Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria Acadêmica de Ciências

FUNDAMENTOS DE ÁLGEBRA I – 2016.1

PRIMEIRA AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTO (P1)

NOME COMPLETO:	

INFORMAÇÕES IMPORTANTES: **1.** Justifique suas respostas; **2.** Entregue a solução de uma, e de apenas uma, dentre as **Questões 2.A** e **2.B**; **3.** Cada uma das questões vale 15 pontos.

Questão 1. Quais dos conjuntos abaixo são grupos em relação à operação indicada?

(a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \ / \ x \text{ é ímpar}\}$; multiplicação.

(b) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; adição.

(c) $C = \mathbb{R}$; $x\Delta y = x + y - 3$, para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

Questão 2.A Seja G um grupo multiplicativo e seja a um elemento de G. Prove que o conjunto $N(a) = \{x \in G \ / \ ax = xa\}$ é um subgrupo de G.

Questão 2.B Prove que, se H_1 e H_2 são subgrupos de um grupo G, então $H_1 \cup H_2$ é um subgrupo de G se, e somente se, $H_1 \subset H_2$ ou $H_2 \subset H_1$.

Questão 3. Verifique em cada caso abaixo se f é um homomorfismo. Nos casos em que f é um homomorfismo, determine seu núcleo e decida se ele é injetor.

(a) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = kx$, sendo $\mathbb{Z}$ o grupo aditivo dos inteiros e k um inteiro não nulo dado.

(b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x + 1$, sendo $\mathbb{R}$ o grupo aditivo dos reais.

(c) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{R}_+^*$ dada por $f(x) = 2^x$, em que $\mathbb{Z}$ é grupo aditivo e $\mathbb{R}_+^*$ é grupo multiplicativo.

Questão 4. Mostre que todo subgrupo $H \neq \{e\}$ de um grupo cíclico inifinito é também infinito.