

Lista Extra 2 - Equações Exatas

Determine se cada uma das equações nos problemas de 1 a 8 são ou não exatas. Para as exatas, encontre a solução.

1. $(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0$.
2. $(2x + 4y) + (2x - 2y)y' = 0$.
3. $(3x^2 - 2xy + 2)dx + (6y^2 - x^2 + 3)dy = 0$.
4. $(2xy^2 + 2y) + (2x^2y + 2x)\frac{dy}{dx} = 0$.
5. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax + by}{bx + cy}$.
6. $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax - by}{bx - cy}$.
7. $(e^x \sin y - 2y \sin x)dx - (e^x \cos y + 2 \cos x)dy = 0$.
8. $(e^x \sin y + 3y)dx - (3x - e^x \sin y)dy = 0$.
9. Nos itens abaixo, encontre o valor de b para o qual a equação dada é exata e, então, resolva-a usando esse valor de b .
 - (a) $(xy^2 + bx^2y)dx + (x + y)x^2dy = 0$.
 - (b) $(ye^{2xy} + x)dx + bxe^{2xy}dy = 0$.

10. Considere a equação diferencial exata

$$(y \cos x + 2xe^y) + (\sin x + x^2e^y - 1)y' = 0.$$

Encontre a solução implícita $\psi(x, y) = c$ integrando primeiro a equação $\psi_y = N$, em vez da equação $\psi_x = M$, como feito em sala de aula.

11. Mostre que qualquer equação diferencial separável

$$M(x) + N(y)y' = 0,$$

também é exata.

12. Considere a seguinte sentença:

“Se $(N_x - M_y)/M = Q$, onde Q é uma função apenas de y , então a equação diferencial

$$M(x, y) + N(x, y)y' = 0$$

tem um fator integrante da forma

$$\mu(y) = \exp \int Q(y)dy.”$$

Se necessário, use o fato acima para encontrar o fator integrante das equações abaixo e, com isso, resolvê-las.¹

- (a) $(3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$.
- (b) $y' = e^{2x} + y - 1$.
- (c) $dx + (x/y - \sin y)dy = 0$.
- (d) $ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0$.

¹Tal observação se dá porque em sala de aula trabalhamos o fator integrante apenas no caso em que o quociente $(M_y - N_x)/N$ depende apenas de x .