



PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO UTILIZANDO COMPONENTES ELETRÔNICOS E MICROCONTROLADOR

G. F. Lima¹

E-mail: gustavo.lima@ifrn.edu.br¹

RESUMO

Neste trabalho a placa Arduino foi empregada na tarefa de verificação de um modelo matemático, sem a necessidade de implementação real do sistema. Um circuito eletrônico foi montado em protoboard para simulação de uma planta de nível de primeira ordem. As leituras realizadas, com esse circuito, foram enviadas pela porta serial para um software específico com o objetivo de reproduzir gráficos em

tempo real. Os gráficos de resposta no tempo mostram uma boa aproximação entre as curvas experimentais e a curva teórica do modelo escolhido. Os resultados obtidos comprovam a possibilidade de utilizar componentes eletrônicos e microcontrolador para verificação de modelos matemáticos, que representam processos físicos reais.

PALAVRAS-CHAVE: Arduino, aquisição de dados, tanques acoplados, prototipagem, amplificador operacional.

PROPOSAL FOR VERIFICATION OF A MATHEMATICAL MODEL USING ELECTRONIC COMPONENTS AND MICROCONTROLLER

ABSTRACT

In this work the Arduino board was employed in the task of verification of the mathematical model, without need real implementation of system. A electronic circuit was mounted in breadboard for simulation of the level plant of first order. The measures acquired, with this circuit, were sent by serial port for specific software with the objective to

make graphics in real time. The time response graphics show a very good approximation between experimental curves and of model curve chosen. The results obtained show the possibility of using electronic components and microcontroller for verification of mathematical models, which represent real physics process.

KEY-WORDS: Arduino, data acquisition, coupled tanks, prototyping, operational amplifier.



1 INTRODUÇÃO

A utilização da plataforma *open source* Arduino vem ganhando muitos adeptos, principalmente, nas áreas de robótica e sistemas embarcados. Razões para isso são: preço baixo, programação simples e fácil manuseio.

Dentro dessas áreas de aplicação para a placa Arduino, uma tarefa fundamental é a de aquisição de dados. Esta permite aos sistemas digitais em geral captar dados de sensores, digitalizá-los e, por fim, apresenta-los na forma de gráficos ou tabelas. Ou ainda, realizar tomada de decisão com base nos valores obtidos na aquisição de dados.

Outra possibilidade é aplicar o Arduino como ferramenta auxiliar no ensino de Sistemas de Controle, no papel de verificação de modelos matemáticos de processos físicos reais, como uma planta de nível, vazão, temperatura, etc.

Este trabalho tem por objetivo apresentar a placa Arduino realizando a tarefa de aquisição de dados para verificação de um modelo matemático. O sistema escolhido para testes foi o de tanques acoplados. Este processo foi modelado para obtenção de uma equação diferencial, que o representasse. Com base nessa equação foi possível obter os parâmetros para determinação dos componentes a serem utilizados na montagem de um circuito eletrônico. Este, fazendo uso de componentes como amplificadores operacionais, resistores e capacitores, foi montado em um *protoboard* para simulação da citada planta de tanques acoplados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Plataforma Arduino

Para [Banzi et.al \(2006\)](#) o Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica open source baseada em hardware e software flexíveis e fáceis de usar. Sendo destinada aos artistas, designers, hobbistas ou qualquer pessoa interessada em criar objetos ou ambientes interativos.

A placa Arduino Uno tem como dimensões 6,8 x 5,5 x 1,0 cm e pode interagir com o ambiente ao ser redor, recebendo em suas entradas sinais dos mais variados tipos de sensores e pode perturbar sua vizinhança por meio do acionamento de luzes, motores ou outros atuadores.

Neste trabalho foi escolhido o modelo Arduino Uno, para aquisição de dados, pelas seguintes razões: possui conector USB para conexão com um microcomputador, conector jack 4 para alimentação externa, programação simples, preço baixo e fácil manuseio.

2.2 Sistema de Tanques Acoplados

A planta a ser modelada é a do Tanque 1 (superior) identificado por L_1 . Ele compõe um sistema de tanques acoplados, conforme a [Figura 1](#).

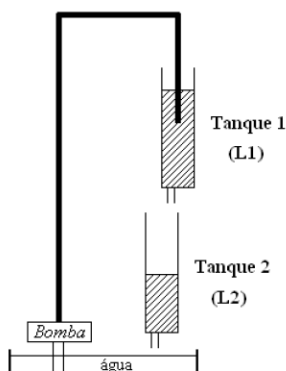


Figura 1. Sistema de Tanques Acoplados.

Para Souza (2006) a variação do nível no Tanque 1 pode ser determinada pela Equação (1).

$$\dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gL_1} + \frac{K_m}{A_1} \cdot V_p \quad (1)$$

onde: \dot{L}_1 é a variação do nível no Tanque 1, a_1 é a área do orifício de saída do Tanque 1, A_1 é a área da base do Tanque 1, g é a aceleração da gravidade, L_1 é a altura do nível, K_m é a constante da bomba d'água e V_p é a tensão aplicada na bomba.

Por fim, uma linearização por Taylor foi realizada em torno do ponto de operação L_{10} e foi obtida a Equação (2).

$$\dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} L_1 + \frac{K_m}{A_1} \cdot V_p \quad (2)$$

A Equação (2) representa o modelo matemático para o controle de nível somente do Tanque 1.

Os valores adotados para os parâmetros estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros Adotados.

Parâmetros	Valores
A_1	15,518 cm ²
a_1	0,178 cm ²
L_{10}	15 cm
K_m	4,6 cm ³ /s · V
g	981 cm/s ²

Substituindo os valores da Tabela 1 na Equação (2), permitiu obter a Equação (3).

$$\dot{L}_1 = -0,0656 \cdot L_1 + 0,2964 \cdot V_p \quad (3)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (3), foi possível obter a função de transferência para L_1 , conforme a Equação (4).

$$\frac{L_1(s)}{V_p(s)} = \frac{0,2964}{s + 0,0656} \quad (4)$$

A **Equação (4)** representa a função de transferência em malha aberta para L_1 . É possível notar que se trata de um sistema estável (pólo = $-0,0656$) com constante de tempo igual a $T = 1/0,0656 = 15,2$ s, o valor de regime permanente para uma entrada em degrau unitário é igual a $L_1(t = \infty) = 0,2964/0,0656 = 4,52$ cm e um transitório com duração de cinco constantes de tempo igual a $5 \cdot \sigma = 5 \cdot 15,2 = 76$ s.

Para uma visualização da resposta da planta em malha aberta ao sinal do tipo degrau unitário foi produzido o gráfico apresentado na **Figura 2**.

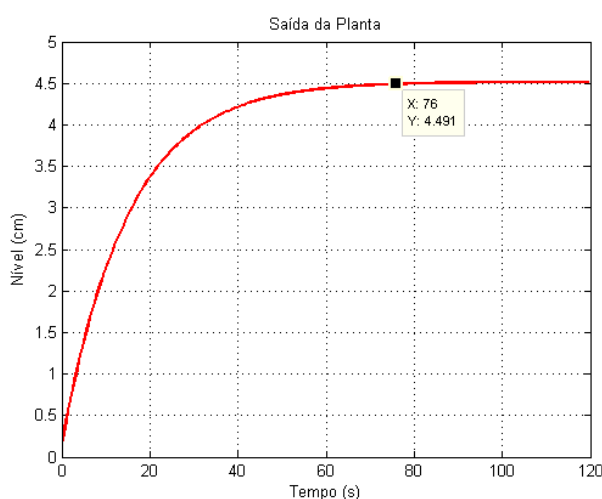


Figura 2. Resposta em Malha Aberta ao Degrau Unitário.

Ainda na **Figura 2** tem-se em destaque o valor de $L_1 = 4,491$ cm no tempo de $t = 76$ s que representa 99,36% do valor final em regime permanente.

2.3 Computação Analógica

Segundo **Ogata (2000, p. 48)** a dinâmica de muitos sistemas, sejam eles, elétricos, mecânicos, biológicos etc., pode ser descrita em termos de equações diferenciais.

Para resolver equações diferenciais simples usando computadores analógicos é necessário que conectemos três tipos de circuitos com amp-ops em cascata: circuitos integradores, amplificadores somadores e amplificadores inversores/não-inversores para escalonamento negativo/positivo (**Alexander & Sadiku 2003**).

Neste projeto a equação diferencial que representa a variação do nível de líquido no Tanque 1 é dada pela **Equação (3)** e esta pode ser representada por um circuito contendo componentes eletrônicos como amplificadores operacionais, resistores e capacitores, conforme a **Figura 3**.

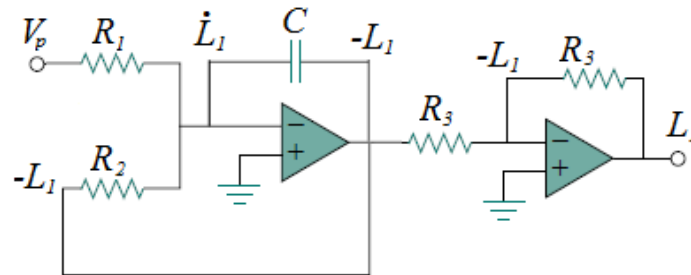


Figura 3. Esquema Elétrico para Simulação do Nível no Tanque 1.

Para o cálculo dos elementos constituintes do circuito foi escolhido um valor de capacitor $C = 10 \mu F$, com isso foi obtido os seguintes valores de resistores $R_1 = 337,38 k\Omega \cong 330 k\Omega$ e $R_2 = 1.524 k\Omega \cong 1,5 M\Omega$. E o último resistor foi $R_3 = 10 k\Omega$, para a montagem do amplificador inversor.

2.4 Montagem do Circuito

Para montagem do circuito da Figura 4 foi utilizado dois amplificadores operacionais LM741, um capacitor eletrolítico de $10 \mu F$, e três potenciômetros de $1 M\Omega$. Ligou-se dois desses potenciômetros em série para obter a resistência de $1,5 M\Omega$ na realimentação do sinal $-L_1$. E o terceiro potenciômetro forneceu a resistência de $330 k\Omega$ para a entrada do sinal de V_p , vindo da placa Arduino.

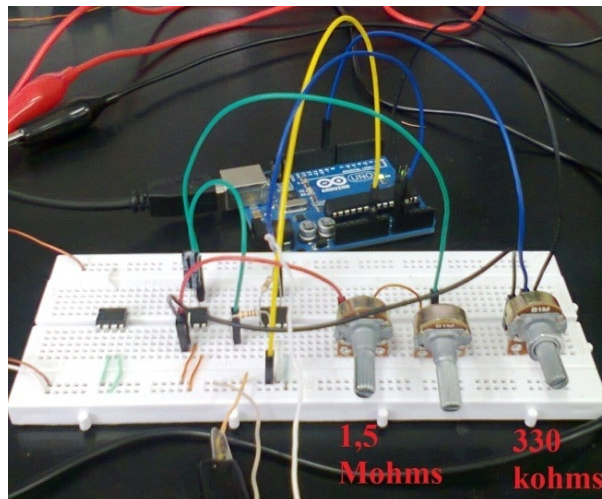


Figura 4. Montagem em Protoboard do Circuito Proposto.

Na sequência, o Arduino foi programado para produzir um sinal de entrada V_p no valor de $1 V_{DC}$ de maneira a reproduzir um degrau unitário. Em seguida, o Arduino procedeu a leitura do sinal analógico produzido pelo circuito. Esse sinal foi impresso na porta serial com o objetivo de enviá-lo para um *software* específico, e este produziu um gráfico de Nível versus Tempo.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para comprovação do sistema proposto foram realizadas duas aquisições de dados utilizando o circuito eletrônico apresentado anteriormente, conforme [Figura 5](#). Tais curvas comportaram-se como esperado, curvas de primeira ordem.

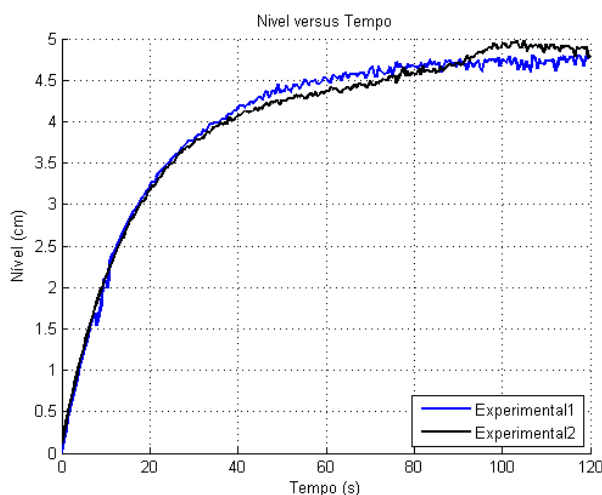


Figura 5. Resposta do no Tempo ao Degrau Unitário.

A [Figura 6](#) apresenta um comparativo entre a curva teórica dada pela [Figura 2](#) e as duas curvas experimentais obtidas com a utilização do circuito proposto apresentadas na [Figura 5](#).

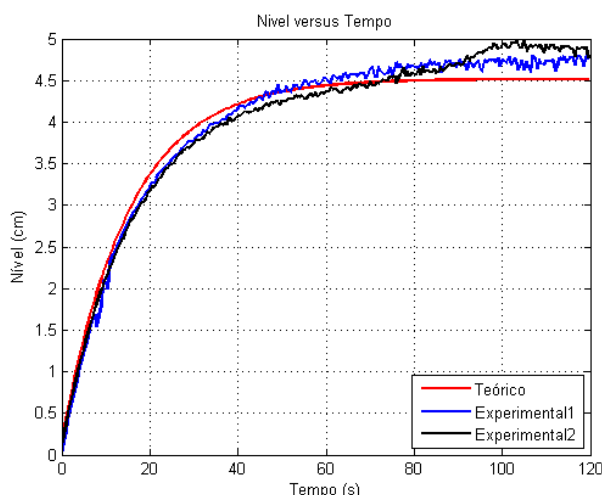


Figura 6. Comparativo entre as Curvas Teórica e Experimentais.

Observou-se uma boa aproximação entre as duas curvas até aproximadamente 90 s. Acima desse tempo ocorreu um pequeno distanciamento das curvas experimentais da curva teórica, com valor final de aproximadamente 4,7 cm, o que produziu um erro de 3,98 % em relação ao valor final esperado de 4,52 cm. Confirmando-se, assim, uma boa aproximação de valores para o trecho final da verificação.



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Rio Grande do Norte – Campus Santa Cruz

I Semana de Ciência, Tecnologia e Extensão do IFRN

XI CONGIC

XI CONGIC

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada a placa Arduino numa proposta de verificação de um modelo matemático. Os resultados obtidos com um circuito eletrônico comprovam que é possível verificar um modelo sem a necessidade da implementação real do sistema. Nos resultados, percebe-se a viabilidade de montagem do circuito em *proto-board* e com isso proceder mais testes. Foi montado um circuito para simulação de uma planta de nível e com ele foi verificado uma boa aproximação de valores com a curva teórica do processo em estudo, comprovando, assim, o sucesso da verificação proposta.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, C.K. & SADIKU, M.N.O. Fundamentos de Circuitos Elétricos, 1ª edn, Bookaman, Porto Alegre, RS. 2003.
- BANZI, M., CUARTIELLES, D., IGOE, T., MARTINO, G. & MELLIS, D. Arduino - Home-Page, visualizado 26 Abril 2013, < www.arduino.cc>. 2006.
- OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno, 3ªedn, LTC, Rio de Janeiro, RJ. 2000.
- SOUZA, F.E.C. Estudo e Implementação em Plantas Físicas de um Controlador Preditivo Generalizado com Restrições, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN. 2006.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao IFRN – *Campus* João Câmara pelos materiais e instalações cedidos para realização deste trabalho.