quadrado.

> **A1***: Vamos pensar assim, 1 metro quadrado corresponde a...?*
> **A2***: <u>Eu não sei o que é metro quadrado, cara</u>!*
> **[...]**
> **A3***: <u>Cada pessoa ocupa metade</u>.*
> **A2***: <u>Cada pessoa ocupa metade da sala</u>.*
> **A1***: <u>Então, aqui são 4</u>.* [...] *<u>É, metade, né? De 8, é 4!</u>*
> **A2***:* [...] *<u>Cada lado tem 4, que é 8 no total. Então, cada pessoa ocupa metade dessa sala aqui</u>.*

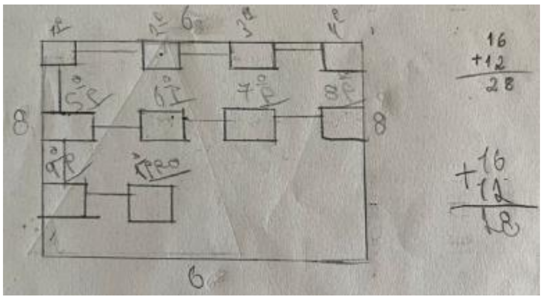
Desse excerto, podemos observar que os alunos associam o conceito de área ao comprimento da sala retangular. Como cada pessoa ocupa 4 m², G1 conclui que o espaço disponível da sala não é suficiente para a segurança de todas as pessoas, pois o espaço disponível da sala comporta somente duas pessoas.

A partir das produções escritas, constatamos que há correspondência entre a resolução circulada pelo grupo e a descrição realizada. Nessa direção, para determinar tal resposta, os alunos fizeram a suposição de que 1 metro equivale a 1 metro quadrado, fato constatado ao evocar TAF1. Nesse raciocínio de G1, como a sala possui 8 m² e cada pessoa ocupa 4 m², então nessa sala cabem duas pessoas. A partir da análise interpretativa dos dados, detectamos que o grupo G1 mobilizou TAV1, TAF1 e TAF2.

A seguir, apresentamos, no Quadro 3, a resolução elaborada por G2, cuja ideia envolve o conceito de perímetro de figura geométrica retangular.

Quadro 3 – Resolução apresentada por G2

Resolução	**Transcrição da resposta**



"Conseguimos essa conta fazendo m² com a régua medindo 8 metros de comprimento e 6 de largura, e assim representamos as pessoas fazendo um quadrado de 4 m² para cada pessoa, sabendo que precisamos dar pelo menos 1 metro de distância a cada pessoa, e a mais um profissional".

Fonte: Produções de G2.

As primeiras discussões de G2 estão relacionadas à soma das medidas dos lados da sala retangular com a construção de apoio visual próprio. A seguir, a transcrição exibida mostra o diálogo entre A5, A7 e A8.

A8: *8 mais 8 mais 6 é quanto?*
A7: <u>*8 mais 8, é 16.*</u> [...] *Mais 6, é 24!*
A8: *Aí, tá, cada pessoa vai ocupar 4 metros, então, pera aí.*
A7: *Cadê régua.*
A8: *Preciso fazer um desenho.*
[...]
A8: *É, 8 metros... 8 metros pode representar em 8 centímetros, não pode?*
A5: *Pode.*

Desse trecho, podemos observar que A8 sugere realizar a soma do par de lados opostos referente ao comprimento da sala e, em seguida, adicionar o par de lados opostos correspondente à largura. O aluno A7 comete um equívoco em sua operação matemática ao expressar que 16 "*Mais 6, é 24!*". Também, as interações de A5 e A8 demonstram o uso de uma escala para construção de um retângulo que representa a sala.

A seguir, o diálogo de G2 mostra o desconhecimento sobre as unidades de medidas de comprimento e área, além de sinais de mobilização de um TAF2.

A8: <u>*4 metros quadrados é a mesma coisa de 4 metros*</u>*?*
A7: *Não né, 4 metros quadrados? 4 metros quadrados?*
A8: *Porque, tipo, se fosse 4 metros não iriam dar.*
A7: *4 metros quadrados, e 4 metros cúbicos? Não.* <u>*4 metros quadrados, vai dá, 4 metros quadrados vai ser 4, 4, 4 e 4 né? Vai ser 4 em cada canto*</u>*.*
[...]
A7: <u>*Podia fazer um quadrado. É, faz um quadrado com tamanho de 4 metros*</u>*.*
[...]
A8: <u>*Vai dá 28, tá.*</u>

O desconhecimento das unidades de medidas de comprimento e área, evidenciado nos diálogos do G2, também foi identificado na análise dos dados do grupo G1. Outro equívoco cometido pelo grupo foi associar a área ocupada por cada pessoa (4 m^2) a um quadrado com lados de 4 m, o que resultaria em uma área de 16 m^2.

Levando em consideração as falas de A7, extraímos a seguinte afirmação: "se a área de um quadrado equivale a 4 metros quadrados, então todos os lados dessa figura medem 4 metros". A partir desse raciocínio, modelamos o TAF3, ao considerar a como sendo o valor numérico da unidade de medida de área e, também, o lado do quadrado, conforme exibido a seguir.

TAF3: Se a área de um quadrado equivale a a metros quadrados, então todos os lados dessa figura medem a metros.

A mobilização de TAF3 não foi encontrada na pesquisa de Teles (2007), em que houve a correspondência equivocada entre a unidade de medida de área e as dimensões de uma figura geométrica quadrada. Além disso, esse teorema revela os conceitos-em-ação que não são pertinentes, tais como: as propriedades de um quadrado e a correspondência entre aspecto bidimensional da área e os lados do quadrado.

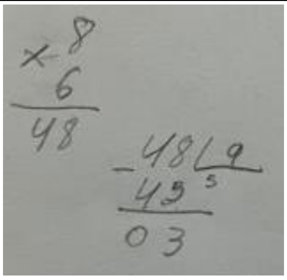
A partir dos protocolos e transcrições exibidas de G2, podemos detectar que há confusão entre o conceito de área quando A8 expressa o perímetro ao enunciar "<u>*Vai dá 28, tá*</u>" e o grupo registra a sentença matemática "16+12=28". Em uma das interações entre o Pesquisador|Professor e G2, o aluno A7 explica o cálculo realizado, conforme o diálogo a seguir.

> **A7**: *Se ela tem 8 metros de comprimento, comprimento vai ser reto e 6 metros de largura vai ser deitado, <u>aí a gente somou 8 mais 8, 16, 6 mais 6, 12. 16 mais 12, 28.</u>*

Apoiados na fala de A7, ao verbalizar "[...] <u>*a gente somou 8 mais 8, 16, 6 mais 6, 12. 16 mais 12, 28*</u>", e nos registros escritos, essas evidências indicam fortes elementos de mobilização de TAF2, já identificado e modelado na análise do grupo G1 cujo conceito-em-ação envolvido é a ideia de perímetro. Diante da análise interpretativa dos dados, detectamos que o grupo G2 mobilizou TAF2 e TAF3 para o problema de configuração retangular.

Entre o grupo G3, a estratégia utilizada foi efetuar a divisão do espaço da sala (48 m²) pela quantidade de moradores (9), obtendo quociente equivalente a 5. Para o Pesquisador|Professor, isso significa que cada pessoa ocuparia, aproximadamente, 5 m² de área, pois se trata de uma divisão não exata. Já para os alunos, o quociente significa a quantidade de pessoas que cabe na sala e o resto da divisão estaria associada à quantidade de pessoas que não cabe nessa sala. A seguir, apresentamos, no Quadro 4, a resolução realizada pelo G3.

Quadro 4 – Resolução apresentada por G3

Resolução	Transcrição da resposta
	"Primeiro fizemos 6×8 que deu 48 e de 48 nós dividimos por 9 que deu 5 cabe 4 vai ficar para fora".

Fonte: Produções de G3.

O grupo G3 apresentou dificuldades em compreender o significado da unidade de medida de área (m²). Em determinado momento da implementação, o aluno A10 indaga "O que tem a ver pacientes com 4 metros quadrados?", visto que no enunciado cada pessoa ocupa 4 m². Ao perceber o questionamento do aluno, o Pesquisador|Professor explica ao grupo que metros quadrados é uma unidade de medida utilizada para medir área.

Um obstáculo que surge nas interações de G3 é a compreensão do conceito de metro quadrado. A seguir, o diálogo entre A10, A11 e A12 revela o desconhecimento da unidade de medida de área.

A10: *A gente consegue fazer 4 metros quadrados na régua?*
A12: *Ai, faz!*
A11: *4 metros quadrados né?*

Chamamos a atenção para a fala de A10 quando verbaliza: "*A gente consegue fazer 4 metros quadrados na régua?*". Isso demonstra a tentativa de A10 em compreender o quanto de espaço os 4 m² ocupam em uma sala de 8 metros de comprimento e 6 metros de largura. Porém, podemos inferir que o aluno ainda não possui conhecimentos matemáticos necessários para construir, no papel, esse espaço utilizando uma escala em centímetros. A seguir, a transcrição exibida apresenta o diálogo entre A11 e A12 que mostra a estratégia de resolução de G3.

> **A11**: *E se fizer 48 vezes 9?*
> **A12**: *Por quê?*
> **A11**: *Porque 8 vezes 6 deu 48.*
> **[...]**
> **A12**: *Olha a lógica dela, a lógica dela... a lógica dela é que 8 de comprimento, 6 de largura, seria 8 vezes 6.*

Desse fragmento, identificamos a mobilização de TAV1 para essa situação-problema e o modelamos ao considerar a fala de A12, quando este enuncia "*Olha a lógica dela, a lógica dela... a lógica dela é que 8 de comprimento, 6 de largura, seria 8 vezes 6*", conforme apresentado na análise de G1.

Com vistas a entender a estratégia dos alunos, o Pesquisador|Professor interage com os membros do grupo G3, conforme o diálogo a seguir.

> **Pesquisador|Professor**: *Tá, o 8 significa?*
> **A9**: *Metros de comprimento.*
> **Pesquisador|Professor**: *E o 6?*
> **A9**: *De largura.*
> **Pesquisador|Professor**: *E o 48, o que ele significa?*
> **A12**: *O 48 é a soma dos dois, é 8 vezes 6.*
> **Pesquisador|Professor**: *Soma ou multiplicação?*
> **A12**: *É, multiplicação, é.*
> **Pesquisador|Professor**: *E esse 48, o que vocês fizeram com o 48?*
> **A9**: *Aí eu peguei esse 48 e dividi por 9, que acabou dando 5. Então, 5 vai ficar dentro da sala e 4 vai ficar fora.*

Podemos notar que os alunos cometem um equívoco ao descrever que o resto da divisão é 4, quando na verdade é 3. Além disso, as diferentes interpretações do enunciado realizadas pelos alunos podem levá-los à solução do problema em outro domínio numérico, no caso, o conjunto dos números racionais.

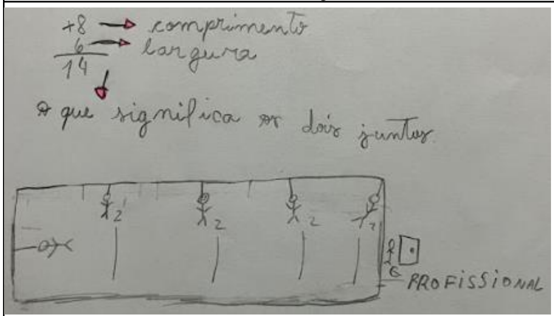
Identificamos, na explicação de A9, a mobilização de TAF4 quando A9 enuncia "*Aí eu peguei esse 48 e dividi por 9, que acabou dando 5. Então, 5 vai ficar dentro da sala e 4 vai ficar fora*". A modelagem desse teorema ocorre a partir da expressão: "a área ocupada por cada pessoa é obtida pela divisão entre a área da sala e a quantidade de pessoas que ocupam esse espaço", conforme apresentamos a seguir.

TAF4: A área ocupada por cada pessoa em uma sala pode ser determinada pela razão entre a área do espaço disponível e a quantidade de pessoas que ocupam esse espaço.

Podemos perceber que o conceito de área ainda não faz sentido para o grupo G3, pois, para eles, o quociente está associado às pessoas que ocupam a sala, e o resto da divisão às pessoas que estão fora da sala. A mobilização de TAF4 é forte para G3, pois podemos notar que o grupo não compreende o real significado dos valores encontrados. Nesse teorema, os alunos utilizam, implicitamente, a divisão não exata com ideia de estimativa (m²/morador). A divisão é a operação mais complexa dentre as outras operações aritméticas, visto que as regras operatórias da divisão envolvem conceitos de multiplicação e subtração (Vergnaud, 2009). Dessa análise, o grupo G3 mobilizou TAV1 e TAF4.

Em relação ao grupo G4, os alunos utilizaram os conceitos de semiperímetro para calcular a área da sala retangular. A seguir, apresentamos, no Quadro 5, a resolução elaborada por esse grupo.

Quadro 5 – Resolução apresentada por G4

Resolução	**Transcrição da resposta**
	**“**Sim, é suficiente o tamanho da sala para os pacientes. R: Porque se fizermos 8 m de comprimento + 6 m de largura, obteremos 14 m que dentro do espaço cabe 9 pessoas. Então não é o suficiente porque não cabe o profissional”.

Fonte: Produções de G4.

O grupo G4 não utilizou régua para construir um retângulo em escala, adotando 1 cm no desenho para cada 1 m de distância real da sala. Apesar de afirmarem que o tamanho da sala é suficiente para manter as pessoas em segurança, os conhecimentos matemáticos manifestados por G4 não foram adequados para a resolução do problema. O diálogo a seguir mostra a discussão entre esses alunos sobre a quantidade de pessoas presentes na sala da UBS.

A15*:* [...] *Tá, são 8 mais 6, A14, 8 mais 6?*
A14*:* *8 mais 6? 14.*
A15: *Tá, 14. Vão ser 10 pessoas, por causa do profissional. Então se o profissional tá junto...* [Não foi possível transcrever]

[...]
A15*: A14, olha, 4 mais 4 vai dar 8, né? 4 mais 4 vai dar 8* [...] *Mais 4, vai dar 11.* [...] *Mais 4, vai dar? 11, 12, 13, 14, 15. Vai dar 15. Então esse aqui já passou de 14. Teria que ser 40 metros*.

Durante as interações entre A14 e A15, os alunos relataram que não utilizaram cálculos matemáticos, pois, para eles, o esboço da construção de um retângulo era suficiente para resolver o problema. Sem perder a credibilidade do estudo, o Pesquisador|Professor sugere ao grupo que há outras maneiras diferentes de resolver a mesma situação. A seguir, o diálogo evidencia a estratégia de resolução utilizada por G4.

Pesquisador|Professor*: Qual seria a outra maneira?*
A15*: Vê se cabe em 8 metros, não sei.*
Pesquisador|Professor*: De que maneira que você vai verificar isso?*
A15*: Vendo se nos 8 metros cabe, quantas pessoas cabe em 6, daí vai vendo.*
[...]
A15: *Deu 8, 8 mais 6? 1, 2, 3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 6. Cabe!*

A partir da fala de A15, quando este diz "*Deu 8, 8 mais 6? 1, 2, 3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 6. Cabe!*", e dos protocolos escritos de G4 ao expressar "[...] *Porque se fizermos 8 m de comprimento + 6 m de largura, obteremos 14 m que dentro do espaço cabe 9 pessoas* [...], identificamos a mobilização de TAF5.

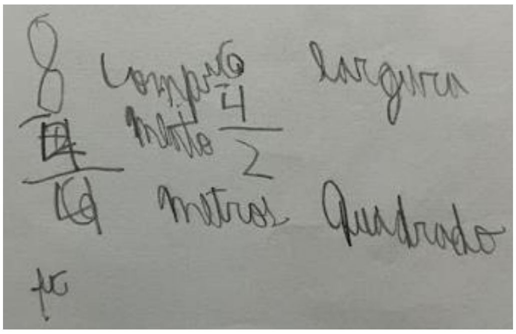
A explicação descrita por G4 mostra que a sala retangular, com 8 m de comprimento e 6 m de largura, é suficiente para comportar 9 pessoas, porém esse espaço, com a mesma configuração, não é suficiente ao contabilizar mais 1 profissional da saúde. Desse raciocínio de G4, identificamos a mobilização de TAF5 e o modelamos ao considerar a afirmação "A área do retângulo é obtida a partir da soma de dois lados consecutivos", conforme apresentado a seguir.

TAF5: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área da região retangular equivale à soma de dois lados consecutivos.

Verificamos em Teles (2007) que esse teorema-em-ação falso é evocado diante da confusão entre o conceito de área e perímetro. Nesse caso, a mobilização de TAF5 indica que o grupo G4 utilizou a soma para calcular a área da sala retangular cuja ideia envolvida é a de semiperímetro, ao adicionarmos o valor do comprimento (8) à largura (6). Desse modo, essas fontes de evidências revelam que esse grupo mobilizou somente o TAF5 para esta situação-problema.

Para compor a estratégia de G5, os alunos utilizaram a ideia de subtração como mecanismo de resolução. A seguir, o Quadro 5 apresenta a estratégia utilizada por G5 neste problema.

Quadro 5 – Resolução apresentada por G5

Resolução	Transcrição da resposta
	"Fiz o metro quadrado menos largura e comprimento para chegar a esse resultado para chegar no resultado usamos metros quadrados".

Fonte: Produções de G5.

A partir das produções de G5, o diálogo entre A18 e A19 nos leva a tomar conhecimento da primeira estratégia utilizada:

A18: *Tem que juntar o 8 mais 6*.
A19: *Não, mas não é de mais a conta, é de vezes*.
[...]
A19: *Esse 6 aqui ficou meio zoado, 48*.

Desse fragmento, pela fala de A18, podemos notar a sugestão de realizar a soma entre 8 metros de comprimento e 6 metros de largura, porém, o grupo não segue com esse raciocínio, quando A19 menciona "*Não, mas não é de mais a conta, é de vezes*", isto é, realizar a multiplicação ao invés da adição. Diante disso, G5 realiza o produto entre as dimensões da sala, resultando em 48. No entanto, essa medida encontrada não faz sentido aos alunos como conceito de área; para eles, o que é forte em sua estratégia definitiva é a ideia de subtração. Em determinados momentos, os alunos rascunhavam e efetuavam cálculos, porém não verbalizavam as ações realizadas, o que os levou ao abandono da primeira estratégia. A seguir, o diálogo entre o Pesquisador|Professor e G5 mostra a segunda estratégia de resolução utilizada pelo grupo:

A18*:* *<u>A gente fez o metro quadrado menos a largura e o comprimento.</u>*
Pesquisador|Professor*: Da onde é esse 8?*
A18*: É daqui ó, do 8 metro de comprimento e o 6 é da largura.*
Pesquisador|Professor*:* [...] *E esses 4 que aparecem aqui, esses dois quatros?*
A18*: <u>É menos o espaço disponível, é menos a área, é menos o espaço disponível da área dessas, é menos o metro quadrado.</u>*
[...]
Pesquisador|Professor*: <u>Esse 4 significa o quê?</u>*
A18*: <u>O resultado.</u>*

Desse fragmento, podemos entender que o grupo considera subtrair 4 m² dos 8 m comprimento e 6 m largura. Para o Pequisador|Professor, isso mostra que os alunos não compreendem os conceitos matemáticos pertinentes para o êxito nessa situação.

Nas produções escritas de G5, ao efetuar "8 m – 4 m² = 4 m²" e "6 m – 4 m² = 4 m²", o grupo indica a mobilização de TAF6. A explicação dada não condiz com a operação realizada, como evidenciado pela frase "*<u>Fiz o metro quadrado menos largura e comprimento</u>* [...]", pois, seguindo essa ordem, os alunos encontrariam uma solução que não pertence ao conjunto dos números naturais. Considerando os cálculos de G5, modelamos o TAF6 ao levar em conta as dimensões da sala retangular (m) e o espaço ocupado por cada pessoa (m²), conforme apresentado a seguir.

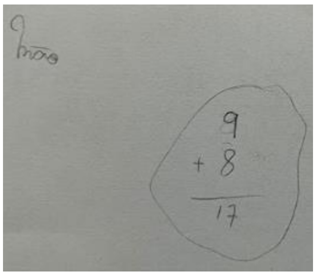
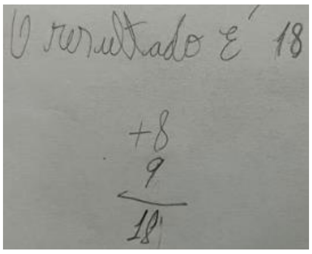
TAF6: A área da região retangular pode ser obtida a partir da diferença entre a medida linear e a medida bilinear.

O indicativo de mobilização de TAF6 mostra a subtração com ideia de composição de medidas de natureza distinta. Com essa estratégia, os alunos não tiveram argumentos adequados que justificassem o motivo de realizar tal operação com os diferentes aspectos dimensionais (m e m²) que, para eles, tratava-se de uma mesma unidade de medida.

Nesse momento, realizamos uma análise conjunta dos grupos G6 e G7, visto que suas estratégias de resolução para a situação-problema foram semelhantes. No tratamento dos dados, estabelecemos aproximações entre os sinais de mobilização de TAF e indícios de manifestação não adequada da forma operatória do conhecimento, analisados a partir da manifestação da forma predicativa. A seguir, apresentamos, no Quadro 6, a resolução de G6 e G7.

Quadro 6 – Resolução apresentada por G6 e G7

Grupo	Resolução	Transcrição da resposta

G6		"Existia 9 moradores, 8 metros de largura em uma sala e nós fizemos uma conta 9×8 que dava 17 precisavam de 17 metros de comprimento ou largura".
G7		"O resultado é 18 por que no texto pegamos o 8 e o 1 e subtraímos ele, e o resultado daria 18. Não, por que o espaço caberia apena duas pessoas".

Fonte: Produções de G6 e G7.

Em G7, duas das estratégias de resolução são levantadas pelo grupo, porém nenhuma é adequada para resolver a situação proposta. A seguir, o diálogo entre os membros de G7 revela a mesma estratégia utilizada por G6.

> **A23***: Olha, 14, 8 mais 6.* [...] *Fala, a gente tá em dúvida entre 8 mais 6, dá 14, ou 6 mais 4, 10.*
> **[...]**
> **A23***: O resultado é 14, porque no texto pegamos o 8 e 6, subtraímos, e o resultado da 14*
> **[...]**
> **A25***: Na minha conta de 18, 18 metros é suficiente pra encaixar 2 pessoas.*
> **Pesquisador|Professor***: 18 metros é suficiente para?*
> **A25***: Encaixar 2 pessoas.*
> **Pesquisador|Professor***: Tá, e o que você fez? Como você achou o 18?*
> **A25***: Eu somei.* [...] *Eu juntei o 9 com 8, e aí...* [Não foi possível transcrever]

Conforme Araujo (2015), um dos pontos da dificuldade por desconhecimento do conteúdo é o fato de que o aluno resolve o problema utilizando a operação que mais se familiariza, no caso, a adição. Tal fato pode ser verificado tanto nos protocolos escritos quanto nos diálogos de G6 e G7.

Dessa fonte de dados, constatamos que os grupos G6 e G7 demonstraram sinais de mobilização de TAF7 para a situação destacada. Modelamos esse teorema ao considerar a afirmação: "se a sala retangular possui 8 m de comprimento e nela há 9 moradores, então a área da sala pode ser calculada pela soma entre o comprimento e a quantidade de pessoas", conforme representado a seguir.

TAF7: A área de um retângulo pode ser obtida a partir a soma entre duas grandezas distintas.

Na mobilização de TAF7, por G6 e G7, detectamos que o conceito-em-ação está associado à composição aditiva, sendo ele não pertinente para resolução esperada pelo Pesquisador|Professor. Os alunos utilizaram a operação que mais se familiarizaram, porém não conseguiram explicar o porquê efetuaram a soma entre duas grandezas distintas.

No Quadro 6, as produções escritas de G6 e G7 mostram que há um descompasso entre a descrição realizada e o cálculo efetuado, quando os grupos expressam, respectivamente, "[...] *nós fizemos uma conta 9×8 que dava 17* [...]" e "[...] *pegamos o 8 e o 1 e subtraímos ele, e o resultado daria 18* [...]". É importante pontuar que essas confusões de linguagem entre o símbolo matemático e a interpretação de seu significado é um fator que pode impactar na escolha adequada de uma estratégia.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No estudo de Zanella e Rezende (2022), as autoras identificaram em todos os volumes da Coleção Ápis, de Matemática, 42 situações-problemas que envolvem a organização retangular, sendo a maioria abordada nos livros do quarto e quinto ano.

Vergnaud (1991) pontua que as situações e a simbologia, por si só, não são elementos suficientes para teorizar sobre a aprendizagem da Matemática, pois são os esquemas que permitem o sujeito organizar sua conduta e a agir em uma situação. Com isso, podemos dizer que a situação foco deste artigo, envolvendo área, não está nem perto de uma teorização sobre o conceito, mas pode apontar possíveis caminhos para facilitar os processos de ensino e de aprendizagem em situações que envolvem o conceito de área de um retângulo.

Do ponto de vista didático, recomendamos que o trabalho com as situações que envolvem a subclasse organização retangular deve ser articulando as Unidades Temáticas de Números, Geometrias e Grandezas e Medidas, conforme sugere a BNCC (2018). A integração entre os campos numéricos, geométricos e das grandezas, aliada a estratégias didáticas pode favorecer aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades matemáticas relacionadas ao conceito de área de um retângulo.

Em nossa análise, todos os grupos demonstraram dificuldade na compreensão da medida de área como uma grandeza bidimensional, pois a grandeza unidimensional não evidencia “[...] a bidimencionalidade de uma superfície” (Ferreira, 2010, p. 149). Somado a isso, as confusões entre os conceitos de área e perímetro, já indicadas nos trabalhos de Teles (2007) e Ferreira (2010), ainda persistem neste estudo.

Sugerimos que o professor aborde o aspecto linear para que, progressivamente, trabalhe o aspecto bilinear de medida de área. Diante disso, listamos algumas ações que o professor pode executar juntamente com seus alunos, desde a mais simples até a mais elaborada, como: (i) a utilização de régua para a construção de retângulos em escala de 1 cm, explicando aos alunos sobre as conversões de medidas em que 10 mm equivalem a 1 cm e 100 cm equivalem a 1 m; (ii) uso da malha quadriculada para o cálculo de área por meio de contagem de quadradinhos, linhas ou colunas que compõem a figura retangular; (iii) utilização de *softwares* matemáticos voltados para a geometria, por exemplo, o *GeoGebra,* visto que é importante explorar os conceitos de área e perímetro para que os alunos compreendam as especificidades de cada um e, também, estabeleçam diferença entre a unidade de medida comprimento e área; (iv) utilização de trena e fita crepe branca para medir e construir a representação de quadrado de área igual a 1 m²; (v) utilização de jornais ou cartolinas para construir a representação de um quadrado com 1 m² de área e, a partir disso, verificar quantas unidades desse quadrado cabem, por exemplo, na própria sala de aula ou em outros espaços escolares.

Essas são algumas possibilidades de explorar os conceitos de área de retângulo em turmas de 6º ano do Ensino Fundamental que podem mitigar as dificuldades conceituais em problemas de configuração retangular com todo desconhecido e a parte desconhecida. Cabe ao professor escolher os problemas adequados e estratégias pedagógicas eficazes para que a abordagem concreta do conteúdo matemático faça sentido, posteriormente, no campo formal.

Vergnaud (2011) considera que a faixa etária é um elemento importante para a TCC, pois um campo conceitual é construído ao longo do tempo. Isso nos auxilia a entender o porquê das diversas estratégias de cada grupo e da mobilização de oito teoremas-em-ação, sendo um verdadeiro e sete falsos.

A seguir, apresentamos o Quadro 7 que sintetiza os teoremas-em-ação mobilizados na situação-problema envolvendo o conceito de área, destacando as ideias neles envolvidas e sua recorrência nos grupos investigados.

Quadro 7 – Teoremas-em-ação mobilizados na situação-problema

Teorema-em-ação	Ideia envolvida	Recorrência

TAV1: Seja ABCD um retângulo cujo comprimento mede a e a largura mede b, com $a, b \in \mathbb{N}^*$, então a área da região retangular é dada pelo produto $a \times b$.	Área de retângulo	G1 e G3
TAF1: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área pode ser obtida a partir do comprimento de um de seus lados.	Medida linear	G1
TAF2: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área da região retangular equivale à soma das medidas dos lados.	Perímetro	G1 e G2
TAF3: Se a área de um quadrado equivale a a metros quadrados, então todos os lados dessa figura medem a metros.	Propriedades de quadrado	G2
TAF4: A área ocupada por cada pessoa em uma sala pode ser determinada pela razão entre a área do espaço disponível e a quantidade de pessoas que ocupam esse espaço.	Razão	G3
TAF5: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área da região retangular equivale à soma de dois lados consecutivos.	Semiperímetro	G4
TAF6: A área da região retangular pode ser obtida a partir da diferença entre a medida linear e a medida bilinear.	Composição de medidas de natureza distinta	G5
TAF7: Se o quadrilátero ABCD forma um retângulo, então a área da região um retangular pode ser obtida a partir a soma entre duas grandezas distintas.	Composição de medidas	G6 e G7

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

A mobilização simultânea de TAV1 indica que o grupo G3 esteve mais próximo de obter a resolução adequada quando comparado aos demais grupos. Isso nos mostra que G3 apresenta potencial para compreender os conceitos de área de retângulo. Por outro lado, os protocolos escritos e as transcrições dos diálogos dos grupos G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7 revelam a mobilização de TAF1, TAF2, TAF3, TAF4, TAF5, TAF6 e TAF7 que indicam as fragilidades dos conhecimentos matemáticos equivocados para compreender o conceito de área de figura geométrica retangular em seu aspecto bilinear.

Somado a essas dificuldades, a mobilização desses teoremas-em-ação falsos nos permite apontar alguns motivos que podem justificar as dificuldades dos grupos ao enfrentar a situação-problema, tais como: o desconhecimento do aspecto bilinear do conceito de área; a representação, concreta, do espaço ocupado em 1 m²; a confusão entre conceitos de área e perímetro de figura geométrica retangular – identificado por Teles (2007); e a ausência de apoio visual, representando a sala retangular.

O desconhecimento desses conceitos reflete diretamente nas competências que os alunos dispõem para lidar com problemas de organização retangular e, por essa razão, essa situação-problema apresentou a mobilização de um teoremas-em-ação verdadeiro e sete falsos. A faixa etária dos alunos pode ter impactado na resolução do problema, pois ainda não eram capazes de compreender a formalização do conceito de área sem ter lidado com as representações concretas desses problemas. Nesse sentido, o trabalho do professor no 6º ano deve articular o campo numérico e geométrico com o campo das grandezas.

REFERÊNCIAS

ALONSO, Bruno Cesar. **As formas operatória e predicativa do conhecimento mobilizadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas multiplicativos**. 2024. 159f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2024. Disponível em: http://www.pcm.uem.br/uploads/bruno-cesar-alonso--04062024_1728252793.pdf. Acesso em: 07, mar. 2025.

ARAUJO, Natália Keli Santos. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2015. 140f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristovão-SE. 2015. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5174/1/NATALIA_KELI_SANTOS_ARAUJO.pdf. Acesso em: 09, ago. 2024.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf . Acesso em: 12, ago. 2024.

CARVALHO, Bianca Cintra de; GOMES, Luciano Carvalhais. Um estudo dos invariantes operatórios mobilizados por estudantes da terceira série do Ensino Médio sobre o efeito fotoelétrico. Ensino & Pesquisa, União da Vitória, v. 20, n. 1, p. 101-118, jan./abr. 2022. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/ensinoepesquisa/article/view/4594/3205. Acesso em: 18, set. 2024.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental:** estudos sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2010. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-AL. 2010. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3972/1/arquivo206_1.pdf . Acesso em: 09, ago. 2024.

GITIRANA, Verônica; [Sandra Maria Pinto Magina; Tânia Maria Mendonça Campos; Alina Galvão Spinillo]. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: 146 https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/569/361. Acesso em: 15 set. 2022.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas**. 2007. 297f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-AL. 2007. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4125/1/arquivo5518_1.pdf . Acesso em: 12, ago. 2024.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gérard. A Teoria dos Campos Conceituais. *In*: BRUN, Jean (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1991. p. 155-192.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuais. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 2-3, p. 133-170, 1990b. Disponível em: https://gerardvergnaud.wordpress.com/wp-content/uploads/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf . Acesso em: 05, set. 2024.

VERGNAUD, Gérard. Pourquoi la théorie des champs conceptuels? **Infancia y Aprendizaje**, v. 36, n. 2, p. 131-161, 2013. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/epdf/10.1174/021037013806196283?needAccess=true. Acesso em: 05, set. 2024.

VERGNAUD, Gérard. Psychologie du developpement cognitif et didactique des mathematiques un exemple: les structures additives. **Grand N**, Grenoble, n. 38, p. 51-69, 1990a. Disponível em: https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/38n2_1563257743078-pdf. Acesso em: 05, set. 2024.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1., 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: [*s. n.*], 1993. p. 1-26.

ZANELLA, Marli Schmitt. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 287f. Tese (Doutorado em 148 Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

ZANELLA, Marli Schmitt; REZENDE, Veridiana. Ideias-base de função a partir de situações multiplicativas em livros didáticos dos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 11, n. 25, p. 152-177, 2022. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5166/4988. Acesso em: 05, set. 2024.