LISTA DE EXERCÍCIOS – Nº 5

1) Esboça os vetores com seus pontos iniciais na origem.

a) $(2,5)$ **b)** $-5\vec{i}-4\vec{j}$ **c)** $(2,0)$

d) $-5\vec{i}+3\vec{j}$ **e)** $-2\vec{i}-\vec{j}$ **f)** $3\vec{i}+4\vec{j}+2\vec{k}$

2) Determina os componentes do vetor $\overrightarrow{P_1P_2}$.

a) $P_1(3,5)$, $P_2(2,8)$ **b)** $P_1(7,-2)$, $P_2(0,0)$ **c)** $P_1(4,1,-3)$, $P_2(9,1,-3)$

3)

a) Determina o ponto terminal de $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}$, se o ponto inicial for (1,–2).

b) Determina o ponto inicial de $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$, se o ponto terminal for (5,0,–1).

4) Efetua as operações indicadas sobre os vetores $\vec{u}=3\vec{i}-\vec{k}$, $\vec{v}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ e $\vec{w}=3\vec{j}$:

a) $\vec{a}=\vec{w}-\vec{v}$ **b)** $\vec{b}=-\vec{v}-2\vec{w}$ **c)** $\vec{c}=6\vec{u}+4\vec{w}$ **d)** $\vec{d}=3\vec{w}-(\vec{v}-\vec{w})$ **e)** $\vec{e}=4(3\vec{u}+\vec{v})$

5) Determina a norma (comprimento ou módulo) de $\vec{v}$ em cada caso:

a) $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **b)** $\vec{v}=\vec{i}+7\vec{j}$ **c)** $\vec{v}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ **d)** $\vec{v}=\sqrt{2}\,\vec{i}-\sqrt{7}\,\vec{j}$

6) Sendo $\vec{u}=\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ **,** $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}$ e $\vec{w}=2\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$ vetores do IR^3, determina:

a) $|\vec{u}+\vec{v}|$ **b)** $|\vec{u}|+|\vec{v}|$ **c)** o versor de $\vec{w}$ **d)** o versor de $\vec{u}-\vec{v}+2\vec{w}$

7) Determina vetores unitários que satisfaçam as condições dadas:

a) mesma direção e sentido que o vetor $\vec{v}=-\vec{i}+4\vec{j}$

b) sentido oposto a $\vec{v}=6\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}$

c) mesma direção e sentido que o vetor de A(–1,0,2) até B(3,1,1)

8) Determine o vetor $\vec{v}$ que verifica a equação $(8,3,7)+2\vec{v}=(6,9,-1)-\vec{v}$

9) Determina o produto escalar dos vetores dados em cada item:

a)
$\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$
$\vec{v}=6\vec{i}-8\vec{j}$

b)
$\vec{u}=\begin{pmatrix}-7\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

c)
$\vec{u}=\vec{i}-3\vec{j}+7\vec{k}$
$\vec{v}=8\vec{i}-2\vec{j}-2\vec{k}$

10) Determina o cosseno do ângulo entre os vetores dados em cada item:

a)
$\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$
$\vec{v} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$

b)
$\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}, \ \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

c)
$\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$
$\vec{v} = 8\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$

11) Determina se o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é agudo, obtuso ou se eles são ortogonais:

a)
$\vec{u} = 7\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$
$\vec{v} = -8\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

b)
$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

c)
$\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \ \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

12) Dados os vetores $\vec{u} = (-1, \alpha, 3)$ $\vec{v} = (0,1,2)$ e os pontos A(5,3,-2) e B(0,-1,5), determina o valor de α para que se tenha $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{AB}) = 12$.

13) Calcula o valor de n para que seja de 30º o ângulo entre os vetores $\vec{u} = (1, n, 2)$ e $\vec{j}$.

14) Calcula o valor de m para que o vetor $\vec{p} = m\,\vec{i} + 5\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$ seja ortogonal ao vetor $\vec{AB}$, onde A(1,2,-3) e B(3,4,-5).

15) Decompõe os vetores nos componentes da base canônica:

a) O vetor partindo do ponto P(1,2) e terminando no ponto Q(4,6)
b) O vetor partindo do ponto P(4,6) e terminando no ponto Q(1,2)
c) O versor de vetor $\overrightarrow{PQ} = 4\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$
d) O vetor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

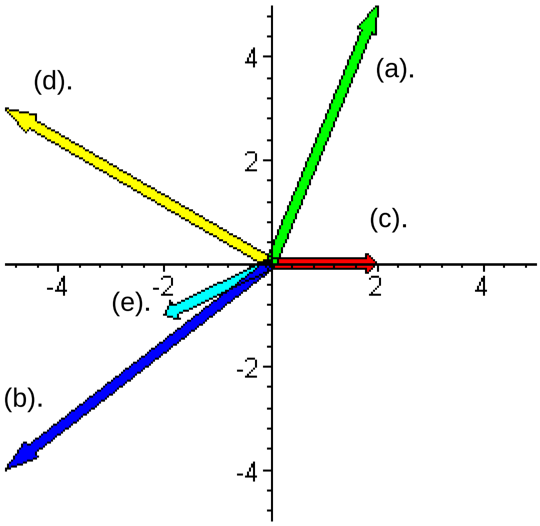
16) Calcule os valores de m e n para que sejam paralelos os vetores: $\vec{u}$ = (m+1, 3, 1) e $\vec{v}$ = (10, 4n –2 , 2).

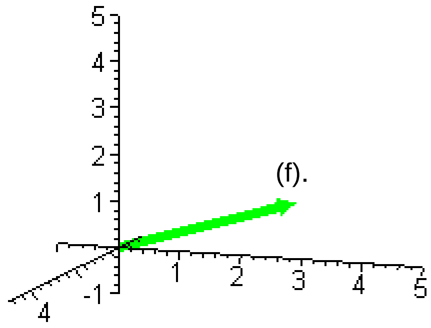
17)

a) Para quais valores de *t* os vetores $\vec{u} = t\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = t\,\vec{i} + t\,\vec{j} - 2\,\vec{k}$ são ortogonais? Existem valores de t para os quais esses vetores sejam paralelos?
b) Para quais valores de *t* os vetores $\vec{u} = t\,\vec{i} + \vec{j} + (t-1)\,\vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ são ortogonais? Existem valores de *t* para os quais esses vetores sejam paralelos?
c) Para quais valores de *t* os vetores $\vec{u} = 2t\,\vec{i} + t\,\vec{j} + t\,\vec{k}$ e $\vec{v} = 6\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ são ortogonais? Existem valores de *t* para os quais esses vetores sejam paralelos?

- **<u>Respostas</u>**

1)





2)

a) $\overrightarrow{P_1P_2} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ **b)** $\overrightarrow{P_1P_2} = -7\vec{i} + 2\vec{j}$ **c)** $\overrightarrow{P_1P_2} = 5\vec{i}$

3)

a) (4,–4) **b)** (2,–1,–3)

4)

a) $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ **b)** $\vec{b} = -\vec{i} - 5\vec{j} - 2\vec{k}$ **c)** $\vec{c} = 18\vec{i} + 12\vec{j} - 6\vec{k}$ **d)** $\vec{d} = -\vec{i} + 13\vec{j} - 2\vec{k}$ **e)** $\vec{e} = 40\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$

5)

a) $|\vec{v}| = \sqrt{2}$ **b)** $|\vec{v}| = \sqrt{50}$ **c)** $|\vec{v}| = \sqrt{14}$ **d)** $|\vec{v}| = 3$

6)

a) $|\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{3}$

b) $|\vec{u}| + |\vec{v}| = \sqrt{14} + \sqrt{2}$

c) $\overrightarrow{versor} = \frac{\sqrt{6}}{6}\vec{i} + \frac{\sqrt{6}}{6}\vec{j} - \frac{\sqrt{6}}{3}\vec{k}$

d) $\overrightarrow{versor} = \frac{2\sqrt{13}}{13}\vec{i} - \frac{3\sqrt{13}}{13}\vec{k}$

7)

a) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = -\frac{\sqrt{17}}{17}\vec{i} + \frac{4\sqrt{17}}{17}\vec{j}$ **b)** $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = -\frac{3\sqrt{14}}{14}\vec{i} + \frac{\sqrt{14}}{7}\vec{j} - \frac{\sqrt{14}}{14}\vec{k}$ **c)** $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{6}\vec{j} - \frac{\sqrt{2}}{6}\vec{k}$

8)

(-2/3 , 6/3 , -8/3)

9)

a) $\vec{u} \bullet \vec{v} = -10$ **b)** $\vec{u} \bullet \vec{v} = -3$ **c)** $\vec{u} \bullet \vec{v} = 0$
(Os vetores são perpendiculares)

10)

a) $\cos(\theta) = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

b) $\cos(\theta) = \frac{-3\sqrt{58}}{58}$

c) $\cos(\theta) = 0$

11)

a)
$\vec{u} \bullet \vec{v} = -34 < 0$
Ângulo obtuso

b)
$\vec{u} \bullet \vec{v} = -1 < 0$
Ângulo obtuso

c)
$\vec{u} \bullet \vec{v} = 0$
Os vetores são perpendiculares

12)
α=20/3

13)
n= $\pm\sqrt{15}$

14)
m = 1

15)

a) $\overrightarrow{PQ} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

b) $\overrightarrow{PQ} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$

c) $\frac{\overrightarrow{PQ}}{|\overrightarrow{PQ}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$

d) $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

16)
m = 4 e n = 2

17)

a)
ortogonais: $t = -1$
Paralelos: não há

b)
ortogonais: $t = \frac{5}{3}$
Paralelos: não há

c)
ortogonais: não há
Paralelos: $\forall$ x $\in$ IR*