

Lista Extra - Equações Diferenciais Homogêneas e de Bernoulli

As três primeiras equações são Equações Diferenciais de **Bernoulli**. Use o método apresentado em sala de aula para resolver cada uma delas.

1. Resolva a equação

$$t^2 y' + 2ty - y^3 = 0, t > 0.$$

$$\text{Resp.: } y = \pm \sqrt{\frac{5t}{2 + 5ct^5}}$$

2. Resolva a equação

$$y' = ry - ky^2,$$

onde r e k são constantes positivas. Essa equação é importante em *dinâmica populacional*.

$$\text{Resp.: } y = \frac{r}{k + cre^{-rt}}$$

3. Resolva a equação

$$y' = \epsilon y - \sigma y^3,$$

onde ϵ e σ são constantes positivas. Essa equação aparece no estudo da *estabilidade de fluxos de fluidos*.

$$\text{Resp.: } y = \pm \sqrt{\frac{\epsilon}{\sigma + c\epsilon e^{-2\epsilon t}}}$$

As próximas equações são exemplos de **Equações Homogêneas**. Então, para cada item abaixo, você deve:

- mostrar que a equação dada é de fato homogênea;
- resolver a equação diferencial através da técnica apresentada em sala de aula.

4.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3y^2}{2xy}$$

$$\text{Resp.: } x^2 + y^2 - cx^3 = 0.$$

5.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y - 3x}{2x - y}$$

$$\text{Resp.: } |y - x| = c|y + 3x|^5; \text{ e também } y = -3x.$$

6.

$$(x^2 + 3xy + y^2)dx - x^2 dy = 0$$

$$\text{Resp.: } \frac{x}{x+y} + \ln|x| = c; \text{ e também } y = -x.$$

7.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{x - y}$$

$$\text{Resp.: } \frac{2x}{x+y} + \ln|x+y| = c; \text{ e também } y = -x.$$