

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE
Campus Currais Novos

DISCIPLINA: MATEMÁTICA BÁSICA PROF. ELIONARDO ROCHELLY

TEC. ALIMENTOS
TEC. SISTEMAS INTERNET
MATUTINO/VESPERTINO

Conjuntos

A **noção** de conjunto em Matemática é praticamente a mesma utilizada na linguagem cotidiana: agrupamento, classe, coleção. Por exemplo:

- Conjunto das letras maiúsculas do alfabeto;
- Conjunto dos números inteiros pares;

a) Elemento

Cada membro ou objeto que entra na formação do conjunto. Assim:

- V, I, C, H, E são elementos do primeiro conjunto acima;
- 2, 4, 6 são elementos do segundo

Pertinência entre elemento e conjunto

Por exemplo, V é um elemento do conjunto das letras maiúsculas do alfabeto, ou seja, V pertence àquele conjunto. Enquanto que v não pertence.

Notação

Conjunto: Representado, de forma geral, por uma letra maiúscula A, B, C, ...

Elemento: Por uma letra minúscula a, b, c, x, y, z, ...

Pertinência: Sejam A um conjunto e x um elemento. Se x é um elemento de A (ou x pertence a A)

indicamos por:

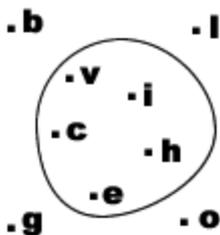
$$x \in A$$

Caso contrário, ou seja, se x não é um elemento de A (ou x não pertence a A) escrevemos:

$$x \notin A$$

Diagrama de Euler-Venn

Um conjunto pode ser representado por meio de uma linha fechada e não entrelaçada, como mostrado na figura abaixo. Os pontos dentro da linha fechada indicam os elementos do conjunto.



Conjunto Unitário e Conjunto Vazio

Embora o conceito intuitivo de conjunto nos remeta à idéia de pluralidade (coleção de objetos), devemos

considerar a existência de conjunto com apenas um elemento, chamados de *conjuntos unitários*, e o conjunto sem qualquer elemento, chamado de *conjunto vazio* (\emptyset). O conjunto vazio é obtido quando descrevemos um conjunto onde a propriedade P é logicamente falsa.

Exemplos de Conjuntos Unitários:

- Conjunto dos meses do ano com menos de 30 dias: {fevereiro};
- Conjunto dos números inteiros maiores do que 10 e menores do que 12: {11};

Conjunto Universo

É o conjunto ao qual pertencem todos os elementos envolvidos em um determinado assunto ou estudo, e é simbolizado pela letra U.

Conjunto das Partes

Chama-se Conjunto das Partes de um conjunto E – P(E) – o conjunto formado por todos os subconjuntos de E:

$$P(E) = \{X \mid X \subset E\}$$
 Exemplos:

- Se $A = \{a, b, c\}$, então $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$
- Se $B = \{a, b\}$, então $P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$;
- Se $C = \{a\}$, então $P(C) = \{\emptyset, \{a\}\}$.

Observações:

1. Ênfase, apesar de colocado na própria definição, que os elementos de P(E) são conjuntos;
2. Assim, deve-se ter atenção quanto ao emprego dos símbolos pertence (não pertence) e contido (não contido);
3. No primeiro exemplo acima: {a} pertence a P(A) e {{a}} é um subconjunto de P(A);
4. Se definirmos n(E) como sendo o número de elementos do conjunto E, então $n(P(E)) = 2^{n(E)}$. A propriedade é válida para conjuntos finitos;

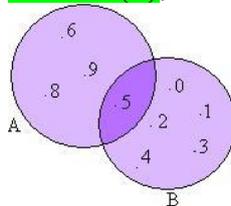
Interseção

Os elementos que fazem parte do conjunto interseção são os elementos comuns aos conjuntos relacionados.

Exemplo 1:

Dados dois conjuntos $A = \{5,6,9,8\}$ e $B = \{0,1,2,3,4,5\}$, se pedimos a interseção deles teremos:

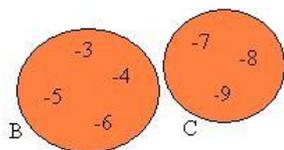
$A \cap B = \{5\}$, dizemos que A “inter” B é igual a 5.



Exemplo 2:

Dados os conjuntos $B = \{-3, -4, -5, -6\}$ e $C = \{-7, -8, -9\}$, se pedirmos a interseção deles teremos:

$B \cap C = \{\}$ ou $B \cap C = \emptyset$, então B e C são conjuntos distintos.

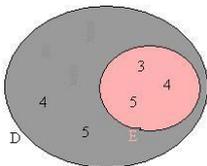


Exemplo 3:

Dados os conjuntos $D = \{1,2,3,4,5\}$ e $E = \{3,4,5\}$. A interseção dos conjuntos ficaria assim:

$E \cap D = \{3,4,5\}$ ou $E \cap D = E$, pode ser concluído também que

$E \subset D$.



► União

Conjunto união são todos os elementos dos conjuntos relacionados.

Exemplo 1:

Dados os conjuntos $A = \{x \mid x \text{ é inteiro e } -1 < x < 2\}$ e $B = \{1,2,3,4\}$ a união desses dois conjuntos é:

$A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$

Exemplo 2:

Dados os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,2,3,4,5\}$ a união desses conjuntos é:

$A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$, nesse caso podemos dizer que $A \cup B = B$.

► Diferença entre dois conjuntos.

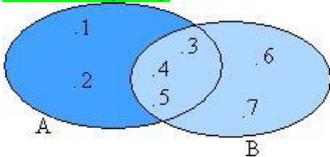
Dados dois conjuntos A e B chama-se *conjunto diferença* ou diferença entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

O conjunto diferença é representado por $A - B$.

Exemplo 1:

$A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{3,4,5,6,7\}$ a diferença dos conjuntos é:

$A - B = \{1,2\}$



Exemplo 2:

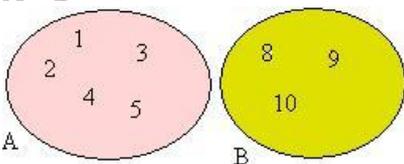
$A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{8,9,10\}$ a diferença dos conjuntos é:

$A - B = \{1,2,3,4,5\}$

Exemplo 3:

$A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,2,3,4,5\}$ a diferença dos conjuntos é:

$A - B = \emptyset$



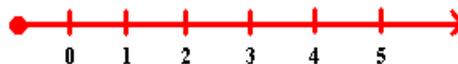
CONJUNTOS NUMÉRICOS

- Conjunto dos números naturais (IN)

IN: $\{0,1,2,3,\dots\}$

Um subconjunto importante de IN é o conjunto \mathbb{N}^* :

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ o zero foi excluído do conjunto IN.



Conjunto dos números inteiros (Z)

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

O conjunto IN é subconjunto de Z.

Temos também outros subconjuntos de Z:

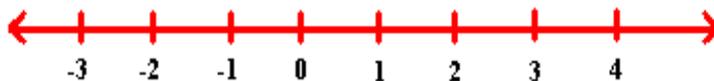
$Z^* = Z - \{0\}$

Z_+ = conjunto dos inteiros não negativos
 $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Z_- = conjunto dos inteiros não positivos
 $= \{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$

Observe que $Z_+ = \mathbb{N}$.

Podemos considerar os números inteiros ordenados sobre uma reta, conforme mostra o gráfico abaixo:



- Conjunto dos números racionais (Q)

Então: $-2, -\frac{5}{4}, -1, \frac{3}{5}, 1, \frac{3}{2}$, por exemplo, são números

Os **números racionais** são todos aqueles que podem ser colocados na forma de fração (com o numerador e denominador $\in \mathbb{Z}$). Ou seja, o conjunto dos **números racionais** é a união do conjunto dos números inteiros com as frações positivas e negativas. Exemplos:

$$a) -3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{-9}{3}$$

$$b) 1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3}$$

Assim, podemos escrever:

$$\frac{a}{b}$$

É interessante considerar a representação decimal de um número racional, que se obtém dividindo a por b .

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad -\frac{5}{4} = -1,25 \quad \frac{75}{20} = 3,75$$

Exemplos referentes às decimais **exatas** ou **finitas**:

$$\frac{1}{3} = 0,333\dots \quad \frac{6}{7} = 0,857142857142\dots \quad \frac{7}{6} = 1,1666\dots$$

Exemplos referentes às decimais **periódicas** ou infinitas:

Toda decimal **exata** ou **periódica** pode ser representada na forma de número racional.

- **Conjunto dos números irracionais**

$$\sqrt{2} = 1,4142135\dots$$

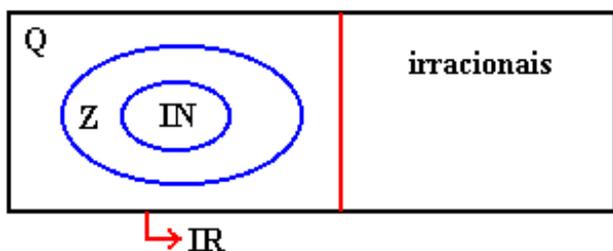
$$\sqrt{3} = 1,7320508\dots$$

Os **números irracionais** são decimais infinitas não periódicas, ou seja, os números que não podem ser escrito na forma de fração (divisão de dois inteiros). Como exemplo de números irracionais, temos a raiz quadrada de 2 e a raiz quadrada de 3:

Um número irracional bastante conhecido é o número $\pi = 3,1415926535\dots$

- **Conjunto dos números reais (IR)**

Dados os conjuntos dos números racionais (**Q**) e dos irracionais, definimos o conjunto dos números reais como:



O diagrama mostra a relação entre os conjuntos numéricos:

Portanto, os números *naturais*, *inteiros*, *racionais* e *irracionais* são todos números **reais**. Como subconjuntos importantes de **IR** temos:

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$$

\mathbb{R}_+ = conjunto dos números reais não negativos

\mathbb{R}_- = conjunto dos números reais não positivos

Obs: entre dois números inteiros existem infinitos números reais. Por exemplo:

- Entre os números 1 e 2 existem infinitos números reais:

1,01 ; 1,001 ; 1,0001 ; 1,1 ; 1,2 ; 1,5 ;
1,99 ; 1,999 ; 1,9999 ...

- Entre os números 5 e 6 existem infinitos números reais:

5,01 ; 5,02 ; 5,05 ; 5,1 ; 5,2 ; 5,5 ; 5,99 ;
5,999 ; 5,9999 ...

Dados dois números reais p e q , chama-se **intervalo** a todo conjunto de todos números reais compreendidos entre p e q , podendo inclusive incluir p e q . Os números p e q são os limites do intervalo, sendo a diferença $p - q$, chamada amplitude do intervalo.

Se o intervalo incluir p e q , o intervalo é fechado e caso contrário, o intervalo é dito aberto.

Nota: é fácil observar que o conjunto dos números reais, (o conjunto \mathbb{R}) pode ser representado na forma de intervalo como $\mathbb{R} = (-\infty ; +\infty)$

Exercícios Propostos

1)A tabela abaixo mostra o resultado de uma pesquisa realizada entre os alunos de uma escola de ensino médio, referentes às preferências deles em relação às revistas A ou B.

Revistas	Número de leitores
A	180
B	160
A e B	60
Nenhuma	40

Com base no quadro, responda:

- Quantos alunos foram consultados?
- Quantos alunos lêem apenas a revista A?
- Quantos alunos não lêem a revista A?
- Quantos alunos lêem a revista A ou a revista B?

2(Ufrn 2001) Uma pesquisa de opinião, realizada num bairro de Natal, apresentou o resultado seguinte: 65% dos entrevistados frequentavam a praia de Ponta Negra, 55% frequentavam a praia do Meio e 15% não iam à praia. De acordo com essa pesquisa, o percentual dos entrevistados que frequentavam ambas as praias era de:

- 20%
- 35%
- 40%
- 25%

3(Ufal 99) Em uma escola, foi feita uma pesquisa entre 320 alunos para verificar quantos falam inglês ou espanhol. O resultado foi o seguinte:

- 45 não falam esses idiomas
- 250 falam inglês
- 180 espanhol

Quantos dos alunos entrevistados falam esses dois idiomas?

4(Fgv-sp) Numa Universidade com N alunos, 80 estudam Física, 90 Biologia, 55 Química, 32 Biologia e Física, 23 Química e Física, 16 Biologia e Química e 8 estudam nas três faculdades. Sabendo-se que esta Universidade somente mantém as três faculdades, quantos alunos estão matriculados na Universidade?

- a) 304 b) 162 c) 146
d) 154 e) 140

5 (Puc rs 2001) Em uma escola, numa turma de 20 estudantes, 16 jogam futebol, 12 jogam voleibol e 2 não praticam esporte algum. O número de alunos dessa turma que joga somente futebol é

- a) 4 b) 6 c) 10
d) 12 e) 16

6(Furg 2001) Em uma pesquisa feita a **30** alunos sobre o tipo de revista que costumam ler, **14** responderam que lêem a revista X, **cinco** responderam que lêem a revista Y e **sete** responderam que lêem a revista Z. Sabendo-se que **três** lêem as revistas X e Y, **dois** lêem as revistas X e Z, **dois** lêem as revistas Y e Z e somente **um** lê as três revistas, o número dos que lêem **pelo menos uma** destas três revistas é:

- a) 8 b) 10 c) 19
d) 20 e) 26

7. (Puc-pr 2003) Em uma pesquisa feita com 120 empregados de uma firma, verificou-se o seguinte:

- têm casa própria: 38
- têm curso superior: 42
- têm plano de saúde: 70
- têm casa própria e plano de saúde: 34
- têm casa própria e curso superior: 17
- têm curso superior e plano de saúde: 24
- têm casa própria, plano de saúde e curso superior: 15

Qual a porcentagem dos empregados que não se enquadram em nenhuma das situações anteriores? (**Sugestão:** utilize o diagrama de VENN para facilitar os cálculos)

- a) 25% b) 30% c) 35%
d) 40% e) 45%

8. Em um grupo de 18 pessoas, 11 são homens, 9 pessoas usam óculos e 3 mulheres não usam óculos. Qual o número de homens que não usam óculos?

9(Puc-pr 2006) Uma pesquisa encomendada por uma gravadora para ver as preferências de um grupo de

pessoas em relação aos integrantes de um grupo musical denominado LDU onde cada letra do nome do grupo representa a inicial de cada um dos três integrantes do grupo revelou que:

Integrante	L	D	U	L e D	L e U	D e U	L, D e U	Nenhum Dos Integrantes do LDU
Número de pessoas	210	200	200	30	40	50	10	200

Assinale a alternativa verdadeira:

- a) Foram entrevistadas 810 pessoas.
b) O número de pessoas que gostam de pelo menos um integrante do grupo é 90.
c) As pessoas gostam mais do integrante D.
d) 20% dos entrevistados não gosta de nenhum dos integrantes do grupo LDU.
e) Menos de 2% dos entrevistados gostam dos três integrantes do grupo LDU.

10(Uepb 2006) O quadro abaixo mostra o resultado de uma pesquisa realizada com 1.800 pessoas, entrevistadas a respeito da audiência de três programas favoritos de televisão, a saber: Esporte (E), Novela (N) e Humorismo (H).

Programas	E	N	H	E e N	N e H	E e H	E, N e H
Nº de Entrevistados	400	1.220	1.080	220	800	180	100

De acordo com os dados apresentados, o número de pessoas entrevistadas que não assistem a algum dos três programas é:

- a) 900 b) 200 c) 100
d) 300 e) 400

11) Use V ou F conforme o caso

- a) $3,1 \in \mathbb{Q}$ () l) $3,555 = 3,555\dots$ ()
b) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ () m) $0,777\dots = \frac{7}{1000}$ ()
c) $\sqrt[3]{-8} \in \mathbb{Z}$ () n) $0,222\dots = \frac{2}{9}$ ()
d) $\sqrt{25} = \pm 5$ () o) $e \cong 2,7$ (n° de Euler) ()
e) $\sqrt{9} = 3$ () p) $0,85 \in \mathbb{R}$ ()
f) $-3^2 = 9$ () q) $\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$ ()
g) $(-3)^2 = 9$ () r) $0 \in \mathbb{Q}$ ()
h) $7,3 \in \mathbb{Q}$ () s) $\frac{0}{2} \in \mathbb{N}$ ()

i) $\sqrt{-64} \in \mathbb{R}$ () t) $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$ ()

j) $3,222 \in \mathbb{Q}$ () u) $\sqrt[3]{-27} \in \mathbb{Z}$ ()

k) $\pi = 3,14$ ()

12) (MACKENZIE – SP) Se A e B são dois conjuntos tais que $A \subset B$ e $A \neq \emptyset$, então:

a) sempre existe $x \in A$ tal que $x \notin B$.

b) sempre existe $x \in B$ tal que $x \notin A$.

c) se $x \in B$ então $x \in A$.

d) se $x \notin B$ então $x \notin A$.

e) $A \cap B = \emptyset$.

13) Indique as sentenças verdadeiras em relação aos conjuntos A, B e C.

a) Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$.

b) $\forall B \Rightarrow \emptyset \subset B$.

c) Se $C \subset A$ e $A \subset B$, então $C \subset B$.

d) Se $x \notin A$ e $x \in B$, então $A \subset B$.

14) Dados os conjuntos $A = \{0;1\}$, $B = \{0;2;3\}$ e $C = \{0;1;2;3\}$, classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) cada afirmação abaixo:

a) () $A \subset B$

b) () $\{1\} \subset A$

c) () $A \subset C$

d) () $B \supset C$

e) () $B \subset C$

f) () $\{0;2\} \in B$

15) Sendo $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ e $B = \{5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$, determine:

e) $A \cup B$

f) $A \cap B$

16) São dados os conjuntos:

$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ é ímpar}\}$,

$B = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 4\}$,

$C = \{x \in \mathbb{Z} / x < 6\}$.

Calcule:

a) $A =$

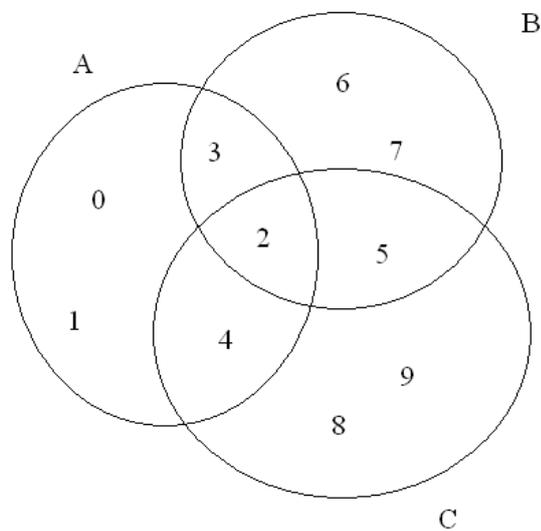
b) $B =$

c) $C =$

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) =$

e) $(A \cap C) \cup B =$

17) Observe o diagrama e responda:



Quais os elementos dos conjuntos abaixo:

a) $A =$

b) $B =$

c) $C =$

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) =$

e) $(A \cap C) \cup B =$

18) (UNESP) Se $A = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 8\}$ e $C = \{1, 4, 6, 8\}$, então:

a) $(A - B) \cap C = \{1, 2\}$

b) $(B - A) \cap C = \{1\}$

c) $(A - B) \cap C = \{1\}$

d) $(B - A) \cap C = \{2\}$

e) n.d.a