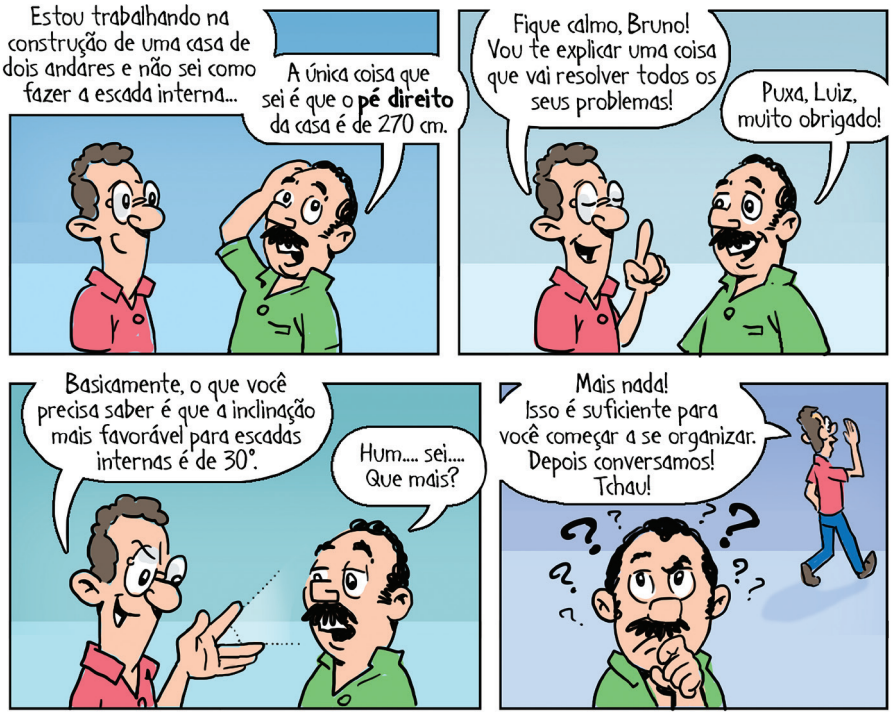
A trigonometria do triângulo retângulo

Para início de conversa...



Pé direito

É a altura entre os dois andares.

Você conhece alguém que já passou por esse problema? Será que Bruno tem, de fato, a informação de que precisa para solucionar o problema? Saber que a inclinação ideal para uma escada interna é de 30º e que o pé-direito da casa é de 270 cm, é suficiente para calcular o comprimento da escada?

Nesta unidade, você aprenderá a utilizar o triângulo retângulo para resolver problemas do cotidiano, trabalhar com as razões trigonométricas no triângulo retângulo e utilizará os teoremas do seno e cosseno em situações diversas.

Objetivos de aprendizagem

- Utilizar as razões trigonométricas para calcular o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30°, 45° e 60°
- Resolver problemas do cotidiano, envolvendo as razões trigonométricas.
- Utilizar os teoremas do seno e do cosseno, para resolver problemas variados.

Seção 1
O Triângulo Retângulo e as Razões Trigonométricas

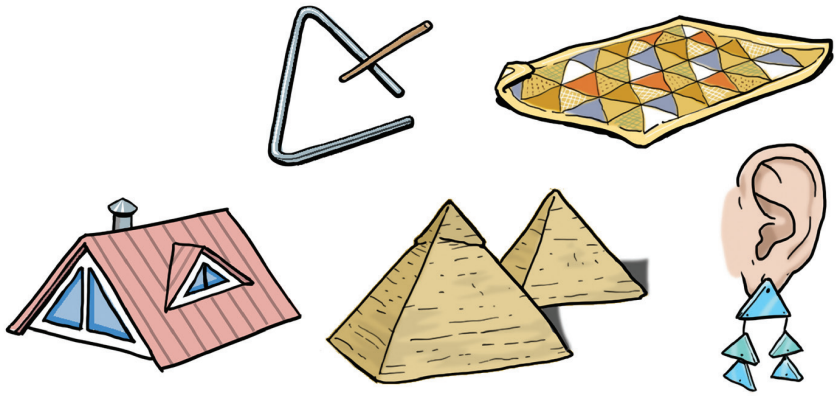


Figura 1: Alguns exemplos do uso de triângulos no nosso dia a dia. Podemos perceber que esta figura geométrica aparece em várias situações desde construções, maquetes a brincos e instrumentos musicais.

Se observarmos o ambiente à nossa volta neste momento, poderemos identificar várias formas geométricas, dentre elas, o triângulo. Vamos tentar?

Interrompa sua leitura nesse momento. Olhe ao redor. Se quiser, levante-se e dê uma volta pelo lugar onde você está. Quantos triângulos você consegue observar? Você poderia dizer que todos eles têm as mesmas características ou você identifica alguma diferença entre eles? Se quiser, copie a tabela a seguir em seu caderno ou em uma folha à parte, para ajudar em sua investigação.

Triângulo	Quantidade observada	Onde encontrei?	Característica
Tipo 1			
Tipo 2			

Atividade

Lembre-se: faça em uma folha a parte

Agora veja a definição a seguir:

Um triângulo que possui um ângulo de 90º (reto) é chamado de Triângulo Retângulo.

Triângulos retângulos são figuras geométricas muito mais comuns no nosso dia a dia do que imaginamos. Eles estão presentes nas mais diferentes situações. A figura abaixo mostra algumas delas. Será que algum dos objetos mostrados é igual a um dos triângulos que você encontrou?

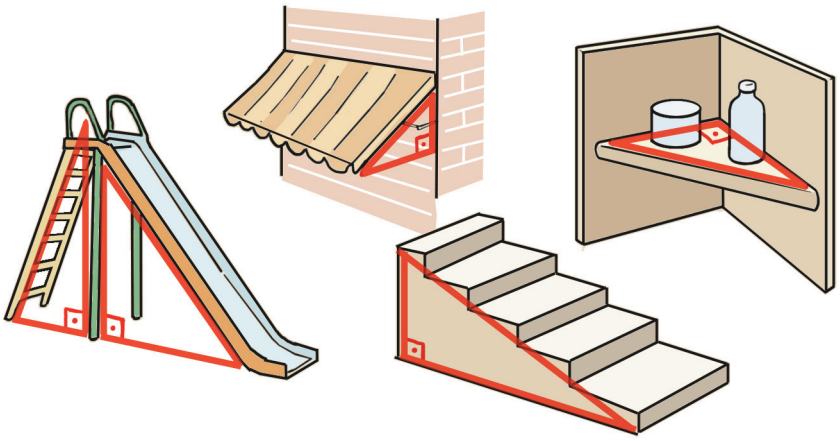
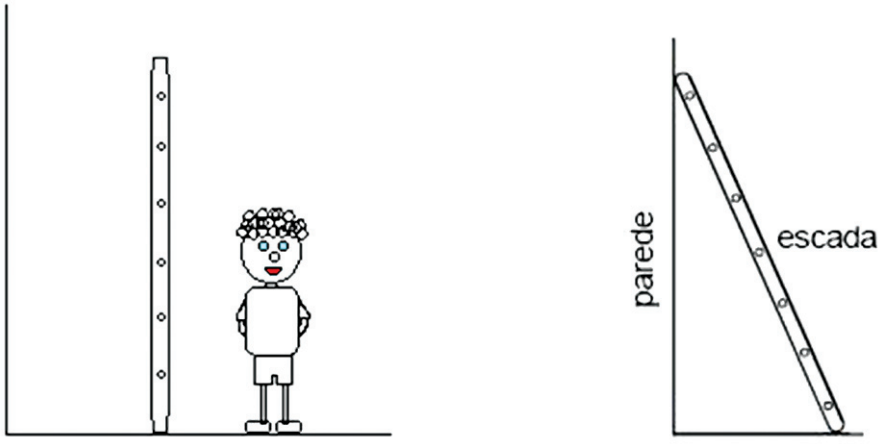


Figura 2: Alguns exemplos de objetos que possuem o formato ou que nos permitem enxergar triângulos retângulos. Você não acha que esses triângulos são muito mais comuns do que você imaginava?

Além de estarem presentes em nossas casas, nosso trabalho, em ambientes fechados e abertos, triângulos retângulos podem nos ajudar a resolver problemas importantes para nossa vida diária, tais como o do pedreiro Bruno.

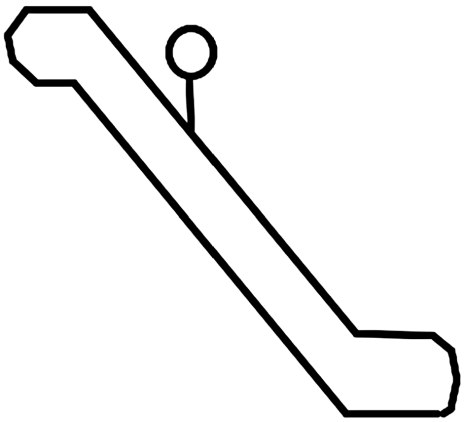
Mas de que forma isso poderia acontecer?

Observe a imagem a seguir. Na primeira figura, um homem irá apoiar uma escada de madeira em uma parede. A figura ao lado, mostra como a escada fica. Você nota a presença de alguma figura geométrica?



Você consegue observar a mesma figura nesta imagem?

E nesta representação de uma escada rolante? Ficou mais difícil?



Se prestarmos atenção aos triângulos retângulos, verificaremos que os ângulos de 30º, 45º e 60º são muito comuns.

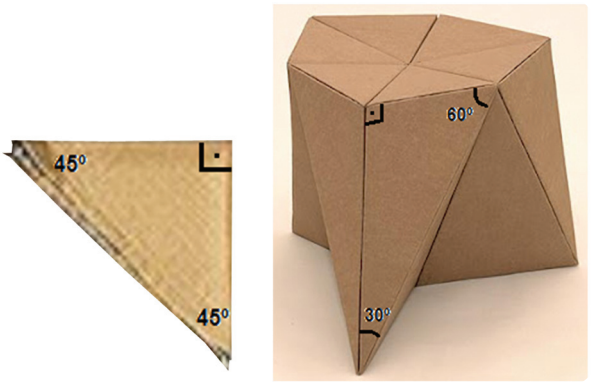


Figura 3: Um guardanapo de pano, dobrado em quatro partes, determina um triângulo retângulo, contendo o ângulo de 45º. Da mesma forma, o origami exibe alguns triângulos. Em destaque, um triângulo retângulo com os ângulos de 30º e 60º.

Tal como a atividade anterior, na figura a seguir, podemos perceber a presença de um triângulo retângulo que vai nos auxiliar a entender melhor como Bruno vai solucionar esse problema.

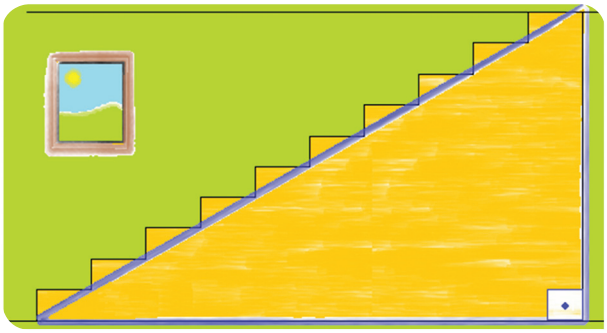


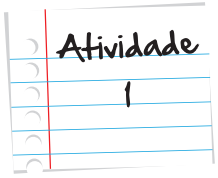
Figura 4: Com essa figura, fica fácil ver o triângulo retângulo, fica fácil ver que o pé-direito da casa é um dos lados do triângulo e que o comprimento da escada é o outro lado, certo? Mas ainda não ficou claro como essas informações vão ajudar Bruno a descobrir qual o tamanho da escada que deve construir!

Diante disso, vamos entender de que forma a **trigonometria** aplicada nesses casos pode nos ajudar a resolver o problema de Bruno.

Trigonometria

é um ramo da Matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo.

Para isso, vamos fazer a atividade a seguir.

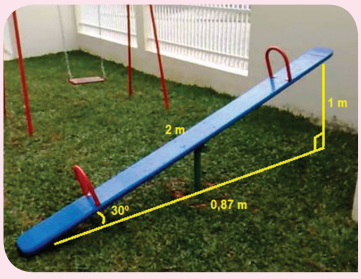


Observe os triângulos abaixo e faça o que se pede:

Todos são triângulos _____, pois possuem um ângulo de 90º. Além disso, em todos há um ângulo de 30º.

Calcule o quociente entre a medida do lado oposto ao ângulo de 30º e a medida do oposto ao ângulo de 90º em cada um dos triângulos.

a.



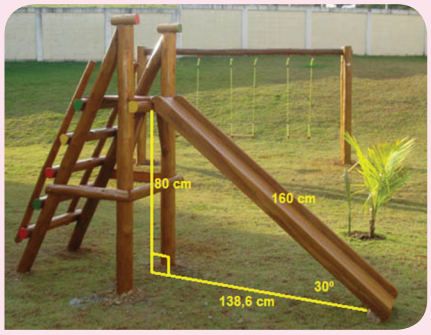
O lado oposto ao ângulo de 30º mede _____. Já o lado adjacente a este mesmo ângulo mede _____. Não confunda com o lado oposto ao ângulo de 90º que mede _____.

Atividade 1

Agora, calcule a razão (quociente) entre a medida do lado oposto ao ângulo de 30º e o oposto ao ângulo de 90º.

$$\frac{\textit{lado oposto ao ângulo de } 30°}{\textit{lado oposto ao ângulo de } 90°} = ____$$

b.



O lado oposto ao ângulo de 30º mede ___ _____. Já o lado adjacente a este mesmo ângulo mede _____. Não confunda com o lado oposto ao ângulo de 90º que mede _____.

Agora, calcule a razão (quociente) entre a medida do lado oposto ao ângulo de 30º e o oposto ao ângulo de 90º.

Com essa atividade, percebemos que a razão (quociente) entre o lado do triângulo oposto ao ângulo de 30º e o oposto ao de 90º tem sempre o mesmo valor. Esse valor é _____.

Lembre-se: faça em uma folha a parte

Observe a figura:

Você sabia que nos triângulos retângulos, o lado que se opõe ao ângulo de 90º (ângulo reto) é chamado de Hipotenusa e os demais lados são chamados de Cateto? Como há dois catetos no triângulo, um deles estará em uma posição oposta ao ângulo agudo x e, por isso, será chamado de cateto oposto e o outro será o cateto adjacente (vizinho) ao ângulo.

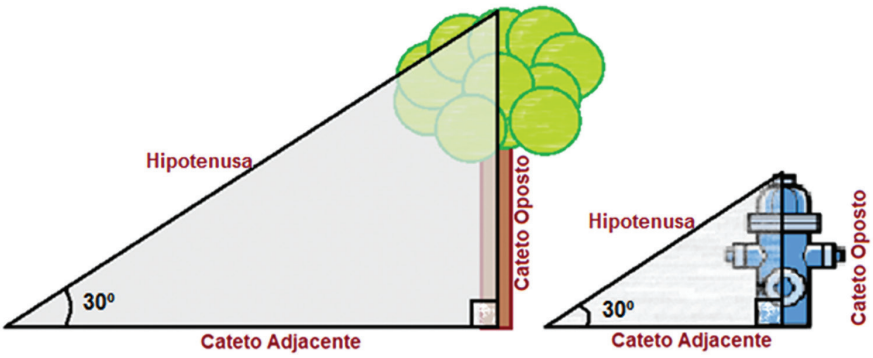


Figura 5: Representações de triângulos retângulos, seus catetos e a hipotenusa. Utilizamos nas duas figuras o ângulo de 30º, mas os nomes dos lados são usados em quaisquer triângulos retângulos.

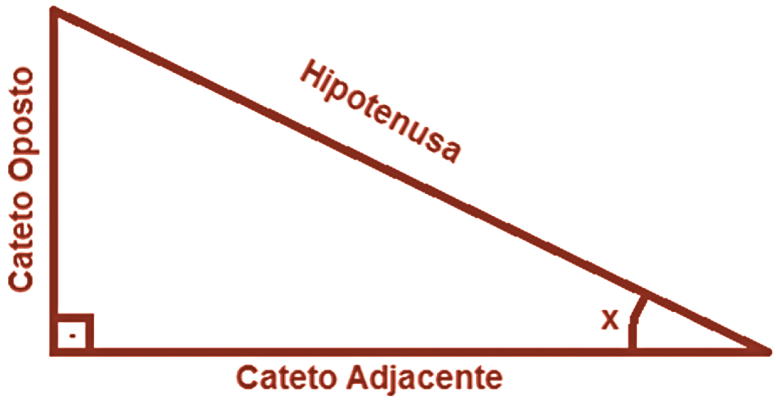


Figura 6: Triângulo retângulo, a hipotenusa e os catetos. O ângulo de 30º foi substituído pelo ângulo x que representa qualquer medida de ângulo.

Pessoal, acho que agora já temos todas as informações necessárias para auxiliar nosso amigo Bruno. Naquela ocasião, vimos que a escada deveria ter uma inclinação de 30º em relação ao solo e que o pé direito da casa (a altura entre os andares da casa) era de 270 cm. Sendo assim, temos a seguinte figura:

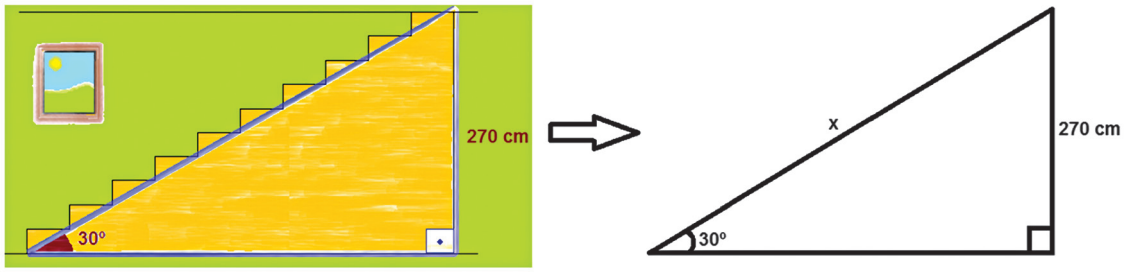


Figura 7: A escada a ser construída por Bruno, o pedreiro. Nesta figura, vemos um triângulo retângulo com o ângulo de 30º indicado, além do cateto oposto a ele com 270 cm de comprimento.

Podemos verificar que o cateto oposto ao ângulo de 30º é o 270, e o comprimento x é a hipotenusa do triângulo, Como poderemos calcular o comprimento x da escada?

Para resolvermos o problema de Bruno, vamos nos lembrar da atividade 1 onde pudemos trabalhar com triângulos semelhantes a este. Naquela ocasião, percebemos que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 30º e a hipotenusa (lado oposto ao ângulo de 90º) sempre vale $\frac{1}{2}$.

Vamos utilizar essa dica e as informações dadas no problema para calcularmos a medida x:

$$\frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{270}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{270}{x}$$

$$x = 270 \,.\, 2$$

$$x = 540\,cm$$

Com isso, verificamos que a escada terá 540 cm de comprimento. Este valor será aproximadamente a medida do corrimão da escada. Além disso, se pensarmos que cada degrau tem 18 cm de altura, então a escada terá 270 ÷ 18 = 15 degraus.

Agora, desejamos um bom trabalho ao nosso amigo Bruno e vamos seguir o nosso caminho.

Vimos até o momento que a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 30º e a hipotenusa é sempre igual a ½. Mas, não é só o ângulo de 30º que tem esse privilégio. Todos os ângulo**s agudos** possuem esta característica. Porém, cada um deles possui um valor diferente para esta razão.

ângulo agudo
Um ângulo agudo é aquele que é menor que 90º.

Pelo que estamos vendo, isso é mais importante do que imaginávamos. E é verdade. Essa razão entre o cateto oposto e a hipotenusa é tão importante que recebe um nome específico para isso: *SENO*. Portanto, quando quisermos nos referir à razão entre o cateto oposto e a hipotenusa de um ângulo, estaremos fazendo referência ao SENO deste ângulo.

Sendo assim, vamos conhecer alguns valores desta razão. Que tal os senos dos ângulos de 45º e de 60º? Afinal, vocês se lembram que esses ângulos são muito comuns no nosso dia a dia, não é?!

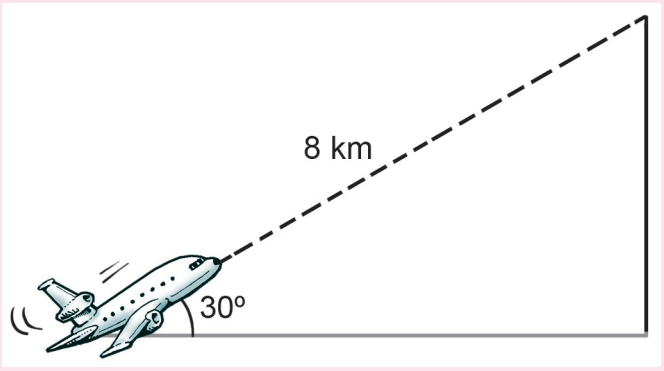
Ângulo	Seno
30º	$\frac{1}{2}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Tabela 1: Nesta tabela, vemos os valores dos senos de 30º, 45º e de 60º. Da mesma maneira que trabalhamos com o ângulo de 30º, podemos agir com os demais ângulos. Ou seja, a razão entre o cateto oposto ao ângulo de 45º, por exemplo, e a hipotenusa vale sempre $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Agora, é sua vez! Resolva os problemas a seguir, utilizando os conhecimentos que adquirimos até agora.

Atividade 2

Um avião levanta voo sob um ângulo de 30º. Depois de percorrer 10 km, a que altura se encontra este avião?



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Atividade 3

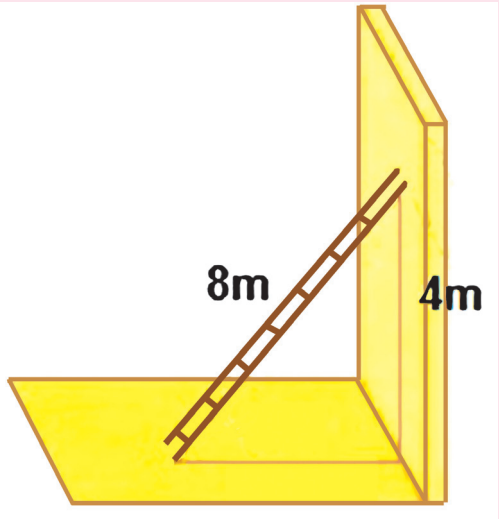
Uma escada de 8 metros de comprimento está apoiada em um ponto de uma parede a 4 metros de altura. Qual das opções abaixo traz o ângulo de inclinação da escada em relação à parede?

(a) 30º

(b) 45º

(c) 60º

(d) 90º



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Muito bem! Estamos cada vez melhores!

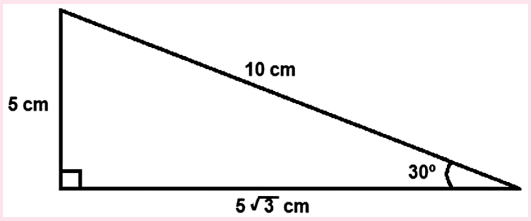
Mas uma curiosidade está aparecendo agora: será que existem outras razões nesses triângulos retângulos? Por exemplo, a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa? Ou a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente?

Vamos dar uma olhadinha nosso? Observe os triângulos abaixo e faça a atividade a seguir:

Atividade 4

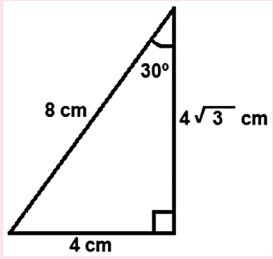
Complete as lacunas de acordo com cada figura.

c.



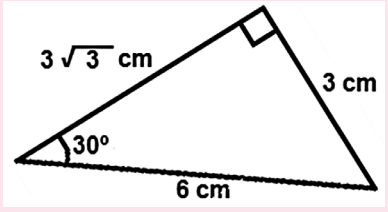
- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede _____. O cateto adjacente a este ângulo mede _____ e a hipotenusa mede _____.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração _____.
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração _____.

d.

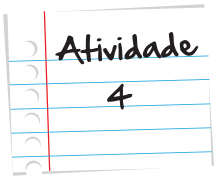


- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede _____. O cateto adjacente a este ângulo mede _____ e a hipotenusa mede _____.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração _____.
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração _____.

e.



- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede _____. O cateto adjacente a este ângulo mede _____ e a hipotenusa mede _____.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração _____.
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração _____.



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Ora, ora... Pelo que estamos percebendo, esses valores também são recorrentes. E será que essas razões também possuem um nome especial? É claro que sim!

A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa chama-se *COSSENO*. Já a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente chama-se *TANGENTE*.

Isto é:

seno

$$\text{seno do ângulo x} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cosseno do ângulo x} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tangente do ângulo x} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Importante

Além disso, assim como ocorre com o seno, os ângulos de 45º e 60º também possuem seus valores específicos. Veja no quadro a seguir:

	30º	45º	60º
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Tabela 2: Aqui são mostrados os valores de seno, cosseno e tangente. Esses valores são muito importantes. Tenha muita atenção!

Multimídia

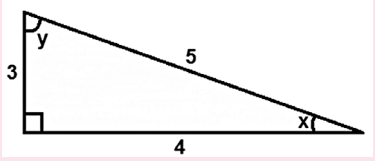
Clique neste *link* para assistir a um vídeo que mostra a demonstração matemática dos valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30º, 45º e 60º. Vale a pena conferir!

http://www.youtube.com/watch?v=AllG-nig6qQ

Agora, vamos ver como podemos utilizar esses valores e o que aprendemos até agora para resolvermos as mais diversas atividades.

Atividade 5

Observe o triângulo abaixo e indique os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos abaixo:



Seno de x =

Cosseno de x =

Tangente de x =

Seno de y =

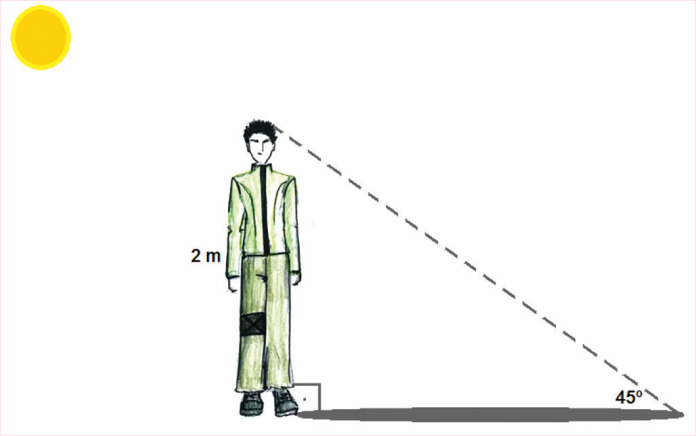
Cosseno de y =

Tangente de y =

Lembre-se: faça em uma folha a parte

Atividade 6

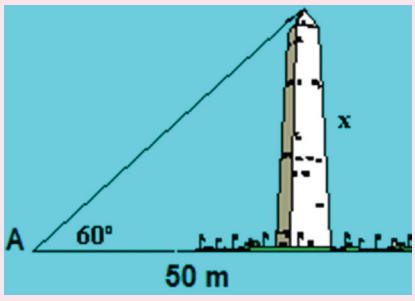
Uma pessoa de 2 metros de altura está exposta ao sol. Os raios solares incidem no solo sob um ângulo de 45º, como mostrado na figura. Qual a medida da sua sombra projetada no solo?



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Atividade 7

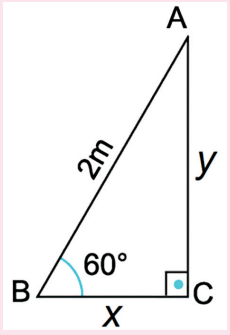
De um ponto A, a 50 metros de distância, uma pessoa enxerga o topo de um obelisco, segundo um ângulo de 60º. Qual é a altura desse obelisco?



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Atividade 8

A figura a seguir possui duas medidas desconhecidas. Utilize as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) para determiná-las.



Lembre-se: faça em uma folha a parte

Muito bem, pessoal. Verifiquem as respostas no final desta unidade.

Pelo visto, este assunto já está na ponta da língua. Mas se ainda não estiver, a sugestão é procurar fazer os exercícios da seção "O que perguntam por aí?".

Surge, agora, mais uma curiosidade: essas razões trigonométricas só podem ser usadas em triângulos retângulos? Seria muito interessante, se conseguíssemos trabalhar com a trigonometria em outros tipos de triângulos, não acham? Então, vamos seguir para a próxima seção onde falaremos exatamente deste assunto.

Seção 2
A Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos

Até agora, vimos como lidar com as razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Mas será que só podemos trabalhar com a Trigonometria em triângulos deste tipo? Afinal, nem sempre estaremos diante de triângulos retângulos. Sendo assim, como faremos? Observe a situação a seguir:

Dona Clotilde quer vender o seu terreno, mas para isso, quero saber qual a sua área, pois isso influenciará diretamente no preço que cobrará por ele. Vejamos o terreno de Dona Clotilde.

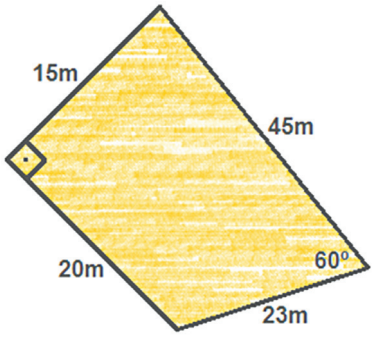


Figura 8: Terreno de Dona Clotilde em forma de um quadrilátero irregular. Podemos visualizar um ângulo reto e outro ângulo de 60º.

Para resolver o problema, Dona Clotilde dividiu seu terreno em duas partes. Vamos observar na figura a seguir que a área 1 é um triângulo retângulo e que, por isso, sua área pode ser calculada, multiplicando-se um cateto pelo outro e dividindo-se por 2. Assim:

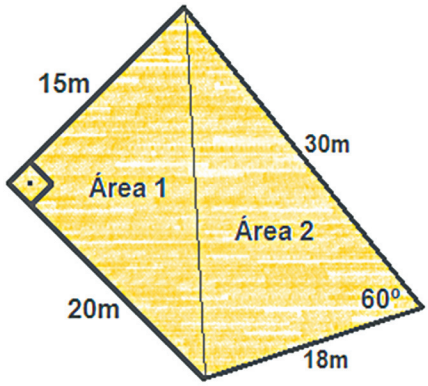


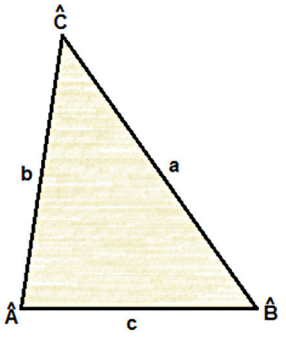
Figura 9: O terreno está dividido em duas áreas. Uma delas é um triângulo retângulo e o outro é um triângulo qualquer.

Cálculo da área 1:

$$\frac{20.15}{2} = \frac{300}{2} = 150m^2$$

Para o cálculo da área 2, Dona Clotilde utilizou uma fórmula um pouco diferente. Nesta fórmula, levamos em consideração dois lados do triângulo e o ângulo formado por eles. Ou seja, Área = ½ (b.c.sen Â). Com isso, bastou multiplicar 30 por 18 e pelo seno de 60º e, em seguida, dividir por 2 para obter a área 2 no valor aproximado de 234m^2. Totalizando, portanto, uma área de 150 + 234 = 384m^2.

A fórmula utilizada para resolver o problema de Dona Clotilde permite-nos calcular a área de um triângulo qualquer. Além disso, podemos utilizar qualquer um dos três ângulos para isso, desde que usemos os lados correspondentes do triângulo e o resultado será o mesmo! Vejamos:



$$área = \frac{1}{2}\ (b.c.sen\hat{A})$$

$$área = \frac{1}{2}\ (a.b.sen\hat{C})$$

$$área = \frac{1}{2}\ (a.b.sen\hat{B})$$

Figura 10: Um triângulo qualquer como seus respectivos lados e ângulos. Notemos que não há necessariamente a presença de um ângulo reto ou mesmo dos ângulos notáveis (30º, 45º ou 60º).

Em todos esses casos, a área tem o mesmo resultado. Portanto, podemos dizer que:

$$\frac{1}{2}\ (b.c.sen\hat{A}) = \frac{1}{2}\ (a.b.sen\hat{C})$$

$$b.c.sen\hat{A} = a.b.sen\hat{C}$$

$$c.sen\hat{A} = a.sen\hat{C}$$

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$

Se trabalharmos com a igualdade $\frac{1}{2}\ (b.c.sen\hat{A}) = \frac{1}{2}\ (a.c.sen\hat{B})$, conseguiremos a expressão:

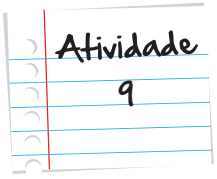
$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}}$$

Sendo assim,

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$

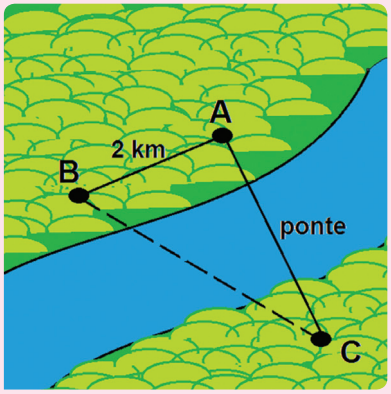
Esta razão entre o lado e o seno do seu ângulo oposto é constante para todos os lados do triângulo. A esta igualdade, damos o nome de *Lei dos Senos*.

Vamos praticar um pouco?



Uma contrutora quer colocar uma ponte ligando os pontos A e C do mapa abaixo. Mas, precisava calcular a distância entre esses pontos. Dispunha apenas de um **teodolito**. Do ponto A, caminhou até o ponto B, na mesma margem a 2 quilômetros de distância.

Teodolito
é um instrumento óptico, utilizado para medir ângulos verticais e horizontais.



Atividade 9

Com o teodolito, calculou o ângulo CÂB = 75º e CB̂A = 60º.

Utilize a Lei dos Senos para calcular a medida aproximada da ponte AC. (Considere $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$)

Lembre-se: faça em uma folha a parte

Que tal construirmos um Teodolito? Assim, poderemos entender melhor seu funcionamento, além de aprender mais sobre Trigonometria numa exepriência bem divertida. Acesse o site e assista ao vídeo explicativo.

http://www.youtube.com/watch?v=jivQJZlbCBY

Multimídia

Outra importante relação da Trigonometria é a *Lei dos Cossenos*. Essa lei relaciona os três lados de um triângulo e apenas um único ângulo.

Vamos tentar entender como ele funciona?

Se estivermos diante de um triângulo retângulo, poderemos utilizar o Teorema de Pitágoras para a relação entre os seus lados.

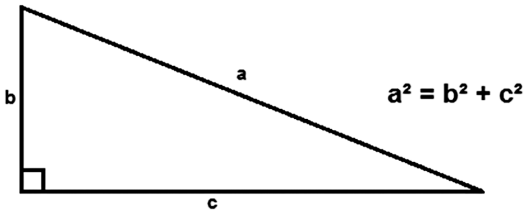


Figura 13: O triângulo retângulo, seus lados e o Teorema de Pitágoras

Porém, se o ângulo reto der lugar a um ângulo agudo, certamente a hipotenusa sofrerá uma redução e, a partir desse momento, o Teorema de Pitágoras não funcionará mais. Diante disso, precisaremos fazer uma pequena "correção" no Teorema de Pitágoras, ajustando-o para que possamos relacionar os lados corretamente.

Esse ajuste leva em consideração o ângulo que ficou no lugar do ângulo reto. Da seguinte forma:

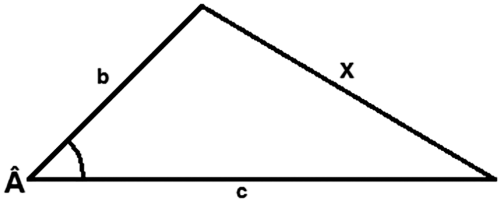


Figura 14: O ângulo reto foi reduzido a um ângulo agudo e o lado a também diminuiu de tamanho, tornando-se o lado x.

A relação que podemos criar entre os lados é:

$$x^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\hat{A}$$

Podemos notar que a expressão "$- 2.b.c.cos\hat{A}$" é o fator de correção que havíamos comentado anteriormente. Essa relação recebe o nome de Lei dos Cossenos.

Multimídia

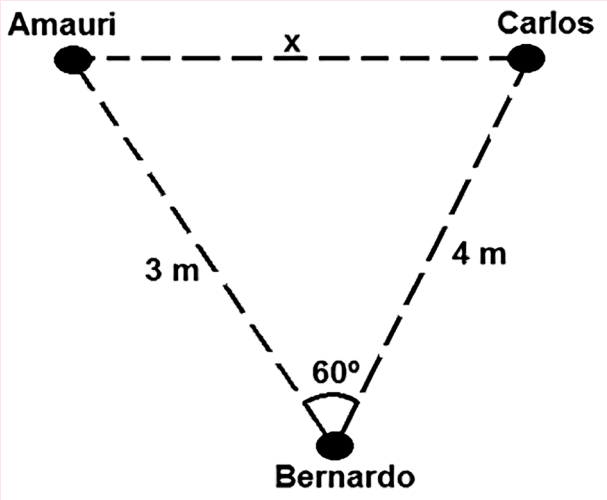
Você quer saber como fizemos para deduzir esta fórmula? Acesse o *link* a seguir para entender como chegamos a essa relação. Nele, você vai encontrar um vídeo com todo o passo a passo. Veja!

http://www.youtube.com/watch?v=3gUhDWlqOB8

Atividade 10

Três amigos estão sentados em um campo. Bernardo está a 3 metros de distância de Amauri e a 4 metros de distância de Carlos. Além disso, consegue observá-los sob um ângulo de 60º. (Observe a figura)

Atividade 10



Como poderemos determinar a distância entre Amauri e Carlos?

Lembre-se: faça em uma folha a parte

Resumo...

Nesta aula, estudamos sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo. Estas são relações que são muito importantes em todas as ações matemáticas que você vai vivenciar daqui por diante. Por isso, não deixe de realizar cuidadosamente todas as atividades que propusemos. Avalie com cuidado o seu aprendizado e, se necessário, busque auxílio.

- As razões trigonométricas seno, cosseno e tangente são formas de relacionar lados e ângulos de um triângulo retângulo.
- Os ângulos de 30º, 45º e 60º são os mais comuns e, por isso, procuramos sempre nos lembrar dos seus respectivos valores de seno, cosseno e tangente. Esses valores estão nesta tabela:

	Seno	Co-seno	Tangente
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

- A Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos possibilitam relacionar lados e ângulos de um triângulo qualquer, isto é, sem a necessidade de trabalharmos com triângulos retângulos.
- A Lei dos Senos é definida por . $\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$
- A Lei dos Cossenos é definida por: $x^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\hat{A}$.

Veja Ainda

Para quem é curioso e gosta de conhecer aplicações diferentes dos assuntos que aprendemos nesta unidade, temos algumas sugestões que podem enriquecer nosso aprendizado.

Os vídeos do Novo Telecurso são muito interessantes, pois trazem situações práticas e discutem inclusive a demonstração das fórmulas aqui apresentadas. Acesse os vídeos e saiba mais!

Trigonometria no triângulo retângulo:

- http://www.youtube.com/watch?v=nT2A4Ehf1kU

Lei dos Senos

- http://www.youtube.com/watch?v=-rSvHD1DYXo

Lei dos Cossenos

- http://www.youtube.com/watch?v=v5_CXEI4TLs&feature=plcp

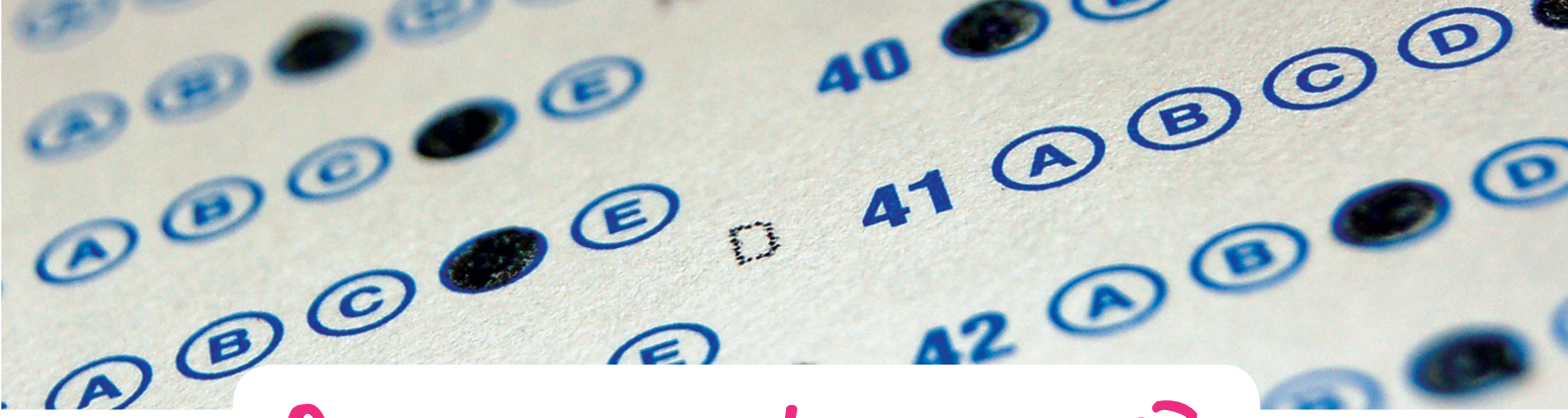
Bibliografia

- IMENES, L.M., TROTTA, F., JAKUBOVIC, J. **Matemática Aplicada – 2º grau**, Ed. Moderna.
- LOBO DA COSTA, N.M. **Funções Seno e Cosseno***:* Uma Sequência de Ensino a Partir dos Contextos do Mundo Experimental.e do Computador. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 1997.

Imagens

• http://www.sxc.hu/photo/789420

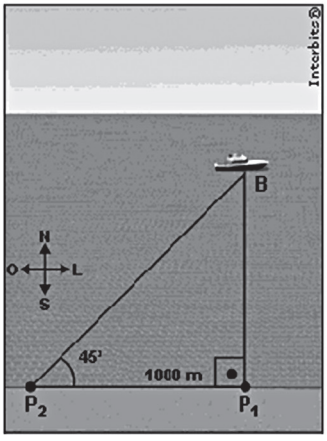
• http://www.sxc.hu/photo/517386 • David Hartman.



O que perguntam por aí?

(Uel – 2011)

Um indivíduo em férias na praia observa, a partir da posição P_1, um barco ancorado no horizonte norte na posição B. Nesta posição P_1, o ângulo de visão do barco, em relação à praia, é de 90°, como mostrado na figura a seguir.



Ele corre aproximadamente 1000 metros na direção oeste e observa novamente o barco a partir da posição P_2. Neste novo ponto de observação P_2, o ângulo de visão do barco, em relação à praia, é de 45°.

Qual a distância P_2B aproximadamente?

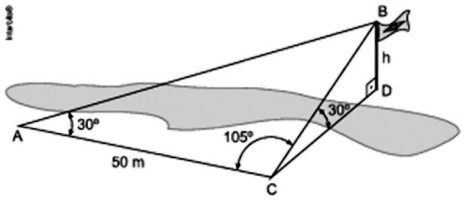
a) 1000 metros
b) 1014 metros
c) 1414 metros
d) 1714 metros
e) 2414 metros

Resposta: Letra B

Comentários: A distância P_2B é a hipotenusa do triângulo. Com isso, usando cos 45º, temos que a medida P_2B vale $1000\sqrt{2}$. Como $\sqrt{2} \cong 1,414$, temos que $1000\sqrt{2} = 1414$ metros.

Unesp – 2011

Uma pessoa se encontra no ponto A de uma planície, às margens de um rio e vê, do outro lado do rio, o topo do mastro de uma bandeira, ponto B. Com o objetivo de determinar a altura h do mastro, ela anda, em linha reta, 50 m para a direita do ponto em que se encontrava e marca o ponto C. Sendo D o pé do mastro, avalia que os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{C}D$ valem 30º, e o $A\hat{C}B$ vale 105º, como mostra a figura:



a) 12,5.
b) $12,5\sqrt{2}$.
c) 25,0.
d) $25,0\sqrt{2}$.
e) 35,0.

Resposta: Letra B

Comentário: O ângulo $A\hat{B}C$ vale 45º, pois a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo e sempre igual a 180º. Utilizando a Lei dos Senos, conseguimos calcular a medida do segmento BC que é igual a $25\sqrt{2}$ m. Como h é o cateto oposto ao ângulo de 30º e BC é a hipotenusa, usamos o seno de 30º para calcularmos h. Com isso, encontramos $12,5\sqrt{2}$ m.

Atividade 1

Respostas das Atividades

Todos são triângulos retângulos, pois possuem um ângulo de 90º. Além disso, em todos há um ângulo de 30º.

O lado oposto ao ângulo de 30º mede 1 metro. Já o lado adjacente a este mesmo ângulo mede 0,87 m. Não confunda com o lado oposto ao ângulo de 90º que mede 2 metros.

Agora, calcule a razão (quociente) entre a medida do lado oposto ao ângulo de 30º e o oposto ao ângulo de 90º.

$$\frac{\textit{lado oposto ao ângulo de } 30°}{\textit{lado oposto ao ângulo de } 90°} = \frac{1}{2}$$

O lado oposto ao ângulo de 30º mede 80 cm. Já o lado adjacente a este mesmo ângulo mede 138,6 cm. Não confunda com o lado oposto ao ângulo de 90º que mede 160 cm.

Agora, calcule a razão (quociente) entre a medida do lado oposto ao ângulo de 30º e o oposto ao ângulo de 90º.

$$\frac{\textit{lado oposto ao ângulo de } 30°}{\textit{lado oposto ao ângulo de } 90°} = \frac{80}{160} = \frac{1}{2}$$

Atividade 2

Segundo a figura do problema, a trajetória retilínea do avião faz um ângulo de 30º com a horizontal. Sendo assim, formamos um triângulo retângulo, formado pela trajetória, a altura do avião e a horizontal com este ângulo de 30º.

Dessa forma, a trajetória de 2 quilômetros representa a hipotenusa deste triângulo e a altura funciona como cateto oposto ao ângulo de 30º. Portanto, podemos usar o seno do ângulo de 30º para calcular essa altura.

Logo,

$$sen30^{o} = \frac{h}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h}{2}$$

h= 1km ou 1000 metros

Atividade 3

Neste problema, o triângulo formado pela escada, a parede e o chão possui como hipotenusa comprimento da escada (8 metros). O ângulo solicitado pelo problema encontra-se na parte superior do triângulo, isto é, o ângulo formado pela escada e a parede. Tome

Respostas das Atividades

cuidado para não calcular o ângulo formado pela escada e o chão que se encontra na parte inferior do triângulo.

Como a escada encosta na parede em um ponto a 4 metros de altura, esta medida representará o cateto adjacente ao ângulo requisitado. Então se temos a hipotenusa e o cateto adjacente, poderemos trabalhar com o Cosseno.

Com isso,

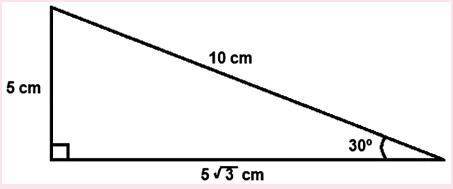
$$cosX = \frac{altura\,do\,muro}{comprimento\,da\,escada} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Percebemos, portanto, que o cosseno do ângulo X vale ½. Imediatamente, vamos consultar nossa tabela para verificar qual ângulo possui este valor para o seu cosseno. E este ângulo é o de 60º.

Tome outro cuidado, o seno de 30º também vale ½. Mas, não confunda! Estamos trabalhando com o Cosseno.

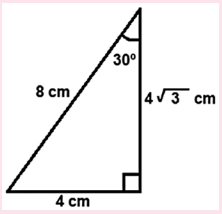
Atividade 4

a.



- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede ___5cm___. O cateto adjacente a este ângulo mede _5√3 cm_____ e a hipotenusa mede __10 cm___.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração $\frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$..
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração $\frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (racionalizando o denominador).

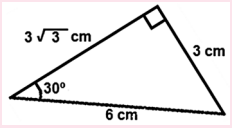
b.



- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede __4 cm__. O cateto adjacente a este ângulo mede __4√3 cm__ e a hipotenusa mede _8cm_.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração $\frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração $\frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (racionalizando o denominador).

Respostas das Atividades

c.



- Nesta figura, o cateto oposto ao ângulo de 30º mede __3 cm__. O cateto adjacente a este ângulo mede __3√3 cm__ e a hipotenusa mede _6 cm_.
- A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa pode ser representada através da fração $\frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo de 30º pode ser representado através da fração $\frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ racionalizando o denominador). (

Atividade 5

Seno de x = 3/5	Seno de y = 4/5
Cosseno de x = 4/5	Cosseno de y = 3/5
Tangente de x = 3/4	Tangente de y = 4/3

Atividade 6

O triângulo formado pela situação descrita no problema nos mostra um ângulo de 45º, onde a altura da pessoa representa o cateto oposto e a projeção da sombra o cateto

adjacente a este ângulo. Dessa forma, a tangente, razão trigonométrica que relaciona estes dois lados do triângulo é a mais indicada para solucionar este problema.

Com isso,

$$tg45^{o} = \frac{altura\,da\,pessoa}{sombra} = \frac{2}{x}$$

$$1 = \frac{2}{x}$$

$$x = 2 metros$$

Atividade 7

Quando falamos em altura do obelisco, entendemos que é uma medida que faz 90º com o solo. Portanto, um triângulo retângulo com um ângulo de 60º. A altura é o cateto oposto ao ângulo de 60º e a distância de 50 m representa o cateto adjacente ao mesmo ângulo.

Logo, utilizaremos a tangente de 60º para resolver esse problema.

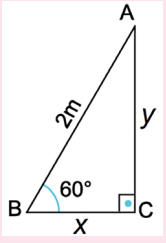
$$tg60^{o} = \frac{altura\,da\,obelisco}{distância\,da\,pessoa} = \frac{x}{50}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{50}$$

$$x = 50\sqrt{3} metros\,de\,altura$$

Se você utilizar a calculadora, verá que esse valor é aproximadamente 86,6 metros de altura.

Atividade 8



Segundo esta figura, o lado x é o cateto adjacente e o lado y é cateto oposto ao

ângulo de 60º. Já o lado AB, que mede 2 metros, é a hipotenusa deste triângulo.

Logo, para encontrar o valor de x, iremos utilizar a razão cosseno.

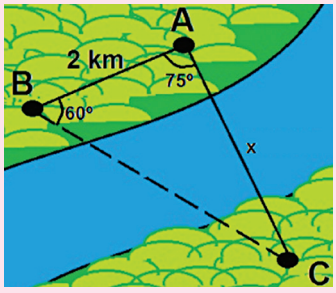
$$cos60^\circ = \frac{x}{2}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{x}{2}$$
$$x = 1$$

Para calcularmos o valor de y, iremos utilizar a razão seno.

$$sen60^\circ = \frac{y}{2}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{2}$$
$$y = \sqrt{3}$$

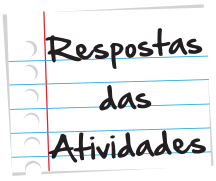
Atividade 9

Neste problema, a situação pode ser descrita pela seguinte figura:



Notamos que há dois lados e os seus respectivos ângulos opostos. Essas informações são necessárias e suficientes para utilizarmos a Lei dos Senos. Vamos ver como fica:

$$\frac{x}{sen60^\circ} = \frac{2}{sen45^\circ}$$
$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$
$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$
$$x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2.1,7}{1,4} = \frac{3,4}{1,4} \cong 2,43km$$



Atividade 10

Neste problema, devemos estar atentos para os dados que são fornecidos: dois lados e o ângulo formado por eles. Essas informações permitem-nos utilizar a Lei dos Cossenos para encontrarmos a distância entre Amauri e Carlos. Vamos lá:

A distância entre eles será chamada de x; portanto,

$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.cos30^o$

$x^2 = 9 + 16 - 24\frac{1}{2}$

$x^2 = 25 - 12$

$x^2 = 13$

$x = \sqrt{13} metros \cong 3,60m$

Atenção: Lembre-se de que devemos efetuar as multiplicações antes das adições e subtrações.