Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

1. Seja $f(x) = x^5$. Calcule:

   (a) $f'(x)$ (b) $f'(0)$ (c) $f'(2)$

2. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

   (a) $g(x) = x^6$
   (b) $g(x) = 1/x$
   (c) $g(x) = 1/x^3$
   (d) $g(x) = x^{100}$
   (e) $g(x) = x^{-3}$
   (f) $g(x) = x$

3. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

   (a) $g(x) = \sqrt[4]{x}$
   (b) $g(x) = \sqrt[6]{x}$
   (c) $g(x) = \sqrt[3]{x}$
   (d) $g(x) = \sqrt[9]{x^3}$

4. Calcule $f'(\pi/4)$, para:

   (a) $f(x) = \coth x$
   (b) $f(x) = \sec x$
   (c) $f(x) = \operatorname{cossec} x$

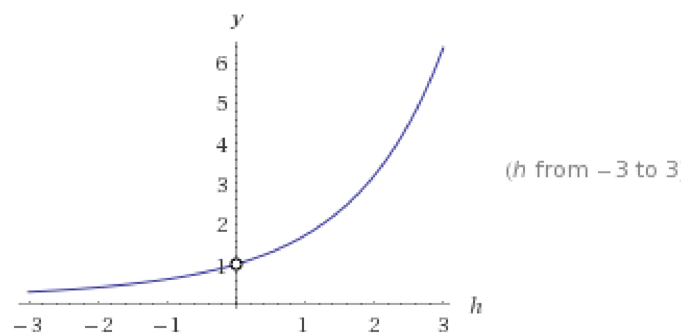
5. Seja $g(x) = \begin{cases} -x+3, & \text{se } x < 3 \\ x-3, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$.

   (a) g é derivável em 3? Justifique.
   (b) g é contínua em 3? Justifique.

6. Calcule $f'(x)$, onde:

   (a) $f(x) = 3x^2 + 5$
   (b) $f(x) = 3x^2 + 5\cos x$
   (c) $f(x) = 6x^3 + \sqrt[3]{x}$
   (d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$
   (e) $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{3}{x^3+2}$
   (f) $f(x) = \dfrac{3}{\operatorname{sen} x + \cos x}$
   (g) $f(x) = \dfrac{\sec x}{3x+2}$
   (h) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$
   (i) $f(x) = 3x + 1/x$
   (j) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$
   (k) $f(x) = \dfrac{x}{\operatorname{cossec} x}$
   (l) $f(x) = \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}$

7. Seja $e \approx 2,72$ a *constante* de Euler[1] e considere o gráfico



   da função $y = (e^h - 1)/h$. Use-o para determinar o valor do limite
   $$\lim_{h \to 0} \frac{e^h - 1}{h}.$$

8. Use o exercício anterior para determinar a derivada da função *exponencial* $y = e^x$.

9. Use o exercício anterior e a Regra da Cadeia para determinar a derivada da função *logaritmo natural*[2] $y = \ln x$ definida por $\ln x = \log_e x$.

Dica: Lembre-se que $e^{\ln x} = x$.

10. Sabendo que $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{2^h - 1}{h} = \ln(2)$, calcule $f'(x)$, onde $f(x) = 2^x$.

11. Usando o mesmo raciocínio do exercíco anterior, calcule $f'(x)$, onde f é dada por

   (a) $f(x) = 5^x$ (b) $f(x) = \pi^x$

[1] Também conhecida como *número* de Neper.
[2] Também conhecida como *logaritimo neperiano*.

12. Calcule $f'(x)$, sendo f definida por $f(x) = \log_3(x)$, para todo $x > 0$.

Dica: Use a igualdade $\log_3(x) = \ln(x)/\ln(3)$.

13. Sejam a um número real positivo diferente de 1 e f a função dada por $f(x) = \log_a x$, para todo $x > 0$. Calcule $f'(x)$ em função de a.

14. Calcule $f'(x)$, onde:

   (a) $f(x) = x^2 \cdot \ln x + 2e^x$

   (b) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

   (c) $f(x) = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$

   (d) $f(x) = e^x \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x$

15. Determine a derivada de cada uma das funções abaixo.

   (a) $y = \operatorname{sen} 4x$

   (b) $y = \operatorname{tg} 3x$

   (c) $y = \sec 4x$

   (d) $f(x) = e^{x^2}$

   (e) $g(t) = \ln(2t+1)$

   (f) $f(x) = \cos e^x$

   (g) $y = \sqrt{3x+1}$

   (h) $y = \sqrt{x + e^x}$

   (i) $y = \cos(\operatorname{sen} x)$

   (j) $y = \coth x^2$

   (l) $y = \operatorname{cossec} 2x$

   (m) $f(t) = \dfrac{te^{2t}}{\ln(3t+1)}$

   (n) $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

   (o) $y = \cos^3 x^3$

   (p) $y = e^{-x} \operatorname{sen} x$

   (q) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

   (r) $y = \dfrac{\cos 5x}{\operatorname{sen} 2x}$

   (s) $y = (\operatorname{sen} 3x + \cos 2x)^3$

16. Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e seja $g(t) = f(t^2+1)$. Supondo que $f'(2) = 5$, calcule $g'(1)$.

17. Calcule a derivada segunda.

   (a) $y = \cos 4t$

   (b) $y = e^{-x^2}$

   (c) $f(x) = \ln(x^2+1)$

   (d) $g(t) = \sqrt{t^2+3}$

   (e) $h(x) = e^{-x} \cos 2x$

18. Determine f' e f'', sendo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & \text{se } x \leq 1 \\ 5x - 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

19. Esboce os gráficos de f, f' e f'', sendo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & \text{se } x \leq 1 \\ 5x - 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

1.

(a)	(b)	(c)
$5x^4$	0	80

2.

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
$6x^5$	$-1/x^2$	$-3/x^4$	$100x^{99}$	$-3/x^4$	1

3.

(a)	(b)	(c)	(d)
$1/4x^{3/4}$	$1/6x^{5/6}$	$1/3x^{2/3}$	$1/3x^{2/3}$

4.

(a)	(b)	(c)
-2	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$

5. (a) NÃO (b) SIM

6. (a) $6x$
(b) $6x - 5\,\mathrm{sen}\,x$
(c) $18x^2 + \dfrac{1}{3x^{2/3}}$
(d) $\dfrac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$
(e) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{9x^2}{(x^3+2)^2}$
(f) $-\dfrac{3(\cos x - \mathrm{sen}\,x)}{(\mathrm{sen}\,x + \cos x)^2}$
(g) $\dfrac{\mathrm{tg}\,x \cdot \sec x}{3x+2} - \dfrac{3\sec x}{(3x+2)^2}$
(h) $3 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
(i) $3 - \dfrac{1}{x^2}$
(j) $\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$
(k) $\mathrm{sen}\,x + x\cos x$
(l) $-\left(\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{10}{x^3}\right)$

7. 1

8. e^x

9. $1/x$

10. $(\ln 2)\cdot 2^x$

11. (a) $(\ln 5)\cdot 5^x$ (b) $(\ln \pi)\cdot \pi^x$

12. $\dfrac{1}{(\ln 3)\cdot x}$

13. $\dfrac{1}{(\ln a)\cdot x}$

14. (a) $2 + 2e^x$
(b) $\dfrac{1+\ln x}{x^2}$
(c) $\dfrac{2e^x}{(1-e^x)^2}$
(d) $\dfrac{1}{2}e^x[\,\mathrm{sen}\,(2x) + 2\cos(2x)]$

15. (a) $4\cos(4x)$
(b) $3\sec^2(3x)$
(c) $4\sec(4x)\cdot \mathrm{tg}\,(4x)$
(d) $2x\cdot e^{x^2}$
(e) $\dfrac{2}{2t+1}$
(f) $-e^x \cdot\, \mathrm{sen}\,(e^x)$
(g) $\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$
(h) $\dfrac{1+e^x}{2\sqrt{x+e^x}}$
(i) $-\cos(x)\cdot\, \mathrm{sen}\,(\,\mathrm{sen}\,(x))$
(j) $-2x\cdot \mathrm{cossec}^2(x^2)$
(l) $-2\mathrm{cossec}\,(2x)\cdot \mathrm{cotg}\,(2x)$
(m) $\dfrac{e^{2t}\cdot\left[(6t^2+5t+1)\cdot\ln(3t+1) - 3t\right]}{(3t+1)\cdot \ln^2(3t+1)}$
(n) $\sec(x)$
(o) $-9x^2\cdot\, \mathrm{sen}\,(x^3)\cdot\cos^2(x^3)$
(p) $e^{-x}\cdot(\cos x - \,\mathrm{sen}\,x)$
(q) $\dfrac{4x\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x^3 + xe^{\sqrt{x}}}}$
(r) $-\mathrm{cossec}\,(2x)\cdot[5\,\mathrm{sen}\,(5x) + 2\cos(5x)\cdot\mathrm{cotg}\,(2x)]$
(s) $3\cdot[\mathrm{sen}\,(3x) + \cos(2x)]^2\cdot[3\cos(3x) - 2\,\mathrm{sen}\,(2x)]$

16. 10

17. (a) $-16\cos(4t)$
(b) $(4x^2-2)\cdot e^{-x^2}$
(c) $\dfrac{-x^2+2}{(x^2+1)^2}$
(d) $\dfrac{3}{(t^2+3)^{3/2}}$
(e) $e^{-x}\cdot[4\,\mathrm{sen}\,(2x) - 3\cos(2x)]$

18. $f'(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{se } x \le 1 \\ 5, & \text{se } x > 1 \end{cases}$; $f''(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x < 1 \\ 0, & \text{se } x > 1 \end{cases}$; $\nexists f''(1)$.