Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

Lista 4 - Intodução à Álgebra Linear

1. Determinar as coordenadas do vetor $u = (4, -5, 3) \in \mathbb{R}^3$, em relação às seguintes beses:
   (a) canônica;
   (b) $\{(1,1,1),(1,2,0),(3,1,0)\}$.

2. Determinar as coordenadas do polinômio t^3 em relação à base $\{1, 2-t, 1+t^2, 1+t+t^3\}$ de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$.

3. A matriz de mudança de uma base B do $\mathbb{R}^2$ para a base $\{(1,1),(0,2)\}$ desse mesmo espaço é $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determine a base B.

4. Considere as bases $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ e $C = \{g_1, g_2, g_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ assim relacionadas:
$$\begin{aligned} g_1 &= e_1 - e_2 - e_3 \\ g_2 &= 2e_2 + 3e_3 \\ g_3 &= 3e_1 + e_3 \end{aligned}$$
   (a) Determinar as matrizes de mudança de B para C e de C para B.
   (b) Se um vetor u de $\mathbb{R}^3$ apresenta coordenada 1, 2 e 3, em relação a B, quais as coordenadas de u relativamente a C?

5. Considere o seguinte subespaço vetorial de $\mathbf{M}_2(\mathbb{R})$:
$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \mid x - y - z = 0 \right\}$$
   (a) Mostrar que os seguintes subconjuntos de $\mathbf{M}_2(\mathbb{R})$ são bases de U:
$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ e}$$
$$C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$
   (b) Achar a matriz de mudança de B para C e a de C para B.

6. Seja $B = \{u_1, \ldots, u_n\}$ uma base do espaço vetorial V e seja $C = \{u_1, u_1 - u_2, \ldots, u_1 - u_n\}$. Mostrar que C é também uma base de V. Achar as matrizes de mudança de B para C e de C para B.