

PROPOSTA PARA VERIFICAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO UTILIZANDO COMPONENTES ELETRÔNICOS E ARDUINO

Fulana de tal¹, Fulano de tal², Fulano de tal³, Fulana de tal⁴

¹Discente de graduação em agronomia -IFAL. Bolsista de Iniciação Científica do CNPq/IFAL. e-mail: fulanadetal@gmail.com; ²Discente do curso técnico integrado em agroecologia - IFAL. Bolsista PIBIC do IFAL. e-mail: fulanodetal@hotmail.com; ³Professor do Curso de Agronomia - IFAL. e-mail: fulanodetal@ifal.edu.br; ⁴Professorado curso técnico integrado em agroecologia- IFAL. e-mail: fulanadetal@ifac.edu.br

1 **RESUMO:** Neste trabalho a placa Arduino foi empregada na tarefa de verificação de um
2 modelo matemático, sem a necessidade de implementação real do sistema. Um circuito
3 eletrônico foi montado para simulação de uma planta de nível de primeira ordem. As leituras
4 realizadas, com esse circuito, foram enviadas pela porta serial para um software específico
5 com o objetivo de desenhar gráficos em tempo real. Os gráficos de resposta no tempo
6 mostraram uma boa aproximação entre as curvas experimentais e a curva teórica do modelo
7 escolhido. Os resultados obtidos comprovam a possibilidade de utilizar componentes
8 eletrônicos e microcontrolador para verificação de modelos matemáticos, que representam
9 processos físicos reais.

10 **Palavras-chave:** amplificador operacional, aquisição de dados, microcontrolador,
11 prototipagem, tanques acoplados.

12

13 **PROPOSAL FOR VERIFICATION OF A MATHEMATICAL MODEL** 14 **USING ELECTRONIC COMPONENTS AND ARDUINO**

15

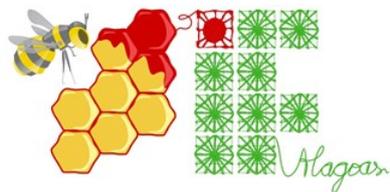
16 **ABSTRACT:** In this work the Arduino board was employed in the task of verification of the
17 mathematical model, without need real implementation of system. A electronic circuit was
18 mounted for simulation of the level plant of first order. The measures acquired, with this
19 circuit, were sent by serial port for specific software with the objective to make graphics in
20 real time. The time response graphics show a very good approximation between experimental
21 curves and of model curve chosen. The results obtained show the possibility of using
22 electronic components and microcontroller for verification of mathematical models, which
23 represent real physics process.

24 **KEYWORDS:** operational amplifier, data acquisition, microcontroller, prototyping, coupled
25 tanks.

26

27 **INTRODUÇÃO**

28 A utilização da plataforma *open source* Arduino vem ganhando muitos adeptos,
29 principalmente, nas áreas de robótica e sistemas embarcados. Razões para isso são: preço
30 baixo, programação simples e fácil manuseio.



31 Dentro dessas áreas de aplicação para a placa Arduino, uma tarefa fundamental é a de
32 aquisição de dados. Esta permite aos sistemas digitais, em geral, captar dados de sensores,
33 digitalizá-los e, por fim, apresentá-los na forma de gráficos ou tabelas. Ou ainda, realizar
34 tomada de decisão com base nos valores obtidos nessa aquisição.

35 Outra possibilidade é aplicar o Arduino como ferramenta auxiliar no ensino de Sistemas
36 de Controle, no papel de verificação de modelos matemáticos de processos físicos reais, como
37 uma planta de nível, vazão, temperatura, etc.

38 Este trabalho tem por objetivo apresentar a placa Arduino realizando a tarefa de
39 aquisição de dados para verificação de um modelo matemático. O sistema escolhido para
40 testes foi o de tanques acoplados. Este processo foi modelado para obtenção de uma equação
41 diferencial, que o representasse. Com base nessa equação foi possível obter os parâmetros
42 para determinação dos componentes eletrônicos a serem utilizados na montagem do circuito.
43 Para validação do circuito foram realizadas leituras em malha aberta e malha fechada para
44 comparação com as curvas teóricas.

45 A motivação inicial deste trabalho foi propor uma maneira de alunos e pesquisadores
46 poderem elaborar seus próprios circuitos de simulação, com base em equações diferenciais. E
47 de posse de seu circuito testar controladores clássicos ou modernos antes de aplicá-los em
48 plantas ou processos reais.

49

50 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

51 *Plataforma Arduino*

52 Para **Banzi et al. (2006)** o Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica *open*
53 *source* baseada em *hardware* e *software* flexíveis e fáceis de usar. Sendo destinada aos
54 artistas, *designers*, *hobbistas* ou qualquer pessoa interessada em criar objetos ou ambientes
55 interativos.

56 A placa Arduino Uno tem como dimensões 6,8 x 5,5 x 1,0 cm e pode interagir com o
57 ambiente ao ser redor, recebendo em suas entradas sinais dos mais variados tipos de sensores
58 e pode perturbar sua vizinhança por meio do acionamento de luzes, motores ou outros
59 atuadores.

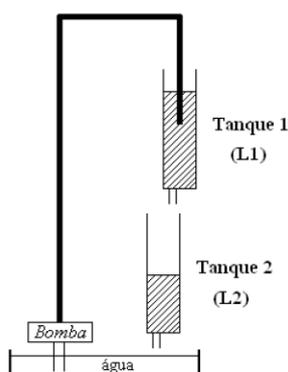
60 Neste trabalho foi escolhido o modelo Arduino Uno, para aquisição de dados, pelas
61 seguintes razões: possui conector USB para conexão com um microcomputador, programação
62 simples, preço baixo e fácil manuseio.

63

64 *Sistema de Tanques Acoplados*

65 A planta a ser modelada é a do Tanque 1 (superior) identificado por L_1 . Ele compõe um
66 sistema de tanques acoplados, conforme a **Fig. 1**.

67



68

Figura 1: Sistema de Tanques Acoplados.

69

Fonte: Souza (2006).

70

71

72 Para Souza (2006) a variação do nível no Tanque 1 pode ser determinada pela Eq (1).

$$73 \quad \dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gL_1} + \frac{K_m}{A_1} \cdot V_p \quad (1)$$

74 onde: \dot{L}_1 é a variação do nível no Tanque 1, a_1 é a área do orifício de saída do Tanque 1, A_1
75 é a área da base do Tanque 1, g é a aceleração da gravidade, L_1 é a altura do nível, K_m é a
76 constante da bomba d'água e V_p é a tensão aplicada na bomba.

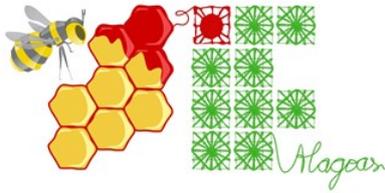
77 Por fim, uma linearização por Taylor foi realizada em torno do ponto de operação L_{10} e
78 foi obtida a Eq. (2).

$$79 \quad \dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} L_1 + \frac{K_m}{A_1} \cdot V_p \quad (2)$$

80 A Equação (2) representa o modelo matemático para o controle de nível somente do
81 Tanque 1.

82 Os valores adotados para os parâmetros estão descritos na Tab. 1.

83



84

Tabela 1: Parâmetros Adotados.

<i>Parâmetros</i>	<i>Valores</i>
A_1	$15,518 \text{ cm}^2$
a_1	$0,178 \text{ cm}^2$
L_{10}	15 cm
K_m	$4,6 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot V$
g	$981 \text{ cm}/\text{s}^2$

85

86

Substituindo os valores da **Tab. 1** na **Eq. (2)**, permitiu obter a **Eq. (3)**.

87

$$\dot{L}_1 = -0,0656 \cdot L_1 + 0,2964 \cdot V_p \quad (3)$$

88

89

Aplicando a transformada de Laplace na **Eq. (3)**, foi possível obter a função de transferência para L_1 , conforme a **Eq. (4)**.

90

$$\frac{L_1(s)}{V_p(s)} = \frac{0,2964}{s + 0,0656} \quad (4)$$

91

92

93

94

95

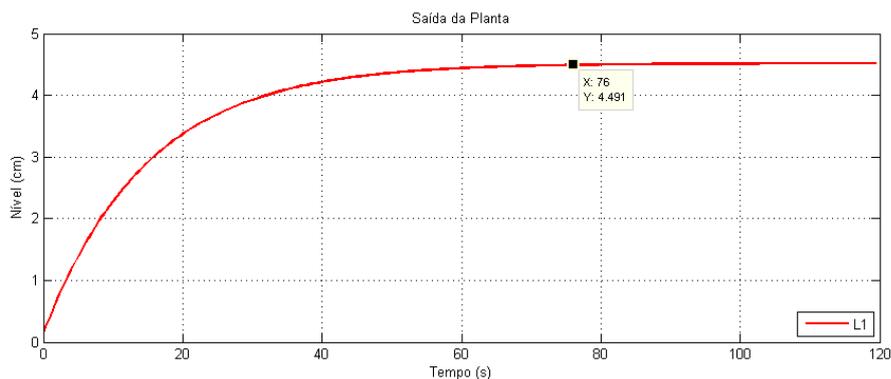
A **Equação (4)** representa a função de transferência em malha aberta para L_1 . É possível notar que se trata de um sistema estável (pólo = - 0,0656) com constante de tempo igual a $T = 1/0,0656 = 15,2 \text{ s}$, o valor de regime permanente para uma entrada em degrau unitário é igual a $L_1(t = \infty) = 0,2964/0,0656 = 4,52 \text{ cm}$ e um transitório com duração de cinco constantes de tempo igual a $5 \cdot \sigma = 5 \cdot 15,2 = 76 \text{ s}$.

96

97

98

Para uma visualização da resposta da planta em malha aberta ao sinal do tipo degrau unitário foi produzido o gráfico apresentado na **Fig. 2**.



99

100

101

102

103

104

Figura 2: Resposta em Malha Aberta ao Degrau Unitário.

Ainda na **Figura 2** tem-se em destaque o valor de $L_1 = 4,491 \text{ cm}$ no tempo de $t = 76 \text{ s}$ que representa 99,36% do valor final em regime permanente.

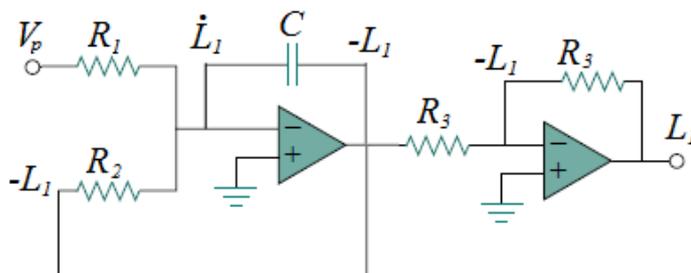
105 *Computação Analógica*

106 Segundo Ogata (2000, p. 48) a dinâmica de muitos sistemas, sejam eles, elétricos,
 107 mecânicos, biológicos etc., pode ser descrita em termos de equações diferenciais.

108 Para resolver equações diferenciais simples usando computadores analógicos é
 109 necessário que conectemos três tipos de circuitos com amp-ops em cascata: circuitos
 110 integradores, amplificadores somadores e amplificadores inversores/não-inversores para
 111 escalonamento negativo/positivo (Alexander and Sadiku, 2003).

112 Neste projeto a equação diferencial que representa a variação do nível de líquido no
 113 Tanque 1 é dada pela Eq. (3) e esta pode ser representada por um circuito contendo
 114 componentes eletrônicos como amplificadores operacionais, resistores e capacitores,
 115 conforme a Fig. 3.

116



117

118 **Figura 3:** Esquema Elétrico para Simulação do Nível no Tanque 1.

119

120 **Fonte:** Adaptado de Alexander and Sadiku (2003).

121

122 Ainda da Figura 3 pode-se obter uma equação diferencial genérica em termos do
 123 capacitor C e dos resistores R₁ e R₂, conforme Eq. (5).

$$123 \quad \dot{L}_1 = -\frac{1}{R_2 C} \cdot L_1 + \frac{1}{R_1 C} \cdot V_p \quad (5)$$

124 Para a determinação dos valores de C, R₁ e R₂ basta igualar termo a termo a Eq. (3) com
 125 a Eq. (5). Desse modo, foi escolhido um valor de capacitor C = 10 μF, com isso foi obtido os
 126 seguintes valores de resistores R₁ = 337,38 kΩ ≈ 330 kΩ e R₂ = 1.524 kΩ ≈ 1,5 MΩ. E o
 127 último resistor foi R₃ = 10 kΩ, para a montagem do amplificador inversor.

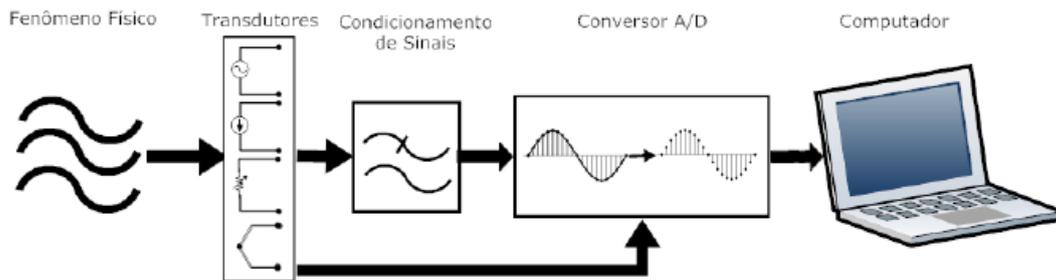
128

129 *Sistema de Aquisição de Dados*

130 Para **Ataíde (2012)** um sistema de aquisição de dados é todo aquele em que um
131 fenômeno físico real é transformado num sinal elétrico proporcional e convertido num
132 formato digital para posterior visualizaçãao, armazenamento, processamento e análise.

133 Um sistema de aquisição de dados pode ser visualizado na **Fig. 4**.

134



135

136

137

138

139

Figura 4: Componentes para Aquisição de Dados.

Fonte: Ataíde (2012).

140

Os seus componentes desempenham as seguintes funcionalidades:

141

- **Transdutor** - realiza a medição da grandeza física real (temperatura, pressão, etc.) que se deseja processar e gera um sinal de tensão elétrica proporcional ao sinal de entrada.

142

143

- **Condicionador de sinal** - prepara o sinal para a entrada do conversor analógico/digital, filtrando-o e escalando-o, de modo a eliminar ruídos.

144

145

- **Conversor analógico/digital** - converte o sinal de tensão analógico em um sinal digital, de modo que este possa ser tratado por um computador.

146

147

- **Computador** - responsável pelo armazenamento e processamento da informação, podendo produzir gráficos ou tabelas. Além disso, ele pode tomar decisões com base nos dados obtidos.

148

149

150

151 METODOLOGIA

152 *Montagem do Circuito em Protoboard*

153

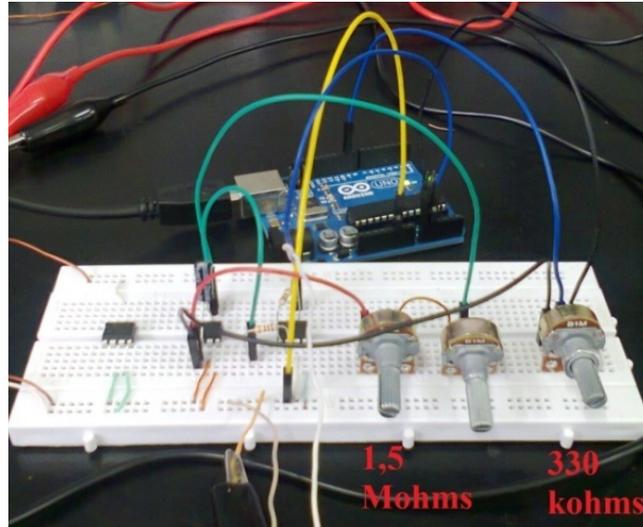
Para montagem do circuito da **Fig. 5** foi utilizado dois amplificadores operacionais LM741, um capacitor eletrolítico de 10 μ F, e três potenciômetros de 1 M Ω . Ligou-se dois desses potenciômetros em série para obter a resistência de 1,5 M Ω na realimentação do sinal

154

155

156 – L_1 . E o terceiro potenciômetro forneceu a resistência de $330\text{ k}\Omega$ para a entrada do sinal de
157 V_p , vindo da placa Arduino.

158



159

160

Figura 5: Montagem em *Protoboard* do Circuito Proposto.

161

162

163

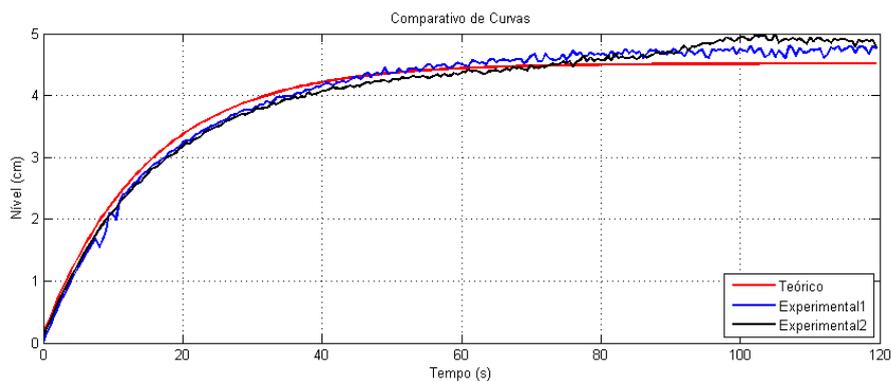
164

165

166

167

Na sequência, o Arduino foi programado para produzir um sinal de entrada V_p no valor de 1 V_{DC} de maneira a reproduzir um degrau unitário. Em seguida, o Arduino procedeu a leitura do sinal analógico produzido pelo circuito, em outra palavras, foi obtida a resposta em malha aberta do nível um. Esse sinal foi impresso na porta serial com o objetivo de enviá-lo para um software específico, e este produziu um gráfico de Nível *versus* Tempo.



168

169

Figura 6. Comparativo entre as Curvas Teórica e Experimentais.

170

171

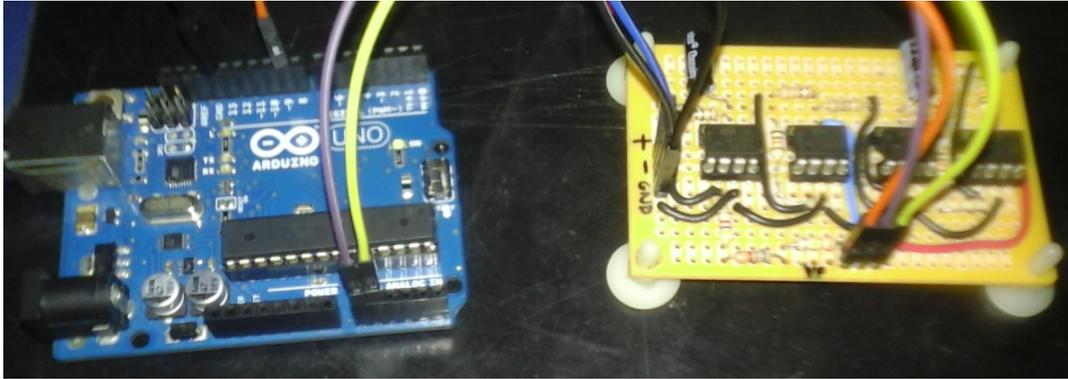
172

Após a obtenção dessas duas curvas, bem sucedidas, passou-se para a fase de montagem do circuito em placa perfurada e repetição dos testes em laboratório.

173
174 *Montagem do Circuito em Placa Perfurada*

175 A **Figura 7** apresenta o circuito montado em placa perfurada.

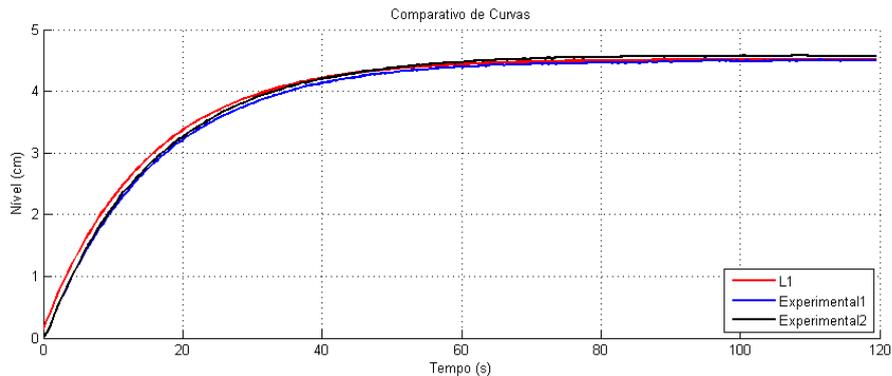
176



177
178 **Figura 7:** Montagem em Placa Perfurada do Circuito Proposto.

179 Os testes foram repetidos e obtidas novas curvas para o nível um, conforme **Fig 8**.

181



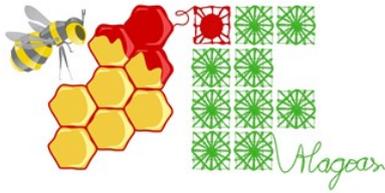
182
183 **Figura 8:** Novo Comparativo entre as Curvas Teórica e Experimentais.

184
185 Analisando a **Fig. 8** observou-se uma melhora nas curvas experimentais, quando
186 comparadas com as curvas experimentais apresentadas na **Fig. 6**, principalmente após 80 s.
187 Acima desse tempo as três curvas praticamente se coincidem. Uma razão para essa melhora
188 do sinal obtido foi o fato da utilização de resistores de valores fixos e não mais os
189 potenciômetros, com contatos móveis e que de alguma maneira produziram leituras com
190 ruído.

191

192 **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

193 *Resposta ao Degrau Unitário em Malha Fechada*

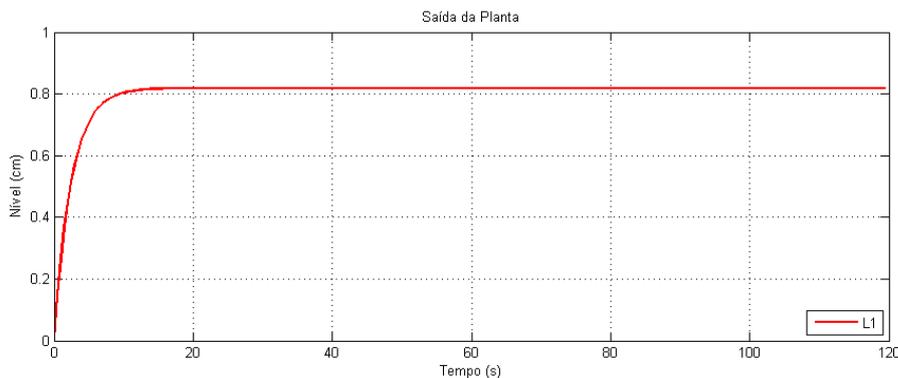


194

195 Para apresentar uma aplicação do circuito montado em placa perfurada foi pensado na
196 resposta da planta em malha fechada para o nível um. Nessa configuração uma planta ou
197 processo tem o seu sinal de saída comparado com um valor de referência e o sinal de erro
198 produzido é aplicado na planta.

199 A **Figura 9** apresenta a resposta teórica para o nível um quando o sistema está em malha
200 fechada e a referência é um degrau unitário. O valor da saída no estado estacionário foi
201 para $L_1(t = \infty) = 0,819$ cm.

202



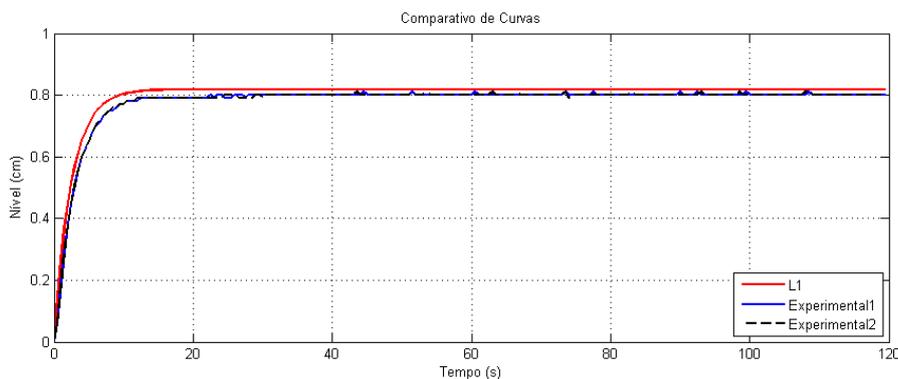
203

Figura 9: Resposta em Malha Fechada ao Degrau Unitário.

204

205 A **Figura 10** mostra um comparativo entre a curva teórica dada pela **Fig. 9** e as duas
206 curvas experimentais obtidas com a utilização do circuito proposto, agora na aplicação de
207 controle em malha fechada.
208

209

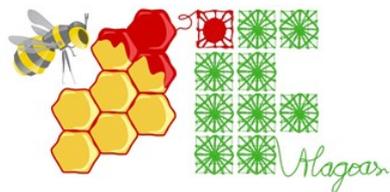


210

Figura 10: Mais um Comparativo entre as Curvas Teórica e Experimentais.

211

212



213 Ainda na **Figura 10** as duas curvas experimentais apresentaram o mesmo valor em
214 regime com $L_1(t = \infty) = 0,80$ cm. Com esse valor foi obtido um erro de 2,32 %, quando
215 comparado com o valor em regime da curva teórica. Confirmando-se, assim, uma boa
216 aproximação de valores também para o controle em malha fechada.

217

218 CONCLUSÕES

219 Neste trabalho foi apresentada a placa Arduino numa proposta de verificação de um
220 modelo matemático. Os resultados obtidos com um circuito eletrônico comprovam que é
221 possível verificar um modelo sem a necessidade da implementação real do sistema. Nos
222 resultados, percebe-se a viabilidade de montagem do circuito em protoboard e/ou placa
223 perfurada e com isso proceder mais testes. Foi montado um circuito para simulação de uma
224 planta de nível e com ele foi verificado uma boa aproximação de valores com a curva teórica
225 do processo em estudo, tanto em malha aberta quanto em malha fechada, comprovando,
226 assim, o sucesso da verificação proposta.

227

228 AGRADECIMENTOS

229

230 REFERÊNCIAS

- 231 ALEXANDER, C.K. & SADIKU, M.N.O. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**, 1º edn,
232 Bookaman, Porto Alegre, RS. 2003.
- 233 ATAÍDE, R.W.R., 2012. **Sistemas de Aquisição de Dados Baseado em**
234 **Microcontroladores**, Notas de Aula, Universidade Federal do Pará, Belém, PA.
- 235 BANZI, M., CUARTIELLES, D., IGOE, T., MARTINO, G. & MELLIS, D. Arduino -
236 Home-Page, visualizado 26 Abril 2013, < www.arduino.cc >. 2006.
- 237 OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**, 3ºedn, LTC, Rio de Janeiro, RJ. 2000.
- 238 SOUZA, F.E.C. **Estudo e Implementação em Plantas Físicas de um Controlador**
239 **Preditivo Generalizado com Restrições**, Dissertação de Mestrado, Universidade
240 Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN. 2006.

241

242