INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RN
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
Prof. Francisco Medeiros
http://docente.ifrn.edu.br/franciscomedeiros

Questão 1. Seja $B = \{1, t, t^2\}$ a base canônica do espaço $P_2(\mathbb{R})$. Considerando em $P_2(\mathbb{R})$ o produto interno dado por

$$\prec p(t), q(t) \succ = \int_0^1 p(t)q(t)\, dt$$

responda as segunites perguntas:

(a) B é um subconjunto ortogonal de $P_2(\mathbb{R})$?
(b) Todos os vetores de B têm norma 1?
(c) Se a respostas do (a) for NÃO, ortonormalize a base B usando o processo de Gram-Schmidt.

[1]**Questão 2**. Considere $\mathbb{R}^2$ munido do produto interno usual e seja $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a função dada por

$$T(x, y) = (x \cdot \cos(\theta) - y \cdot sen(\theta), x \cdot sen(\theta) + y \cdot \cos(\theta))$$

onde $\theta \in [0,2\pi]$.

(a) Verifique que T é um operador linear. Interprete, geometricamente, a acão de T.
(b) Mostre que $\| T(x, y) \| = \| (x, y) \|$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
(c) Use o item anterior para mostrar que T é injetora.
(d) Verifique que T preserva bases ortonormais.
(e) Use o item anterior para verificar que $\prec T(u), T(v) \succ = \prec u, v \succ$, para todo $u, v \in \mathbb{R}^2$.

[1] Um operador linear, sobre um espaço euclidiano, que satisfaz o item (b) ou item (d) ou item (e) é chamado de *isometria* ou *operador ortogonal*.