Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

SEGUNDA AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTO

NOME COMPLETO:	

INFORMAÇÕES IMPORTANTES: **1.** Justifique suas respostas. Para isto, você pode fazer uso de quaisquer dos resultados demonstrados em sala de aula. **2.** É permitida a consulta ao seu caderno (pessoal!), desde que o mesmo não contenha dicas e/ou soluções dos exercícios do livro-texto. **3.** Entregue a solução de uma, e de apenas uma, dentre as **Questões 5.A** e **5.B**.

Questão 1. (30 pts) Determine todas as classes laterais de H em G, onde:

(a) $H = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}\}$ e $G = (\mathbb{Z}_{12}, +)$.

(b) $H = 4\mathbb{Z}$ e $G = (\mathbb{Z}, +)$

(c) $H = \{(1\,2\,3), (2\,1\,3)\}$ e $G = S_3 := \{(1\,2\,3), (2\,3\,1), (3\,1\,2), (1\,3\,2), (3\,2\,1), (2\,1\,3)\}$.

Questão 2. (20 pts) Determine todos os subgrupos não triviais do grupo aditivo $\mathbb{Z}_6$. Para cada subgrupo H encontrado, construa a tábua do grupo quociente $\mathbb{Z}_6/H$.

Questão 3. (20 pts) Construa as tábuas dos seguintes grupos quocientes:

(a) $\mathbb{Z}_8/H$, em que $H = \{\bar{0}, \bar{4}\}$.

(b) $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

Questão 4. (20 pts) Sejam H e K subgrupos de um grupo finito. Se $o(H) = p$ e $o(K) = q$ ($p \neq q$ primos), então $H \cap K = \{e\}$. Prove.

Questão 5.A (20 pts) Seja $f\colon G \to G'$ um homomorfismo com núcleo H. Suponha que G é finito. Mostre que

$$\textbf{ordem de } G = (\textbf{ordem da imagem de } f) \cdot (\textbf{ordem de } H)$$

Questão 5.B (20 pts) Demonstre que, se H é um subgrupo normal de G e o índice de H em G é um número primo, então G/H é cíclico.