Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

Lista 7 - Cálculo Diferencial e Integral I

1. Determine a derivada.

   (a) $y = \operatorname{sen} 4x$
   (b) $f(x) = e^{x^2}$
   (c) $g(t) = \ln(2t+1)$
   (d) $f(x) = \cos e^x$
   (e) $y = \sqrt{3x+1}$
   (f) $y = \sqrt{x+e^x}$
   (g) $y = \cos(\operatorname{sen} x)$
   (h) $f(t) = \dfrac{te^{2t}}{\ln(3t+1)}$
   (i) $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$
   (j) $y = \cos^3 x^3$
   (k) $y = e^{-x} \operatorname{sen} x$
   (l) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$
   (m) $y = \dfrac{\cos 5x}{\operatorname{sen} 2x}$
   (n) $y = (\operatorname{sen} 3x + \cos 2x)^3$

2. Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e seja $g(t) = f(t^2+1)$. Supondo que $f'(2) = 5$, calcule $g'(1)$.

3. Calcule a derivada segunda.

   (a) $y = \cos 4t$
   (b) $y = e^{-x^2}$
   (c) $y = \ln(x^2+1)$
   (d) $g(t) = \sqrt{t^2+3}$
   (e) $e^{-x}\cos 2x$

4. Seja $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável e seja f dada por $f(x) = x \cdot g(x^2)$.

   (a) Verifique que $f'(x) = g(x^2) + 2x^2 \cdot g'(x^2)$.
   (b) Calcule $f'(1)$ supondo $g(1) = 4$ e $g'(1) = 2$.

5. Derive.

   (a) $\operatorname{tg} 3x$
   (b) $\sec 4x$
   (c) $\operatorname{cotg} x^2$
   (d) $\operatorname{cossec} 2x$
   (e) $\ln(\sec 3x + \operatorname{tg} 3x)$

6. Seja $y = f(x)$ uma função diferenciável e suponha que, para todo $x \in D_f$, $3x^2 + x \cdot \operatorname{sen}(y) = 2$. Mostre que

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{6x + \operatorname{sen}(y)}{x \cdot \cos(y)},$$

   para todo $x \in D_f$ tal que $x \cdot \cos(y) \neq 0$.

7. Seja f uma função derivável num intervalo aberto I, com $1 \in I$. Suponha que $f(1) = 1$ e que, para todo $x \in I$, $f'(x) = x + [f(x)]^3$.

   (a) Mostre que $f''(x)$ existe para todo x em I.
   (b) Calcule $f'(1)$ e $f''(1)$.
   (c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(1,1)$.

8. Seja $f\colon]-r, r[\to \mathbb{R}$ uma função derivável. Prove que se f for uma função ímpar, então f' será par.

9. Seja $y = f(x)^{g(x)}$, onde f e g são duas funções deriváveis num mesmo intervalo I, com $f(x) > 0$ para todo $x \in I$.

   (a) Calcule $\ln(y)$ para mostrar que

$$f(x)^{g(x)} = e^{g(x)\ln f(x)}$$

   (b) Use o item (a) para mostrar que

$$\left[f(x)^{g(x)}\right]' = f(x)^{g(x)} \cdot [g(x) \cdot \ln f(x)]'$$

10. Use o exercício anterior para calcular a derivada de cada uma das funções abaixo:

    (a) $y = x^x$, para todo $x > 0$
    (b) $y = 3^x$
    (c) $y = x^{x^2+1}$, para todo $x > 0$.
    (d) $y = x^a$, onde $a \in \mathbb{R}$ (constante) e $x > 0$.