Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte

Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

Lista 3 - Intodução à Álgebra Linear

1. Decida quais dos subconjuntos abaixo do $\mathbb{R}^3$ são linearmente independentes:

   (a) $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(2,3,5)\}$

   (b) $\{(1,1,1),(1,0,1),(1,0,-2)\}$

   (c) $\{(1,1,1),(1,2,1),(3,2,1)\}$

2. Decida quais dos subconjuntos abaixo do $\mathcal{P}_4(\mathbb{R})$ são linearmente independentes:

   (a) $\{1, x-1, x^2+2x+1, x^2\}$

   (b) $\{x(x-1), x^3, 2x^3-x^2, x\}$

3. Demonstrar que o conjunto $\{1, e^x, e^{2x}\}$ de vetores de $\mathcal{C}([0,1])$ é L.I.

4. Determinar m e n para que o conjunto de vetores $\{(6,2,n),(3,m+n,,m-1)\}$ do $\mathbb{R}^3$ seja L.I.

5. Suponha que $\{v_1,\ldots,v_n\}$ é um subconjunto L.I. de um espaço vetorial. Mostrar que $\{a_1\cdot v_1,\ldots,a_n\cdot v_n\}$ também é L.I., desde que os escalares $a_1,\ldots,a_n$ sejam todos não nulos.

6. Dar uma base e a dimensão do subespaço W de $\mathbb{R}^4$ onde $W=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^3 \mid x-y=0 \ \text{ e } \ x-3y+t=0\}$.

7. Sendo W e U subespaços do $\mathbb{R}^4$ de dimensão 3, que dimensões pode ter $W+U$ se os vetores $(1,2,1,0)$, $(-1,1,0,1)$ e $(1,5,2,1)$ formam um sistema de geradores de $W\cap U$.

8. Sendo W o subespaço do exercício 6 e U o subespaço do $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $(1,2,1,3)$ e $(3,1,-1,4)$, determinar uma base e a dimensão de $U+W$ e $U\cap W$.

9. Mostrar que os polinômios $1, 1+t, 1-t^2, 1-t-t^2-t^3$ formam uma base de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$.

10. Determinar uma base e a dimensão do espaço solução de cada um dos seguintes sistemas lineares homogêneos:

    (a) $\begin{cases} x-y &= 0\\ 2x-3y &= 0\\ 3x+\frac{1}{2}y &= 0\end{cases}$ (b) $\begin{cases} x+y+z &= 0\\ 2x-y-2z &= 0\\ x+4y+5z &= 0\end{cases}$

11. Determinar uma base de $\mathbb{R}^4$ que contenha os vetores $(1,1,1,0)$ e $(1,1,2,1)$.

12. Sejam $u_1,\ldots,u_n$ vetores de um espaço vetorial V. Provar que se cada vetor u de $S=[u_1,\ldots,u_n]$ admite uma única respresentação como combinação linear de $u_1,\ldots,u_n$, então os veores $u_1,\ldots,u_n$ formam uma base de S.

13. Determinar a dimensão fos seguintes subespaço de $\mathbf{M}_3(\mathbb{R})$:

    (a) Subespaço das matrizes simétricas;

    (b) Subespaço das matrizes anti-simétricas.