Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

Lista 6 - Cálculo Diferencial e Integral I

1. Use a igualdade

$$\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1$$

para determinar a derivada da função exponencial e^x.

2. Dado $x\neq 0$, calcule o limite

$$\lim_{h\to 0}(1+h/x)^{1/h}$$

Dica: Faça a mudança $u=h/x$ e note que

$$(1+h/x)^{1/h}=\left[(1+u)^{1/u}\right]^{1/x}.$$

3. Determine a função derivada de $\ln(x)$.

Dica 1: Note que

$$\frac{\ln(x+h)-\ln(x)}{h}=\frac{\ln(1+h/x)}{h}=\ln(1+h/x)^{1/h}$$

e use o exercício anterior no cálculo do limite

$$\lim_{h\to 0}\frac{\ln(x+h)-\ln(x)}{h}.$$

Dica 2: Faça $y=\ln(x)$, note que $e^y=x$ e use a regra da cadeia para derivar a última igualdade.

4. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)=\ln(x)$ no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

5. Sabendo que $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{2^h-1}{h}=\ln(2)$, calcule $f'(x)$, onde $f(x)=2^x$.

6. Usando o mesmo raciocínio do exercíco anterior, calcule $f'(x)$, onde f é dada por

   (a) $f(x)=5^x$ (b) $f(x)=\pi^x$

7. Calcule $f'(x)$, sendo f definida por $f(x)=\log_3(x)$, para todo $x>0$.

Dica: Use a igualdade $\log_3(x)=\ln(x)/\ln(3)$.

8. Sejam a um número real positivo diferente de 1 e f a função dada por $f(x)=\log_a x$, para todo $x>0$. Calcule $f'(x)$ em função de a.

9. Calcule $f'(x)$.

   (a) $f(x)=x^2\ln x+2e^x$

   (b) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

   (c) $f(x)=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$

   (d) $f(x)=e^x\cdot \operatorname{sen} x\cdot\cos x$