Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

1. Suponha que a função $f\colon [0,4] \to \mathbb{R}$ dada por $f(t) = -t^2 + 4t$ descreve o deslocamento de uma bola de basquete arremessada ao ar em função do tempo (o tempo marcado em segundos e a distância percorrida em metros). Calcule a velocidade instantânea dessa bola em $t_0 = 1$.

2. Em uma análise de custo, em geral, irão aparecer custos fixos como pagamentos de aluguel, de funcionários, seguros, etc. (que estarão presentes, quer se produza uma quantidade grande de produtos ou nenhum), que, portanto, não dependem da quantidade produzida e dos custos variáveis que dependem dessa quantidade. Matematicamente, podemos escrever a função **custo** da seguinte maneira: $C(x) = C_f + C_v(x)$, em que C_f indica o custo fixo de produção e para uma quantidade produzida x, $C_v(x)$ denota o custo variável e $C(x)$ denota o custo total. Supondo que para a produção de um determinado objeto tenha-se que $C_f = 500$ e $C_v(x) = 0,001x$, calcule o aumento *instantâneo* do custo de produção em $x_0 = 10.000$, ou seja, o *custo marginal* em $x_0 = 10.000$.

3. Usando a definição de derivada, calcule $f'(0)$ e $f'(x_0)$, onde $f(x) = 3x + 2$.

4. Usando a definição de derivada, calcule $f'(1)$ e $f'(x_0)$, onde $f(x) = x^2 + 1$.

5. Calcule $f'(a)$, pela definição, sendo dados:
   (a) $f(x) = x^2 + x$ e $a = 1$
   (b) $f(x) = 1/x$ e $a = 2$
   (c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $a = 3$

6. Decida se alguma das funções abaixo são deriváveis no ponto a especificado:
   (a) $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \geq 1 \\ 2x, & \text{se } x < 1 \end{cases}$ em $a = 1$
   (b) $g(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 2 \\ x^2/2, & \text{se } x < 2 \end{cases}$ em $a = 2$.

7. Determine a equação da reta tangente ao ponto $(a, f(a))$ sendo dados:
   (a) $f(x) = x^2 + x$ e $a = 1$
   (b) $f(x) = 1/x$ e $a = 2$
   (c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $a = 3$

8. Calcule $f'(x)$, pela definição, onde:
   (a) $f(x) = x^2 + x$
   (b) $f(x) = x^3$
   (c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

9. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(1) = 0$.

10. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

11. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(1) > f'(0)$.

12. Seja $g(x) = \begin{cases} x^2+2, & \text{se } x < 1 \\ 2x+1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$
   (a) Mostre que g é derivável em $x_0 = 1$ e calcule $g'(1)$.
   (b) Esboce o gráfico de g.

13. Seja $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x \geq 0 \\ x^2+2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$
   (a) Esboce o gráfico de f.
   (b) f é derivável em $a = 0$? Em caso afirmativo, calcule $f'(0)$.

14. Dê exemplo de uma função que é contínua em $a = 1$, mas não é diferenciável neste ponto.

15. Mostre que a reta $y = -x$ é tangente ao gráfico da função f definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$. Encontre o ponto de tangência.