

1. Seja  $f(x) = x^5$ . Calcule:

(a)  $f'(x)$       (b)  $f'(0)$       (c)  $f'(2)$

2. Calcule  $g'(x)$  sendo  $g$  dada por:

(a)  $g(x) = x^6$       (d)  $g(x) = x^{100}$   
 (b)  $g(x) = 1/x$       (e)  $g(x) = x^{-3}$   
 (c)  $g(x) = 1/x^3$       (f)  $g(x) = x$

3. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = x^{-2}$  no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos de  $f$  e da reta tangente.

4. Calcule  $g'(x)$  sendo  $g$  dada por:

(a)  $g(x) = \sqrt[4]{x}$       (c)  $g(x) = \sqrt[3]{x}$   
 (b)  $g(x) = \sqrt[6]{x}$       (d)  $g(x) = \sqrt[9]{x^3}$

5. Determine a reta que é tangente ao gráfico de  $f(x) = x^2$  e paralela à reta  $y = 4x + 2$ .

6. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \sin x$  no ponto  $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$ .

7. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \cos x$  no ponto  $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$ .

8. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \operatorname{tg} x$  no ponto  $(\pi/4, 1)$ .

9. Calcule  $f'(\pi/4)$ , para:

(a)  $f(x) = \operatorname{coth} x$   
 (b)  $f(x) = \sec x$   
 (c)  $f(x) = \operatorname{cossec} x$

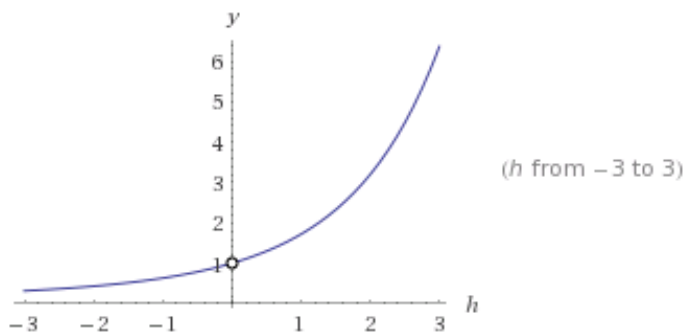
10. Seja  $g(x) = \begin{cases} -x + 3, & \text{se } x < 3 \\ x - 3, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$

- (a)  $g$  é derivável em 3? Justifique.  
 (b)  $g$  é contínua em 3? Justifique.

11. Calcule  $f'(x)$ , onde:

(a)  $f(x) = 3x^2 + 5$   
 (b)  $f(x) = 3x^2 + 5 \cos x$   
 (c)  $f(x) = 6x^3 + \sqrt[3]{x}$   
 (d)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$   
 (e)  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{3}{x^3 + 2}$   
 (f)  $f(x) = \frac{3}{\sin x + \cos x}$   
 (g)  $f(x) = \frac{\sec x}{3x + 2}$   
 (h)  $f(x) = 3x + \sqrt{x}$   
 (i)  $f(x) = 3x + 1/x$   
 (j)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$   
 (k)  $f(x) = \frac{x}{\operatorname{cossec} x}$   
 (l)  $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}$

12. Seja  $e \approx 2,72$  a constante de Euler<sup>1</sup> e considere o gráfico



da função  $y = (e^h - 1)/h$ . Use-o para determinar o valor do limite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h}.$$

13. Use o exercício anterior para determinar a derivada da função exponencial  $y = e^x$ .

<sup>1</sup>Também conhecida como número de Neper.

14. Use o exercício anterior e a Regra da Cadeia para determinar a derivada da função *logaritmo natural*<sup>2</sup>  $y = \ln x$  definida por  $\ln x = \log_e x$ .

**Dica:** Lembre-se que  $e^{\ln x} = x$ .

15. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = \ln(x)$  no ponto de abscissa 1.

16. Sabendo que  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^h - 1}{h} = \ln(2)$ , calcule  $f'(x)$ , onde  $f(x) = 2^x$ .

17. Usando o mesmo raciocínio do exercício anterior, calcule  $f'(x)$ , onde  $f$  é dada por

(a)  $f(x) = 5^x$                       (b)  $f(x) = \pi^x$

18. Calcule  $f'(x)$ , sendo  $f$  definida por  $f(x) = \log_3(x)$ , para todo  $x > 0$ .

**Dica:** Use a igualdade  $\log_3(x) = \ln(x)/\ln(3)$ .

19. Sejam  $a$  um número real positivo diferente de 1 e  $f$  a função dada por  $f(x) = \log_a x$ , para todo  $x > 0$ . Calcule  $f'(x)$  em função de  $a$ .

20. Calcule  $f'(x)$ , onde:

(a)  $f(x) = x^2 \cdot \ln x + 2e^x$

(b)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

(c)  $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$

(d)  $f(x) = e^x \cdot \sin x \cdot \cos x$

21. Determine a derivada de cada uma das funções abaixo.

(a)  $y = \sin 4x$

(j)  $y = \coth x^2$

(b)  $y = \operatorname{tg} 3x$

(l)  $y = \operatorname{cosec} 2x$

(c)  $y = \sec 4x$

(m)  $f(t) = \frac{te^{2t}}{\ln(3t+1)}$

(d)  $f(x) = e^{x^2}$

(n)  $y = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

(e)  $g(t) = \ln(2t+1)$

(o)  $y = \cos^3 x^3$

(f)  $f(x) = \cos e^x$

(p)  $y = e^{-x} \sin x$

(g)  $y = \sqrt{3x+1}$

(q)  $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

(h)  $y = \sqrt{x + e^x}$

(r)  $y = \frac{\cos 5x}{\sin 2x}$

(i)  $y = \cos(\sin x)$

(s)  $y = (\sin 3x + \cos 2x)^3$

22. Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivável e seja  $g(t) = f(t^2+1)$ . Supondo que  $f'(2) = 5$ , calcule  $g'(1)$ .

23. Calcule a derivada segunda.

(a)  $y = \cos 4t$

(b)  $y = e^{-x^2}$

(c)  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

(d)  $g(t) = \sqrt{t^2 + 3}$

(e)  $h(x) = e^{-x} \cos 2x$

24. Determine  $f'$  e  $f''$ , sendo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & \text{se } x \leq 1 \\ 5x - 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

25. Esboce os gráficos de  $f$ ,  $f'$  e  $f''$ , sendo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & \text{se } x \leq 1 \\ 5x - 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

<sup>2</sup>Também conhecida como *logaritmo neperiano*.

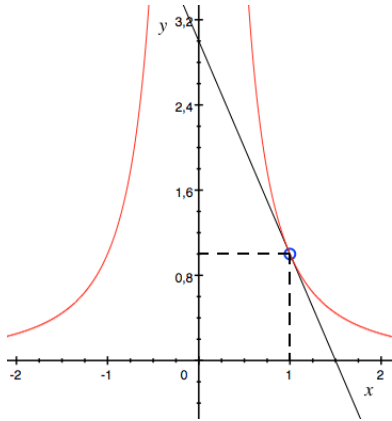
1. 

|        |     |     |
|--------|-----|-----|
| (a)    | (b) | (c) |
| $5x^4$ | 0   | 80  |

2. 

|        |          |          |             |          |     |
|--------|----------|----------|-------------|----------|-----|
| (a)    | (b)      | (c)      | (d)         | (e)      | (f) |
| $6x^5$ | $-1/x^2$ | $-3/x^4$ | $100x^{99}$ | $-3/x^4$ | 1   |

3.  $y = -2x + 3$



4. 

|              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (a)          | (b)          | (c)          | (d)          |
| $1/4x^{3/4}$ | $1/6x^{5/6}$ | $1/3x^{2/3}$ | $1/3x^{2/3}$ |

5.  $y = 4x - 4$

6.  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{8}(4 - \pi)$

7.  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{8}(4 + \pi)$

8.  $y = 2x + \left(1 - \frac{\pi}{2}\right)$

9. 

|     |            |             |
|-----|------------|-------------|
| (a) | (b)        | (c)         |
| -2  | $\sqrt{2}$ | $-\sqrt{2}$ |

10. (a) NÃO

(b) SIM

11. (a)  $6x$

(g)  $\frac{\operatorname{tg} x \cdot \sec x}{3x + 2} - \frac{3 \sec x}{(3x + 2)^2}$

(b)  $6x - 5 \operatorname{sen} x$

(h)  $3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(c)  $18x^2 + \frac{1}{3x^{2/3}}$

(i)  $3 - \frac{1}{x^2}$

(d)  $\frac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$

(j)  $\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

(e)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{9x^2}{(x^3+2)^2}$

(k)  $\operatorname{sen} x + x \cos x$

(f)  $-\frac{3(\cos x - \operatorname{sen} x)}{(\operatorname{sen} x + \cos x)^2}$

(l)  $-\left(\frac{4}{x^2} + \frac{10}{x^3}\right)$

12. 1

13.  $e^x$

14.  $1/x$

15.  $y = x - 1$

16.  $(\ln 2) \cdot 2^x$

17. (a)  $(\ln 5) \cdot 5^x$

(b)  $(\ln \pi) \cdot \pi^x$

18.  $\frac{1}{(\ln 3) \cdot x}$

19.  $\frac{1}{(\ln a) \cdot x}$

20. (a)  $2 + 2e^x$

(c)  $\frac{2e^x}{(1 - e^x)^2}$

(b)  $\frac{1 + \ln x}{x^2}$

(d)  $\frac{1}{2}e^x[\operatorname{sen}(2x) + 2\cos(2x)]$

21. (a)  $4 \cos(4x)$

(j)  $-2x \cdot \operatorname{cosec}^2(x^2)$

(b)  $3 \sec^2(3x)$

(l)  $-2\operatorname{cosec}(2x) \cdot \cotg(2x)$

(c)  $4 \sec(4x) \cdot \operatorname{tg}(4x)$

(n)  $\sec(x)$

(d)  $2x \cdot e^{x^2}$

(o)  $-9x^2 \cdot \operatorname{sen}(x^3) \cdot \cos^2(x^3)$

(e)  $\frac{2}{2t + 1}$

(p)  $e^{-x} \cdot (\cos x - \operatorname{sen} x)$

(f)  $-e^x \cdot \operatorname{sen}(e^x)$

(q)  $\frac{4x\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x^3 + xe^{\sqrt{x}}}}$

(g)  $\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

(h)  $\frac{1 + e^x}{2\sqrt{x + e^x}}$

(i)  $-\cos(x) \cdot \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(x))$

(m)  $\frac{e^{2t} \cdot [(6t^2 + 5t + 1) \cdot \ln(3t + 1) - 3t]}{(3t + 1) \cdot \ln^2(3t + 1)}$

(r)  $-\operatorname{cosec}(2x) \cdot [5 \operatorname{sen}(5x) + 2 \cos(5x) \cdot \cotg(2x)]$

(s)  $3 \cdot [\operatorname{sen}(3x) + \cos(2x)]^2 \cdot [3 \cos(3x) - 2 \operatorname{sen}(2x)]$

22. 10

23. (a)  $-16 \cos(4t)$

(c)  $\frac{-x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$

(b)  $(4x^2 - 2) \cdot e^{-x^2}$

(d)  $\frac{3}{(t^2 + 3)^{3/2}}$

(e)  $e^{-x} \cdot [4 \operatorname{sen}(2x) - 3 \cos(2x)]$

24.  $f'(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{se } x \leq 1 \\ 5, & \text{se } x > 1 \end{cases}; f''(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x < 1 \\ 0, & \text{se } x > 1 \end{cases}; \nexists f''(1).$