

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE  
DO NORTE  
CAMPUS SÃO GONÇALO DO AMARANTE

## Fundamentos de Lógica e Algoritmos

#EquivalênciaLógica

Eliezio Soares  
elieziosoares@ifrn.edu.br

# Equivalência Lógica

---

- ▶ As proposições  $p \wedge q$  e  $q \wedge p$  possuem tabelas verdade iguais.
- ▶ Logo, dizemos que são proposições **equivalentes**.
  
- ▶ **Exemplo:**
  - ▶ P)  $p \wedge q$
  - ▶ Q)  $q \wedge p$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
V	V	<b>V</b>	<b>V</b>
V	F	<b>F</b>	<b>F</b>
F	V	<b>F</b>	<b>F</b>
F	F	<b>F</b>	<b>F</b>



# Equivalência Lógica

---

- ▶ Portanto, dizemos que duas proposições são equivalentes se, e somente se, o resultado de suas tabelas-verdade forem idênticos.
- ▶ A equivalência lógica entre duas proposições  $P$  e  $Q$ , pode ser representada simbolicamente como:
  - ▶  $P \Leftrightarrow Q$



# Propriedades

---

- ▶ **Idempotente**

Uma proposição composta pela mesma proposição simples equivale a proposição simples.

- ▶ **Comutativa**

A ordem das proposições não altera a tabela verdade.

- ▶ **Associativa**

Utilizando um mesmo conectivo a ordem de montagem da tabela verdade não altera os seus resultados.

- ▶ **Identidade**

Na conjunção a falsidade determina o valor da proposição composta. Na disjunção a verdade determina o valor da proposição composta.

- ▶ **Distributiva**

Utilizando os conectivos E e OU pode-se distribuir o conectivo de fora dos parênteses para dentro.

---



# Idempotência

---

Uma proposição composta pela mesma proposição simples equivale a proposição simples.

- ▶ Sejam  $p, q$  e  $r$  proposições simples.
- ▶ Propriedade da **IDEMPOTÊNCIA**:
  - ▶ Conjunção:
    - $P \wedge P \Leftrightarrow P$
  - ▶ Disjunção
    - $P \vee P \Leftrightarrow P$
- ▶ Exemplo:
  - ▶  $C > D \wedge C > D \Leftrightarrow C > D$

...Montar tabelas-verdade

---



# Comutativa

---

A ordem das proposições não altera a tabela verdade.

▶ Sejam  $p, q$  e  $r$  proposições simples.

▶ **Propriedade COMUTATIVA:**

▶ Conjunção:

$$\square P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$$

▶ Disjunção

$$\square P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$$

▶ Exemplo:

$$\triangleright A > B \wedge 10 > 0 \Leftrightarrow 10 > 0 \wedge A > B$$

...Montar tabelas-verdade

---



# Associativa

---

Utilizando um mesmo conectivo a ordem de montagem da tabela verdade não altera os seus resultados.

▶ Sejam  $p, q$  e  $r$  proposições simples.

▶ **Propriedade ASSOCIATIVA:**

▶ Conjunção:

$$\square (P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$$

▶ Disjunção

$$\square (P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$$

▶ Exemplo:

$$\square (\underline{A > B} \wedge \underline{10 > 0}) \wedge \underline{N > C} \Leftrightarrow \underline{A > B} \wedge (\underline{10 > 0} \wedge \underline{N > C})$$

...Montar tabelas-verdade

---



# Identidade

---

Na conjunção a falsidade determina o valor da proposição composta. Na disjunção a verdade determina o valor da proposição composta.

▶ Sejam  $p$ ,  $q$  e  $r$  proposições simples.

▶ Para:

▶  $V(q) = V$

▶  $V(r) = F$

▶ Conjunção:

□  $p \wedge q \Leftrightarrow p$

□  $p \wedge r \Leftrightarrow r$

▶ Disjunção

□  $p \vee q \Leftrightarrow q$

□  $p \vee r \Leftrightarrow p$

...Montar tabelas-verdade

---





# Distributiva

---

Utilizando os conectivos E e OU pode-se distribuir o conectivo de fora dos parênteses para dentro.

▶ Sejam P,Q e R proposições simples.

▶ **Propriedade DISTRIBUTIVA:**

▶ **Conjunção:**

$$\square P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

▶ **Disjunção**

$$\square P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

...Montar tabelas-verdade

---




# Distributiva

---

## Propriedade **DISTRIBUTIVA**:

- $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
- $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

- ▶ A primeira equivalência exprime que a conjunção é distributiva em relação a disjunção e a segunda equivalência exprime que a disjunção é distributiva em relação a conjunção.
  
  - ▶ Exemplo 1:
    - ▶ As violetas são azuis e as rosas são vermelhas ou amarelas.
    - ▶ As violetas são azuis e as rosas são vermelhas ou as violetas são azuis e as rosas amarelas.
  
  - ▶ Exemplo 2:
    - ▶ Faz calor ou chove e venta.
    - ▶ Faz calor ou chove e faz calor ou venta.
- 
- 

# Resumo das Propriedades

---

▶  $P \wedge P \Leftrightarrow P$

▶  $P \vee P \Leftrightarrow P$

**Idempotente**

▶  $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$

▶  $P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$

**Comutativa**

▶  $(P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$

▶  $(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$

**Associativa**

▶  $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

▶  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

**Distributiva**



# Leis de Morgan

---

$$(i) \sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

$$(ii) \sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

- ▶ **(i)** Negar que duas dadas proposições são ao mesmo tempo verdadeiras equivale a afirmar que uma pelo menos é falsa.
  - ▶ "negar a simultaneidade de  $p$  e  $q$  é afirmar pelo menos não  $p$  ou não  $q$ "
- ▶ **(ii)** Negar que uma pelo menos de duas proposições é verdadeira equivale a afirmar que ambas são falsas.
  - ▶ "negar a ocorrência de pelo menos  $p$  ou  $q$  é afirmar nem  $p$  nem  $q$ "



# Leis de Morgan

---

**A negação transforma a conjunção em disjunção e a disjunção em conjunção.**

- ▶ Segundo (i), a negação da proposição “É inteligente e estuda” é:
  - ▶ “Não é inteligente ou não estuda”
- ▶ Segundo (ii), a negação da proposição “É médico ou professor” é:
  - ▶ “Não é médico e não é professor”



# Dúvidas

---



# Exercício

---

1- Se  $V(a) = V$  e  $V(b) = F$ , determine as equivalentes as proposições abaixo:

$$p \wedge b$$

$$p \vee a$$

$$p \wedge a$$

$$p \vee b$$

2- Determine as proposições equivalentes a cada uma das proposições abaixo:

▶  $P = p \wedge (q \vee r)$

▶  $Q = p \vee (q \vee r)$

▶  $R = p \vee p$

▶  $S = p \wedge p$

---



## Exercício

---

3- Demonstrar por tabelas verdade as equivalências:

a)  $p \rightarrow q \wedge r \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

b)  $p \rightarrow q \vee r \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

4- Dar a negação em linguagem corrente das seguintes proposições:

a) Rosas são vermelhas e violetas são azuis.

b) É falso que não está frio ou que está chovendo.

c) Não é verdade que o pai de Marcos é pernambucano ou que a mãe é gaúcha.

d) Não é verdade que as vendas estão diminuindo e as vendas estão aumentando.

e) Não é verdade que Jorge estuda química, mas não física.

---

