Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte

Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

Cálculo Diferencial e Integral I

Estudo de Funções

docente.ifrn.edu.br/franciscomedeiros

O *roteiro* abaixo visa organizar as informações necessárias para entender melhor o comportamento global de uma função f: D → ℝ e, depois, esboçar seu gráfico. A letra maiúscula I denotará um intervalo aberto contido no domínio de f.

- Achar o *domínio* de f (se ele não for especificado de início) e encontrar os pontos de descontinuidade de f, caso existam.

- Encontrar as intersecções com os eixos das *ordenadas* e das *abcissas*, se for possível.

  — A intersecção com o eixo das *ordenadas* será $f(0)$, no caso em que o ponto 0 é um elemento do domínio de f.

  — A intersecção com o eixo das *abcissas* será os pontos x no domínio de f tais que $f(x) = 0$, isto é, os zeros de f. Vale salientar que f pode não possuir zeros. *Exemplo*: $f(x) = x^2 + 1$.

- Determinar os intervalos de *crescimento* e *decrescimento* de f. Para isso, analisaremos o sinal da função derivada f'.

  — Se $f'(x) > 0$, para todo $x \in$ I, então f é *crescente* no intervalo I.

  — Se $f'(x) < 0$, para todo $x \in$ I, então f é *decrescente* no intervalo I.

- Determinar os pontos de *máximo local* (ou global) e de *mínimo local* (ou global). Os "candidatos" são os *pontos críticos* c de f. Se c em D é tal que $f'(c) = 0$, use os seguintes critérios:

  — Se f' passa de *positiva para negativa* em c, então f tem *máximo local* em c.

  — Se f' passa de *negativa para positiva* em c, então f tem *mínimo local* em c.

  — Se f' não muda de sinal em c, então f não tem máximo nem mínimo local em c. *Exemplo*: $f(x) = x^3$ em $c = 0$.

- Determinar as *concavidades* de f. Para tanto, analisaremos o sinal de f''.

  — Se $f''(x) > 0$, para todo $x \in$ I, então f tem *concavidade para cima* em I.

  — Se $f''(x) < 0$, para todo $x \in$ I, então f tem *concavidade para baixo* em I.

- Determinar os *pontos de inflexão*. O critério acima para determinar a *mudança de concavidade* é bastante eficiente, mas use também, quando possível, o critério seguinte:

  — Se f for derivável até 3ª ordem, $f''(c) = 0$, $f'''(c) \neq 0$ e f''' for contínua em c, então c é ponto de *inflexão*. A recíproca não é verdadeira [$c = 1$ é ponto de inflexão de $exp(-x^2/2)$] e, portanto, esse critério não determina todos os pontos de inflexão.

- Se cabível, determinar os *limites nos extremos* do domínio de f e as possíveis *assíntotas horizontais*.

- Determinar os possíveis *limites laterais* aos pontos "excluídos" do domínio de f. Verificar se há *assíntotas verticais*.

- Encontrar o conjunto imagem de f e esboçar o gráfico de f.

Bibliografia: L. H. GUIDORIZZI. Um Curso de Cálculo, vol. 1, LTC