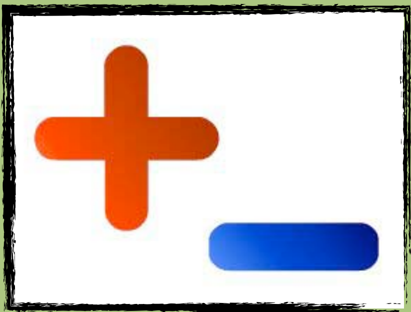
MORFISMO no mural

OUTUBRO DE 2010 - Volume II



Regra de sinais

Olimpíadas de Matemática

Mulheres por J. Buescu

‘O Garçom Desonesto’ - Solução

A aluna Marileila Cavalcante de Lima (*Licenciatura em Física*) enviou a seguinte solução: Os três clientes pagaram R\$27 no total e os R\$2 que o garçom ficou já está incluso nesse total, somando-se aos R\$3 que eles receberam de troco totaliza os trinta reais iniciais. Nesse caso, tem-se a seguinte distribuição: R\$25 (no caixa) + R\$2 (garçom) + R\$3 (troco) = R\$30. Portanto, esse *um real* não sumiu!

Moedas Falsas

Mais um *probleminha* clássico: moedas x pesagens *Tem-se 105 moedas, entre as quais sabe-se que há 3 moedas falsas. Cada moeda verdadeira tem o mesmo peso e o seu peso é maior que o das falsas, que também possuem o mesmo peso. Indicar de que maneira se pode selecionar 26 moedas autênticas realizando-se somente* ***duas*** *pesagem numa balança de dois pratos.* E será que é possível encontrar as 3 moedas falsas fazendo apenas **uma** pesagem? Envie sua(s) resposta(s) para o e-mail abaixo.

Você sabia que...

… o quadrado de um número inteiro não pode terminar em mais de três algarismos iguais a quatro?

Veja abaixo alguns exemplos de números inteiros cujo quadrado termina em três ‘quatros’:

$38^2 = 1444$ $\qquad$ $462^2 = 213444$

$538^2 = 289444$ $\qquad$ $962^2 = 925444$

A prova do fato acima será feita por redução ao absurdo, ou seja, suporemos que exista um tal número e chegaremos a uma contradição lógica, mostrando assim que tal número não pode existir. *Prova*: Suponha que exista um número inteiro n tal que os seus quatro últimos dígitos são iguais a 4. Assim, $n^2 - 4444$ é divisível por 10000. Por outro lado, $10000 = 16 \times 625$, ou seja, 10000 é divisível por 16. Logo $n^2 - 4444$ também é divisível por 16 e, assim, existe um número inteiro k de modo que

$$n^2 - 4444 = 16k.$$

Além disso, como $4444 = 16 \times 277 + 12$, segue que

$$n^2 - (16 \times 277 + 12) = 16k \Rightarrow$$

$$n^2 - 12 = 16(k + 16 \times 277),$$

ou seja, $n^2 - 12$ também é divisível por 16, de modo que

$$n^2 = 16q + 12 = 4(4q + 3).$$

Podemos concluir daí que $4q + 3$ é um quadrado perfeito (por quê?), ou seja, existe um inteiro r tal que $4q + 3 = r^2$. Mas como $4q + 3$ é um número ímpar, tem-se claramente que r também é ímpar, digamos $r = 2s + 1$, e assim

$$4q + 3 = r^2 = (2s + 1)^2 = 4s^2 + 4s + 1 \Rightarrow$$

$$4(s^2 + s - q) = 2 \Rightarrow 2(s^2 + s - q) = 1$$

o que é um absurdo em $\mathbb{Z}$. E o absurdo está em supor que n^2 termina em quatro 4's.

Roteiro para uma prova direta (RPM)

(1) Mostre que o quadrado de um número inteiro n termina em três algarismos iguais a 4 se e somente se n puder ser colocado na forma $500k \pm 38$, onde k é um inteiro.

(2) Usando o item (a), mostre que se o quadrado de um número inteiro n termina em três algarismos iguais a 4, o algarismo da unidade de milhar de n^2 é necessariamente ímpar.

(3) Conclua que o quadrado de um número inteiro não pode terminar em mais de três algarismos iguais a 4.

Versão eletrônica aqui http://bit.ly/boletim_2

NOTAS

Vídeos

O *Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada* (IMPA) atualizou, recentemente, sua página de vídeos. Agora, além de um visual mais limpo e com uma navegação mais funcional, a página contém um link para você assistir eventos com transmissão ao vivo pela internet e outro para baixar vídeos gravados anteriormente para o seu computador. No acervo você vai encontrar vídeos do Colóquio Brasileiro de Matemática, do Curso de Aperfeiçoamento de Professores do Ensino Médio (janeiro de 2002 a julho de 2010), de Palestras e de Cursos direcionados a alunos de graduação e pós-graduação. Visite: http://video.impa.br

Jorge Buescu e as mulheres

Veja a seguir um trecho da entrevista do matemático português Jorge Buescu, concedida à revista *Pública*, sobre o que ele sabe das mulheres: "Há uma questão de comunicação. Tendencialmente, os homens são animais do hemisfério esquerdo, ligado às questões da lógica, do espírito analítico, do raciocínio numérico, aritmético. O hemisfério direito está ligado a outras questões – à intuição, à comunicação não verbal, à linguagem dentro de contexto. Felizmente, todos temos hemisfério esquerdo e direito. Mas as mulheres são mais intuitivas, de decisão mais rápida e imediata, com uma comunicação não verbal dentro de contexto mais perceptível. Os homens precisam de mais tempo e mais dados para tomar decisões, são mais racionais, se as coisas não estão preto no branco não são capazes de se aventurar." Leia a íntegra aqui http://bit.ly/Buescu

Regra de sinais

Alguns de vocês já devem ter visto diversas formas de provar o famoso "menos por menos = mais". Há provas formais (usando *álgebra abstrata*), menos formais (usando somente os *números inteiros*) e totalmente informal (*o inimigo do meu inimigo é meu amigo*). A prova abaixo é feita em ($\mathbb{R}$, +, $\cdot$), mas ela também é válida para outras *estruturas algébricas*. Para tanto, vamos simplificar o número "ab + (-a)b + (-a)(-b)", onde a, b e c são números reais, de duas formas diferentes para concluir que "(-a)(-b) = ab".

I. $ab + (-a)b + (-a)(-b) = ab + (-a)[b + (-b)] = ab + (-a)0 = ab$

II. $ab + (-a)b + (-a)(-b) = [a + (-a)]b + (-a)(-b) = 0b + (-a)(-b) = (-a)(-b)$.

Brasil é o primeiro na Olimpíada Iberoamericana de Matemática

NOTA DA OBM: O Brasil ficou em primeiro lugar na 25a. edição da *Olimpíada Iberoamericana de Matemática*, realizada de 20 a 30 de setembro de 2010 na cidade de Assunção, Paraguai. Com duas medalhas de ouro e duas de prata, o país foi o primeiro colocado entre os 21 países participantes. O time brasileiro obteve também a maior pontuação total da competição, com 133 pontos. O estudante Marcelo Tadeu de Sá Oliveira Sales, de Salvador - BA, obteve medalha de ouro com 38 pontos sendo a maior pontuação da competição. Deborah Alves de São Paulo - SP obteve também a medalha de ouro, enquanto Gustavo Empinotti de Florianópolis - SC e Matheus Secco de Rio de Janeiro - RJ conquistaram medalhas de prata. Veja o *Press Release* da OBM aqui: http://bit.ly/release_OBM

Versão eletrônica aqui http://bit.ly/boletim_2