Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Ciências
Prof. Francisco Medeiros

1. Mostre que, dado $\lambda \in \mathbb{R}$, vale:

   (a) $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \ln(x^2+1) + \lambda$

   (b) $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2-1}\,dx = \ln|x^2-1| + \lambda$

   (c) $\displaystyle\int e^{-x}\,dx = -e^{-x} + \lambda$

   (d) $\displaystyle\int \cos(x^2)\cdot 2x\,dx = \operatorname{sen}(x^2) + \lambda$

   (e) $\displaystyle\int 2\operatorname{sen}(x)\cos(x)\,dx = \operatorname{sen}^2(x) + \lambda$

2. Encontre uma função primitiva para $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

   (Note que a função f como definida acima é contínua.)

3. Calcule as seguintes integrais:

   (a) $\displaystyle\int [3e^x - \operatorname{sen}(x)]\,dx$

   (b) $\displaystyle\int [4x^3 - 8x^2 + 17x - 3]\,dx$

   (c) $\displaystyle\int \left[\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}\right] dx$

   (d) $\displaystyle\int \left[\frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} + 4\right] dx$

   (e) $\displaystyle\int -4x^2\sqrt[3]{x^2}\,dx$

   (f) $\displaystyle\int e^x \cdot \cos(x)\,dx$

   (g) $\displaystyle\int x \cdot \cos(x)\,dx$

   (h) $\displaystyle\int x^3 \cdot \cos(x^2)\,dx$

   (i) $\displaystyle\int \cos^2(x)\,dx$

   (j) $\displaystyle\int x^3 \cdot e^x\,dx$

4. Calcule as seguintes integrais definidas:

   (a) $\displaystyle\int_0^{\pi} x \cdot \cos(x)\,dx$

   (b) $\displaystyle\int_1^4 -4x^2\sqrt[3]{x^2}\,dx$

   (c) $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(x)\,dx$

   (d) $\displaystyle\int_1^e \ln(x)\,dx$

   (e) $\displaystyle\int_1^2 \left[\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right] dx$

   (f) $\displaystyle\int_{-1}^1 (x^4 - 1)\,dx$

5. Desenhe a região determinada pelo conjunto A abaixo e calcule sua área:

$$A = \{(x,y) \mid -1 \leq x \leq 1 \;\text{ e }\; x^2 - 1 \leq y \leq -x^2 + 1\}.$$

6. Calcule a área da região delimitada pelas retas $x = 0$, $x = 3\pi/2$, $y = 0$ e o gráfico da função $f(x) = \cos x$.

7. Desenhe a região (finita) delimitada pelos gráficos das funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^3$ e calcule sua área.

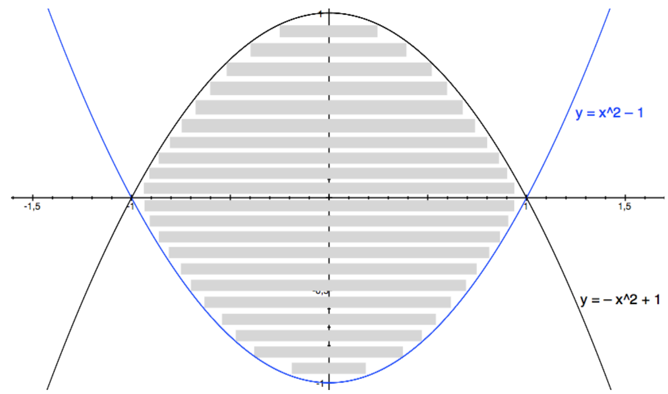
1. Calcule a derivada do segundo membro da igualdade e verifique que esta coincide com a função do integrando.

2. $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{se } x < 1 \\ x, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

3. Abaixo, λ denota uma constante em $\mathbb{R}$.
   (a) $3e^x + \cos x + \lambda$
   (b) $x^4 - \frac{8}{3}x^3 + \frac{17}{2}x^2 - 3x + \lambda$
   (c) $\frac{2}{3}x^{3/2} - \dfrac{1}{2}x^{-2} + \lambda$
   (d) $-\dfrac{1}{2}x^{-2} - 2x^{-1} + 3\ln x + 4x + \lambda$
   (e) $-\frac{12}{11}x^{11/3} + \lambda$
   (f) $\frac{1}{2}e^x(\operatorname{sen} x + \cos x) + \lambda$
   (g) $x \operatorname{sen} x + \cos x + \lambda$
   (h) $\frac{1}{2}(x^2 \operatorname{sen}(x^2) + \cos(x^2)) + \lambda$
   (i) $\frac{1}{2}(x + \operatorname{sen} x \cos x) + \lambda$
   (j) $e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + \lambda$

4. (a) -2
   (b) $-\frac{12}{11}(128\sqrt[3]{2} - 1) \approx -174,84$
   (c) 0
   (d) 1
   (e) $-\frac{2}{3}(7\sqrt{2} - 8) \approx -1,27$
   (f) $-\frac{8}{5}$

5. A área da região A, hachurada na imagem abaixo, é igual a $\dfrac{8}{3}$.



6. 3

7. A área da região hachurada na imagem abaixo é igual a $\dfrac{5}{12}$.