

Função seno e cosseno

A função seno é definida como uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \text{sen} X \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Representação no ciclo trigonométrico:

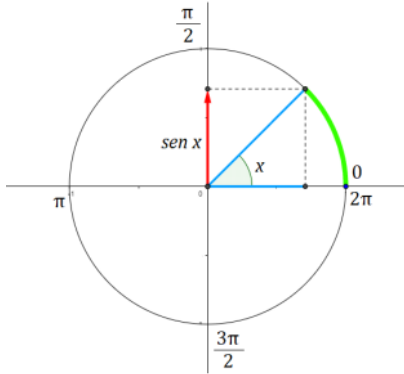


Imagem: A imagem da função seno é o intervalo  $[-1, 1]$ . Isso é um fato conhecido pois os valores que o seno pode assumir para qualquer valor de  $x$  podem variar apenas de -1 e 1.

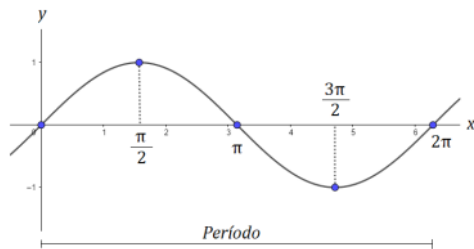
Período: O período da função seno é  $2\pi$  pois se  $\text{sen } x = y$  (qualquer valor de  $x$  teremos um valor em  $y$ ) então  $\text{sen}(x+2k\pi) = y, \forall k \in \mathbb{Z}$ , terá a mesma imagem no ciclo, ou seja:

$$y = \text{sen} X = \text{sen}(x+2k\pi)$$

**Exemplo 1)**  $k=1$  e  $x=\pi/6$ , temos que:

$$\text{sen}(\pi/6) = \text{sen}(\pi/6 + 2\pi) = \text{sen}(13\pi/6) = 1/2$$

Gráfico:



A função cosseno é definida como uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \text{cos} X \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Representação no ciclo trigonométrico:

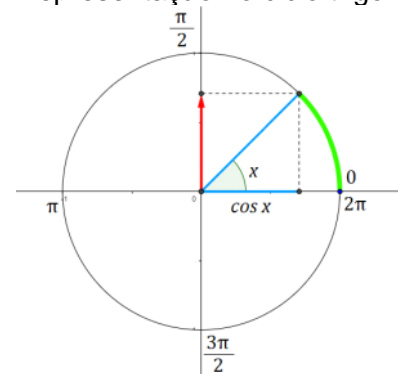


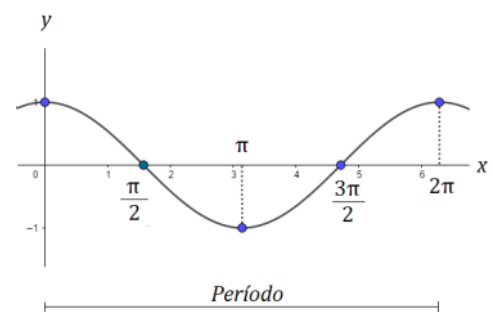
Imagem: A imagem da função cosseno é o intervalo  $[-1, 1]$ . Isso é um fato conhecido pois os valores que o cosseno pode assumir para qualquer valor de  $x$  podem variar apenas de -1 e 1.

Período: O período da função cosseno é  $2\pi$  pois se  $\text{cos } x = y$  (qualquer valor de  $x$  teremos um valor em  $y$ ) então  $\text{cos}(x+2k\pi) = y, \forall k \in \mathbb{Z}$ , terá a mesma imagem no ciclo, ou seja:  $y = \text{cos } x = \text{cos}(x+2k\pi)$

**Exemplo 2)**  $k=2$  e  $x=\pi/6$ , temos que:

$$\text{cos}(\pi/6) = \text{cos}(\pi/6 + 4\pi) = \text{cos}(25\pi/6) = \sqrt{3}/2$$

Gráfico:

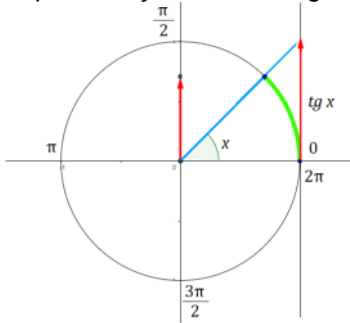


## Função Tangente

A **função tangente** é definida como uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \operatorname{tg} x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Representação no ciclo trigonométrico:



**Domínio:** O domínio da função tangente é diferente das funções seno e cosseno. Logo, o domínio da função será dado por  $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \pi/2 + k\pi\}$  onde percebemos que não existem valores para a tangente quando a sua representação no ciclo estiver no eixo dos senos. Classificamos a função tangente como periódica e também assintótica.

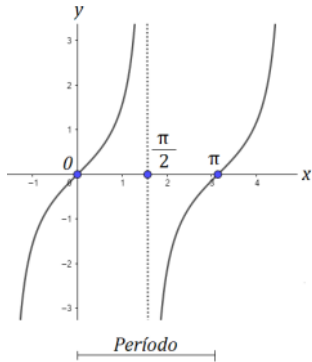
**Imagem:** A imagem da função tangente é o próprio conjunto dos reais  $\mathbb{R}$ , ou seja, para qualquer valor de  $x$  existe  $y$  real.

**Período:** O período da função tangente é  $\pi$ . Então dizemos:  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + k\pi) = y, \forall k \in \mathbb{Z}$ , terá a mesma imagem no ciclo, ou seja:

**Exemplo 3)**  $k=3$  e  $x=\pi/4$ , temos que:

$$\operatorname{tg}(\pi/4) = \operatorname{tg}(\pi/4 + 3\pi) = \operatorname{tg}(13\pi/4) = 1$$

Gráfico:



Note que no ponto  $x = \pi/2$  o gráfico não tem nenhuma representação em  $y$ , o que torna a função tangente uma assíntota nos pontos onde  $x = \pi/2 + k\pi$ .

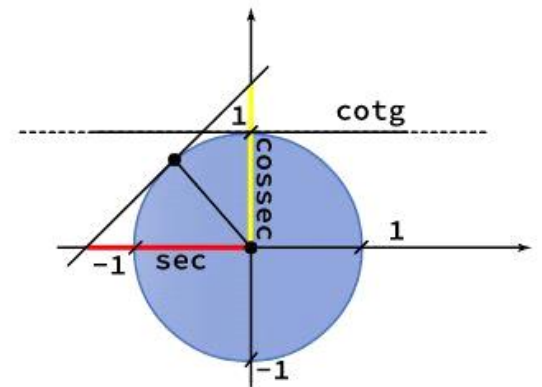
**Secante, cossecante e cotangente** são as razões inversas a cosseno, seno e tangente, respectivamente, e podem ser obtidas no ciclo **trigonométrico**

## Funções trigonométricas secundárias

$$\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

$$\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$$

$$\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$$



Cossecante, secante e cotangente no ciclo trigonométrico

1) ENEM 2014

Uma pessoa usa um programa de computador que descreve o desenho da onda sonora correspondente a um som escolhido. A equação da onda é dada, num sistema de coordenadas cartesianas, por  $y = a \cdot \text{sen}[b(x + c)]$ , em que os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são positivos. O programa permite ao usuário provocar mudanças no som, ao fazer alterações nos valores desses parâmetros. A pessoa deseja tornar o som mais agudo e, para isso, deve diminuir o período da onda. O(s) único(s) parâmetro(s) que necessita(m) ser alterado(s) é(são)

- a) a.
- b) b.
- c) c.
- d) a e b.
- e) b e c.

2) ENEM 2014

A quantidade de certa espécie de crustáceos, medida em toneladas, presente num trecho de mangue, foi modelada pela equação

$$Q(t) = \frac{600}{6 + 4\text{sen}(wt)}$$

onde  $t$  representa o número de meses transcorridos após o início de estudo e  $w$  é uma constante.

O máximo e o mínimo de toneladas observados durante este estudo são, respectivamente,

- a) 600 e 100
- b) 600 e 150
- c) 300 e 100
- d) 300 e 60
- e) 100 e 60

3) VUNESP

A expressão

$$\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}$$

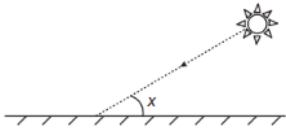
com  $\sin \theta \neq 1$ , é igual a:

- a)  $\sin \theta$
- b)  $\sin \theta + 1$
- c)  $\operatorname{tg} \theta \cdot \cos \theta$
- d) 1
- e)  $\sin \theta$ / $\sec \theta$

4) ENEM 2017

Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo  $x$  com a sua superfície, conforme indica a figura.

Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por  $I(x) = K \cdot \text{sen}(x)$  sendo  $k$  uma constante, e supondo-se que  $x$  está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ .



Quando  $x = 30^\circ$ , a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

- a) 33%
- b) 50%
- c) 57%
- d) 70%
- e) 86%

5) (UA-AM)

5) (UA-AM) A expressão  $\frac{1}{\operatorname{cosec} x(1 + \cos x)} + \operatorname{cosec} x(1 + \cos x)$  é igual a:

a)  $2 \operatorname{sen} x$

b)  $2 \cos x$

c)  $2 \operatorname{cosec} x$

d)  $2 \operatorname{tg} x$

e)  $2 \operatorname{sec} x$

|



6) UFPA

(UF-PA) Qual das expressões abaixo é idêntica a  $\frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{\cot gx \cdot \operatorname{sen} x}$  ?

a)  $\operatorname{sen} x$

b)  $\cos x$

c)  $tgx$

d)  $\operatorname{cossec} x$

e)  $\cot gx$