MATEMÁTICA I

PROFESSOR IGOR BRUNO DANTAS NUNES – igor.nunes@ifrn.edu.br

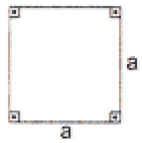
GEOMETRIA PLANA

Área das figuras planas

Retângulo

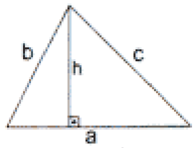
$S = a \cdot b$

Quadrado



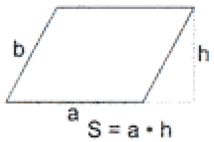
$S = a^2$

Triângulo



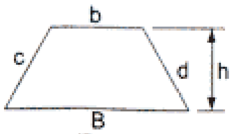
$S = \frac{a \cdot h}{2}$

Paralelogramo



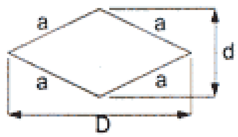
$S = a \cdot h$

Trapézio



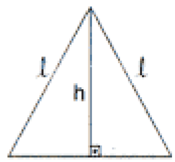
$S = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

Losango



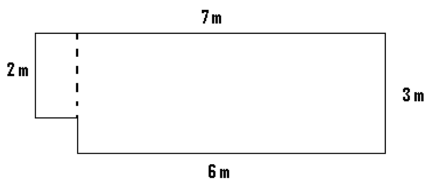
$S = \frac{D \cdot d}{2}$

Triângulo equilátero



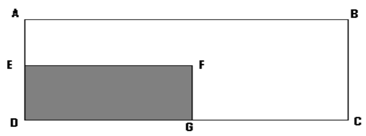
$S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

1. (CESGRANRIO-RJ) A área da sala representada na figura é:



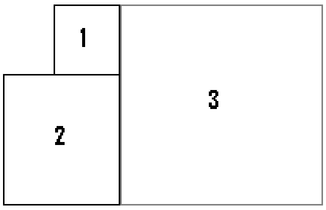
a)15 m^2 b) 17 m^2 c) 19m^2 d) 20 m^2

2. (UMC-SP) O retângulo ABCD tem área igual a 72 m^2. Os pontos E e G são pontos médios dos lados AD e CD. A área do retângulo DEFG, em m^2, é:



a) 9. b) 12. c) 18. d) 24.

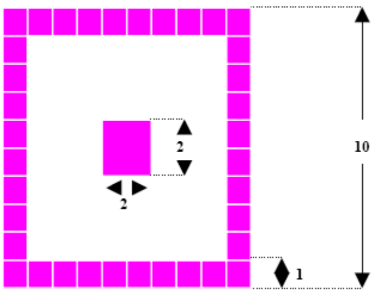
3. Na figura, há três quadrados. A área do quadrado (1) mede 16 cm^2 e a área do quadrado (2) mede 25 cm^2. A área do terceiro quadrado é:



a) 36 cm^2 b) 40 cm^2 c) 64 cm^2 d) 81 cm^2

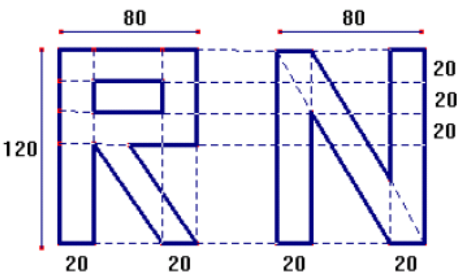
4. David pretende pintar um painel composto por **25 figuras** iguais a que vemos a seguir (quadradas e com medidas em metros). Cada latinha do seu estoque de tintas é suficiente para pintar **5 m^2**. Quantas latinhas serão gastas para pintar a parte mais escura de todas as figuras que compõem o painel?

a) 150 latinhas b) 180 latinhas c) 200 latinhas d) 220 latinhas



5. (UFRN2010) Uma empresa de publicidade foi contratada para confeccionar um *outdoor* com a sigla RN,

Conforme as medidas determinadas na figura a seguir.

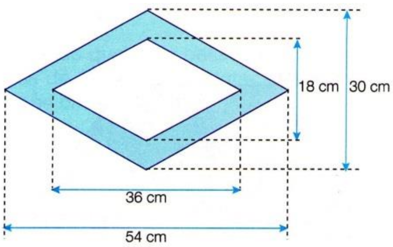


Para estimar a quantidade de tinta a ser utilizada na pintura, a empresa precisa calcular as áreas das letras. Sabendo que as medidas acima estão em centímetros, determine, em metros quadrados, a área de cada uma das letras.

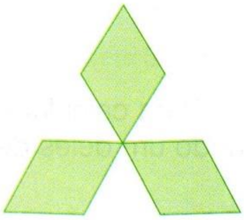
6. Um terreno de **150 m** de largura por **270 m** de comprimento foi dividido em **três lotes** de tamanhos iguais. Cada um desses lotes tem como área:

a) 1 350 m^2 b) 135 dam^2 c) 0, 135 hm^2 d) 13 500 km^2

7. Qual a área de cada uma das figuras coloridas de azul?

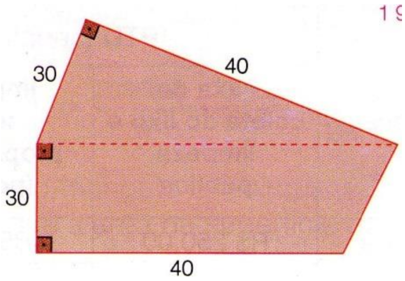


8. A figura é um logotipo constituído de 3 losangos iguais. A diagonal maior de cada um mede $4\sqrt{3}$ cm, e a área de cada losango é de $8\sqrt{3}$ cm² . A diagonal menor de cada losango é igual ao lado deste. Determinar o perímetro da figura 48cm

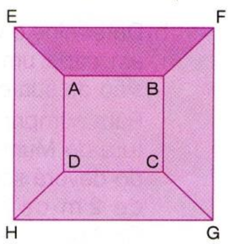


9. As diagonais de um losango medem, em centímetros, x + 6 e 2x – 1. Sabendo –se que a área desse losango é de 105 cm², calcule, calcule x. 8cm.

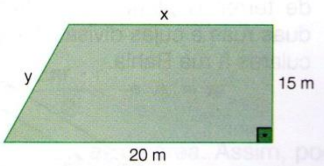
10. Feito o levantamento das medidas de um terreno pentagonal, foram determinados os lados (em metros) indicados na figura. Qual a área desse terreno? 1950m²



11. O quadrado ABCD tem lado 6cm, e o quadrado EFGH tem lado 12cm. Qual a área do trapézio isósceles ABFE? 27cm²



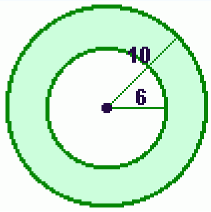
12. Na figura, tem –se a planta de um terreno com forma de trapézio e área de 240m².
Determine o perímetro do terreno. 64m



13. O pneu de um veículo, com 80 cm de diâmetro, ao dar uma volta completa percorre, aproximadamente, uma distância de quantos metros?

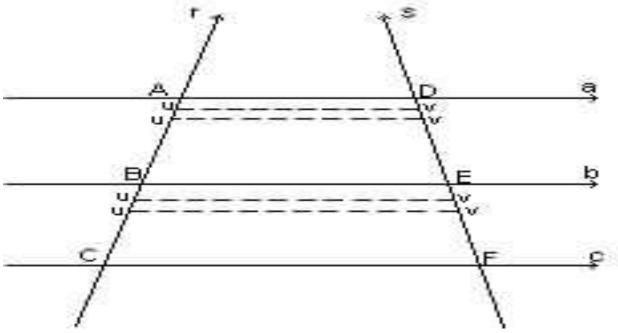
14. Um ciclista de uma prova de resistência deve percorrer 500 km sobre uma pista circular de raio 200m. Qual o número aproximado de voltas que ele deve percorrer?

15. Calcular a área da região limitada por duas circunferências concêntricas, uma com raio 10 cm e a outra com raio 6 cm.



TEOREMA DE TALES

Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então esse feixe determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.



$AB = 9u \qquad DE = 9v$

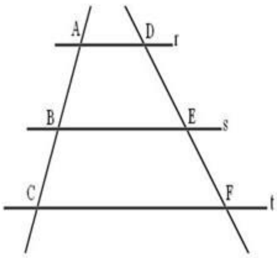
$BC = 7u \qquad EF = 7v$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{9\cancel{u}}{7\cancel{u}} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{DE}{EF} = \frac{9\cancel{v}}{7\cancel{v}} = \frac{9}{7}$$

$$\boxed{\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}}$$

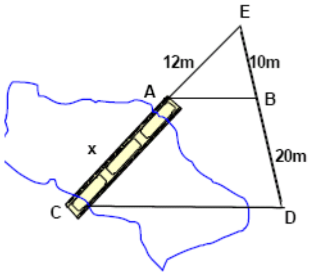
Assim, um feixe de paralelas determina, em duas transversais quaisquer, segmentos proporcionais.



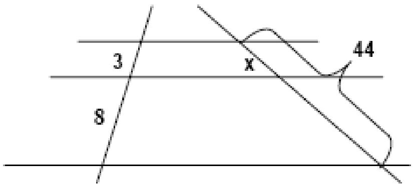
Se r // s // t, então $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{DE}{EF}$

1. O desenho abaixo representa um rio sobre o qual passa uma ponte (*AC*). Observando que *AB*//*CD* , o comprimento x dessa ponte é:

(A) 24 m (B) 20 m (C) 18 m (D) 17 m

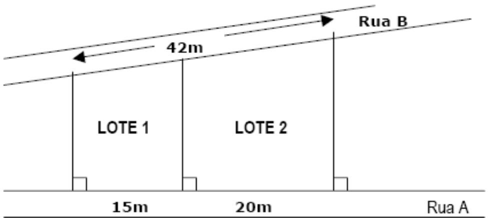


2. Na figura abaixo, o valor do segmento x é igual a:



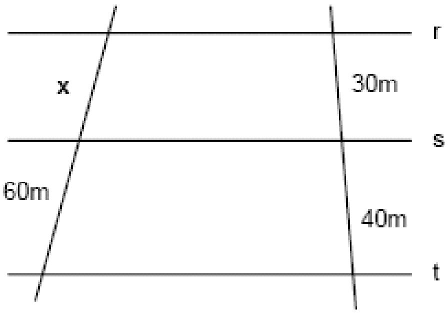
(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18

3. A planta abaixo mostra dois lotes de terrenos vizinhos e com laterais paralelas. As medidas da frente dos lotes 1 e 2, voltadas para a rua B, são respectivamente:



(A) 18m e 24m (B) 6m e 26m (C) 12m e 30m (D) 20m e 22m (E) 14m e 28m

4. Na figura abaixo, onde r//s//t,

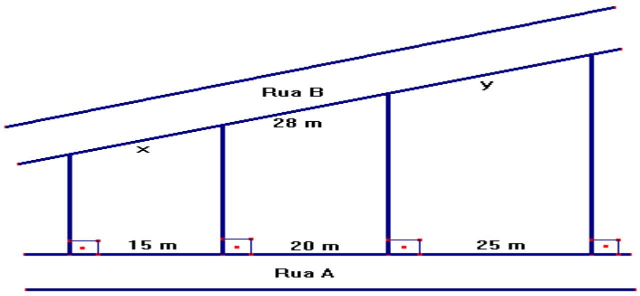


o valor de x é igual a

(A) 80m (B) 65m (C) 60m (D) 45m

5. Uma reta paralela ao lado $\overline{BC}$ de um triângulo ABC determina o ponto D em $\overline{AB}$ e E em $\overline{AC}$. Sabendo – se que $\overline{AD}$ = x, $\overline{BD}$ = x + 6, $\overline{AE}$ = 3 e $\overline{EC}$ = 4, determine o lado $\overline{AB}$ do triângulo.

6. A figura ao lado indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para rua B. as divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3?



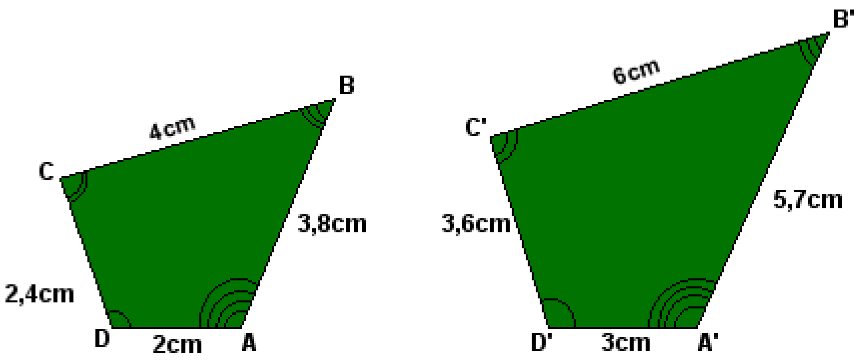
7. Um feixe de quatro retas paralelas determina sobre uma transversal três segmentos consecutivos, que medem 5 cm, 6 cm e 9 cm. Calcule os comprimentos dos segmentos determinados pelo feixe em outra transversal, sabendo que o segmento desta, compreendido entre a primeira e a quarta paralela, mede 60 cm.

10. As alturas de dois postes estão entre si assim como 3 esta para 5. Sabendo que o menor deles mede 6 m, então o maior mede:

SEMELHANÇA

Semelhança de Polígonos

Considere os polígonos *ABCD* e *A'B'C'D'*, nas figuras:



Observe que:

- os ângulos correspondentes são congruentes:

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \ \hat{B} \cong \hat{B}', \ \hat{C} \cong \hat{C}', \ \hat{D} \cong \hat{D}'$$

- os lados correspondentes (ou homólogos) são proporcionais:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'}$$

ou

$$\frac{3,8}{5,7} = \frac{4}{6} = \frac{2,4}{3,6} = \frac{2}{3}$$

Podemos concluir que os polígonos *ABCD* e *A'B'C'D'* são **semelhantes** e indicamos:

ABCD ~ A'B'D'C' (lê-se "polígonos ABCD é semelhante ao polígono A'B'D'C' ")

Ou seja:

Dois polígonos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

Obs.: A definição de polígonos semelhantes só é válida quando **ambas as condições** são satisfeitas: Ângulos correspondentes congruentes e lados correspondentes proporcionais. Apenas uma das condições não é suficiente para indicar a semelhança entre polígonos.

PROPRIEDADES

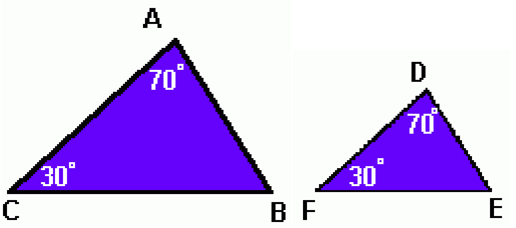
*Se dois polígonos são semelhantes, então a razão entre seus **perímetros** é igual à razão entre as medidas de dois lados homólogos quaisquer dos polígonos.*

Demonstração:

Ex1: Os lados de um triângulo medem 3,6 cm, 6,4 cm e 8 cm. Esse triângulo é semelhante a um outro cujo perímetro mede 45 cm. calcule os lados do segundo triângulo.

CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

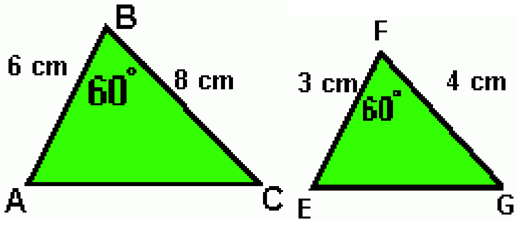
Dois ângulos congruentes: Se dois triângulos tem dois ângulos correspondentes congruentes, então os triângulos são semelhantes.



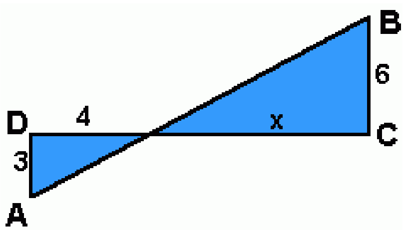
Se A~D e C~F então: ABC~DEF

Dois lados congruentes: Se dois triângulos tem dois lados correspondentes proporcionais e os ângulos formados por esses lados também são congruentes, então os triângulos são semelhantes.

Ex2: Verifique se os triângulos a baixo são semelhantes.

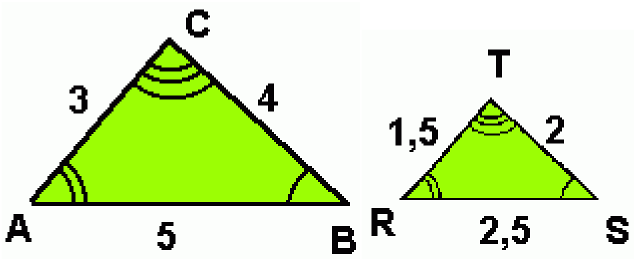


Ex3:Na figura abaixo, encontre o valor de x.



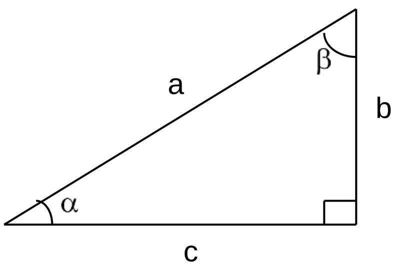
Três lados proporcionais: Se dois triângulos têm os três lados correspondentes proporcionais, então os triângulos são semelhantes.

Ex4: Verifique se os triângulos a baixo são semelhantes.



TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1) Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo:



Hipotenusa: a

Catetos: b e c

1- Em relação ao ângulo agudo α, temos que:

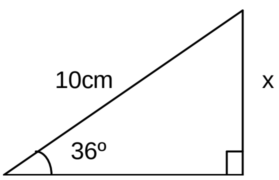
$\text{Sen}\alpha = \dfrac{CO}{H} = \_\_$ $\quad \text{Cos}\alpha = \dfrac{CA}{H} = \_\_$ $\quad \text{Tg}\alpha = \dfrac{CO}{CA} = \_\_$

2- Em relação ao ângulo agudo β, temos que:

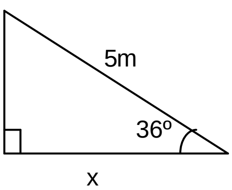
$\text{Sen}\beta = \_\_$ $\quad \text{Cos}\beta = \_\_$ $\quad \text{Tg}\beta = \_\_$

EX_1: Sabendo que sen36º=0,58, cos36º=0,80 e tg36º=0,72, calcule o valor de x em cada figura:

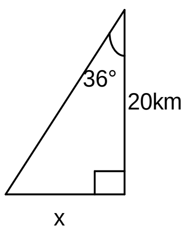
a)



b)



c

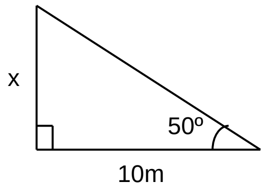


2) Uma Outra Relação Trigonométrica:

Dado um ângulo agudo de medida α, temos que: $Tg\alpha = \dfrac{Sen\alpha}{Cos\alpha}$

Ex$_3$: Dados sen40º=0,64 e cos40º=0,76 determine o valor de tg40º.

Ex$_4$: Dados sen50º=0,76 e cos50º=0,64 determine o valor de x na figura ab



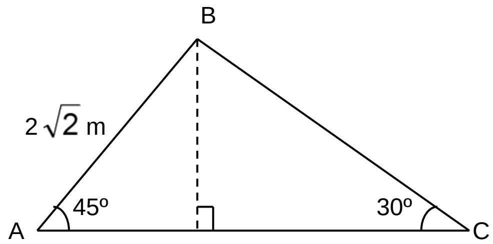
3) Seno, Cosseno e Tangente dos Ângulos Notáveis:(Tabela)

	30º	45º	60º
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Ex$_5$: Calcule o valor de $Y = \dfrac{\cos 60º + (\cos 30º)^2}{(\text{sen}30º)^3 + 2.\text{tg}45º}$

Ex$_6$:(PUC-SP) A partir de um ponto observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30º. Caminhando 24m em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 60º. Desprezando-se a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio.

Ex$_7$:(FGV-SP) Determine a área do triângulo ABC indicado na figura abaixo:

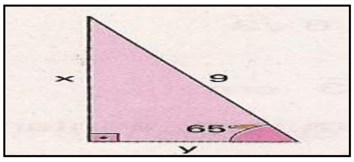


Ex$_8$: (Vunesp) Duas rodovias **A** e **B** se cruzam formando um ângulo de 45º. Um posto de gasolina se encontra na rodovia **A**, a 4 km do cruzamento. Pelo posto passa uma rodovia retilínea **C**, perpendicular à rodovia **B**. A distância do posto de gasolina à rodovia **B**, indo através de **C**, em quilômetros, é:

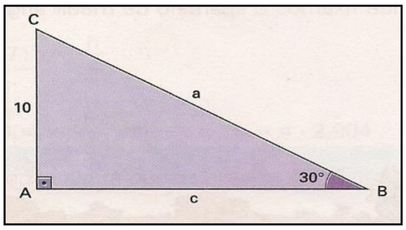
a) $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ c) $\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{2}$

QUESTÕES

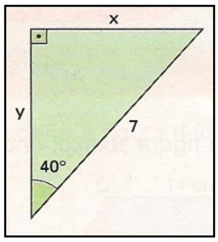
1. No triângulo retângulo determine as medidas **x** e **y** indicadas.
(Use: sen65º = 0,91; cos65º = 0,42 e tg65º = 2,14)



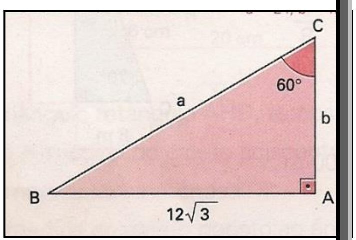
2. Determine no triângulo retângulo ABC as medidas **a** e **c** indicadas.



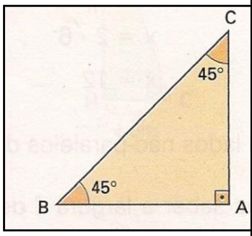
3. Sabendo que sen40º = 0,64; cos40º = 0,77 e tg40º = 0,84 calcule as medidas **x** e **y** indicadas no triângulo retângulo.



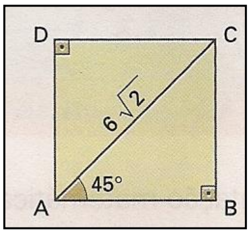
4. Considerando o triângulo retângulo ABC, determine as medidas **a** e **b** indicadas.



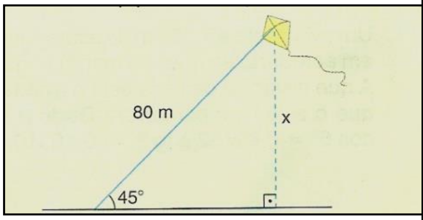
5. Em um triângulo retângulo isósceles, cada cateto mede 30cm. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.



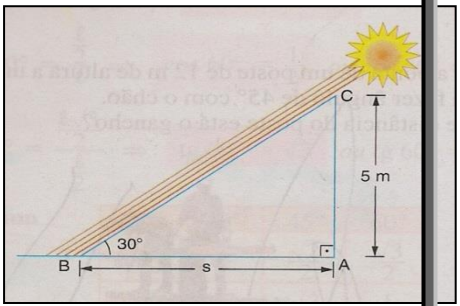
6. A diagonal de um quadrado mede $6\sqrt{2}$ cm, conforme nos mostra a figura.
Nessas condições, qual é o perímetro desse quadrado?



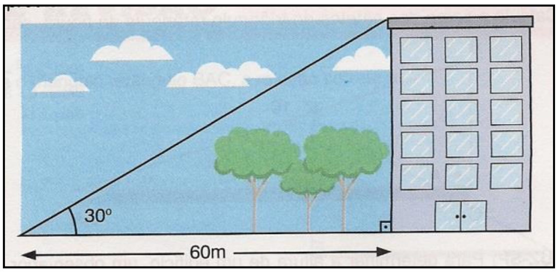
7. Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45º com o solo. O comprimento do fio é 80m. Determine a altura da pipa em relação ao solo. Dado $\sqrt{2}$ = 1,41



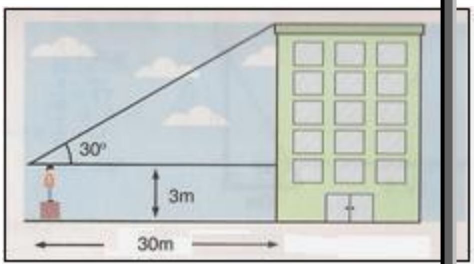
8. Qual é o comprimento da sombra de uma árvore de 5 m de altura quando o sol está 30º acima do horizonte? Dado $\sqrt{3}$ = 1,73



9. Determine a altura do prédio da figura seguinte:



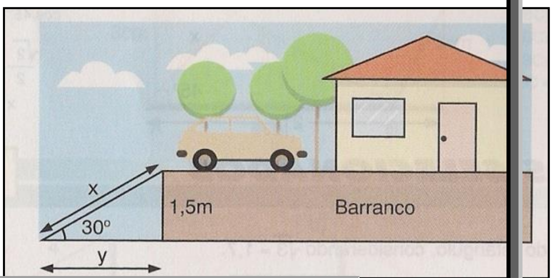
10. Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30º, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal. Dado $\sqrt{3}$ = 1,73



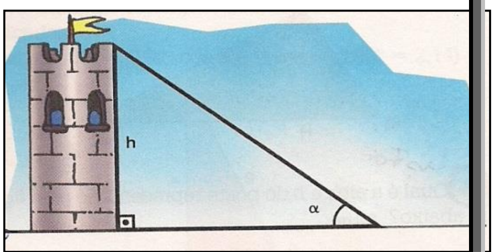
11. Observe a figura e determine:

a) Qual é o comprimento da rampa?

b) Qual é a distância do inicio da rampa ao barranco?



12. A uma distância de 40m, uma torre é vista sob um ângulo α , como mostra a figura. Determine a altura h da torre se α = 30º.



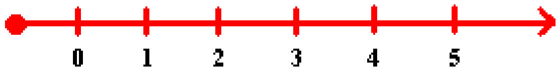
13. Em um triângulo ABC, retângulo em **A**, o ângulo **B** mede 30º e a hipotenusa mede 5cm. Determine as medidas dos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ desse triângulo.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

- **Conjunto dos números naturais (IN)**

IN={0, 1, 2, 3, 4, 5,...}

Um subconjunto importante de IN é o conjunto IN*:
IN*={1, 2, 3, 4, 5,...} → o zero foi excluído do conjunto IN.
Podemos considerar o conjunto dos números naturais ordenados sobre uma reta, como mostra o gráfico abaixo:



- **Conjunto dos números inteiros (Z)**

Z={..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...}

O conjunto IN é subconjunto de Z.
Temos também outros subconjuntos de Z:
Z* = Z-{0}
Z_+ = conjunto dos inteiros não negativos = {0,1,2,3,4,5,...}
Z_ = conjunto dos inteiros não positivos = {0,-1,-2,-3,-4,-5,...}

Observe que Z_+=IN.
Podemos considerar os números inteiros ordenados sobre uma reta, conforme mostra o gráfico abaixo:

Conjunto dos números racionais (Q)

Os números racionais são todos aqueles que podem ser colocados na forma de fração (com o numerador e denominador $\in$ Z). Ou seja, o conjunto dos números racionais é a união do conjunto dos números inteiros com as frações positivas e negativas.

Exemplos:

$$\text{Então: } -2,\ -\frac{5}{4},\ -1,\frac{3}{5},\ 1,\frac{3}{2},\ \text{por exemplo, são números racionais.}$$

Assim, podemos escrever:

$$Q = \{x \mid x = \frac{a}{b}, \text{com } a \in Z, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$$

É interessante considerar a representação decimal de um número racional $\frac{a}{b}$, que se obtém dividindo *a* por *b*.

Exemplos referentes às decimais **exatas** ou **finitas**:

Exemplos referentes às decimais **periódicas** ou infinitas:

$\frac{1}{3} = 0,333...$ $\frac{6}{7} = 0,857142857142...$ $\frac{7}{6} = 1,1666...$

Toda decimal **exata** ou **periódica** pode ser representada na forma de número racional.

- **Conjunto dos números irracionais**

Os **números irracionais** são decimais infinitas não periódicas, ou seja, os números que não podem ser escrito na forma de fração (divisão de dois inteiros). Como exemplo de números irracionais, temos a raiz quadrada de 2 e a raiz quadrada de 3:

Um número irracional bastante conhecido é o número π=3,1415926535...

$$\sqrt{2} = 1,4142135...$$
$$\sqrt{3} = 1,7320508...$$

- **Conjunto dos números reais (IR)**

Dados os conjuntos dos números racionais (**Q**) e dos irracionais, definimos o conjunto dos números reais como:

IR=Q ∪ {irracionais} = {x | x é racional ou x é

O diagrama abaixo mostra a relação entre os conjuntos numéricos:

Portanto, os números *naturais*, *inteiros*, *racionais* e *irracionais* são todos números **reais**. Como subconjuntos importantes de **IR** temos:

IR* = IR-{0}
IR_+ = conjunto dos números reais não negativos
IR_ = conjunto dos números reais não positivos

Obs: entre dois números inteiros existem infinitos números reais. Por exemplo:
1) Entre os números 1 e 2 existem infinitos números reais:
1,01 ; 1,001 ; 1,0001 ; 1,1 ; 1,2 ; 1,5 ; 1,99 ; 1,999 ; 1,9999
2) Entre os números 5 e 6 existem infinitos números reais:
5,01 ; 5,02 ; 5,05 ; 5,1 ; 5,2 ; 5,5 ; 5,99 ; 5,999 ; 5,9999

CONJUNTOS

1. Introdução

Como em qualquer assunto a ser estudado, a Matemática também exige uma linguagem adequada para o seu desenvolvimento. A teoria dos Conjuntos representa instrumento de grande utilidade nos diversos desenvolvimentos da Matemática, bem como em outros ramos das ciências físicas e humanas. Devemos aceitar, inicialmente, a existência de alguns conceitos primitivos (noções que adotamos sem definição) e que estabelecem a linguagem do estudo da teoria dos Conjuntos.

Adotaremos a existência de três conceitos primitivos: elemento, conjunto e pertinência. Assim é preciso entender que, cada um de nós é um elemento do conjunto de moradores desta cidade, ou melhor, cada um de nós é um elemento que pertence ao conjunto de habitantes da cidade, mesmo que não tenhamos definido o que éconjunto, o que é elemento e o que é pertinência.

2. Notação e Representação

A notação dos conjuntos é feita mediante a utilização de uma letra maiúscula do nosso alfabeto e a representação de um conjunto pode ser feita de diversas maneiras, como veremos a seguir.

A. Listagem dos Elementos

Apresentamos um **conjunto** por meio da listagem de seus elementos quando relacionamos todos os elementos que pertencem ao **conjunto** considerado e envolvemos essa lista por um par de chaves. Os elementos de um **conjunto**, quando apresentados na forma de listagem, devem ser separados por vírgula ou por ponto-e-vírgula, caso tenhamos a presença de números decimais.

Exemplos

1º) Seja *A* o **conjunto** das cores da bandeira brasileira, então: *A* = {verde, amarelo, azul, branco}

2º) Seja *B* o **conjunto** das vogais do nosso alfabeto, então: *B* = {a, e, i, o, u}

3º) Seja *C* o **conjunto** dos algarismos do sistema decimal de numeração, então: *C* = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

B. Uma Propriedade de seus elementos

A apresentação de um **conjunto** por meio da listagem de seus elementos traz o inconveniente de não ser uma notação prática para os casos em que o **conjunto** apresenta uma infinidade de elementos. Para estas situações, podemos fazer a apresentação do **conjunto** por meio de uma propriedade que sirva a todos os elementos do**conjunto** e somente a estes elementos.

A = {*x* / *x* possui uma determinada propriedade *P*}

Exemplos

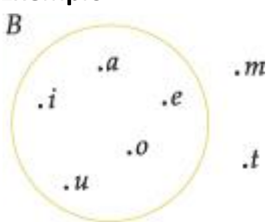
1º) Seja *B* o **conjunto** das vogais do nosso alfabeto, então: *B* = {*x* / *x* é vogal do nosso alfabeto}

2º) Seja *C* o **conjunto** dos algarismos do sistema decimal de numeração, então: *C* = {*x*/*x* é algarismo do sistema decimal de numeração}

C. Diagrama de Euler-Ven

A apresentação de um **conjunto** por meio do diagrama de Euler-Venn é gráfica e, portanto, muito prática. Os elementos são representados por pontos interiores a uma linha fechada não entrelaçada. Dessa forma, os pontos exteriores à linha representam elementos que não pertencem ao **conjunto** considerado.

Exemplo



3. Relação de Pertinência

Quando queremos indicar que um determinado elemento *x* faz parte de um **conjunto** *A*, dizemos que o elemento *x***pertence** ao conjunto *A* e indicamos:

$\boxed{x \in A}$

em que o símbolo $\in$ é uma versão da letra grega epsílon e está consagrado em toda matemática como símbolo indicativo de pertinência. Para indicarmos que um elemento *x* **não pertence** ao conjunto *A*, indicamos:

$\boxed{x \notin A}$

Exemplo

Consideremos o conjunto: *A* = {0, 2, 4, 6, 8}

O algarismo 2 **pertence** ao conjunto *A*:

$\boxed{2 \in A}$

O algarismo 7 **não pertence** ao conjunto *A*:

$\boxed{7 \notin A}$

4. Relação de Inclusão Subconjuntos

Dizemos que o **conjunto** *A* está contido no **conjunto** B se **todo** elemento que pertencer a *A*, pertencer também a *B*. Indicamos que o **conjunto** *A* está contido em *B* por meio da seguinte símbologia:

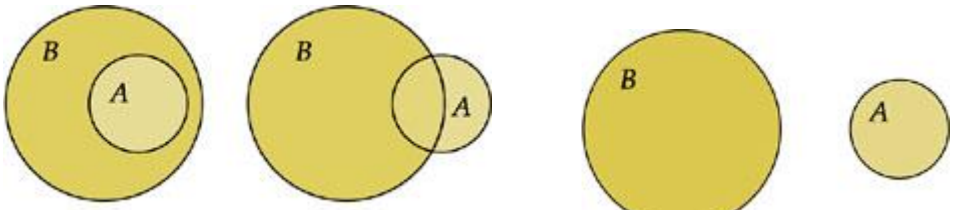
$\boxed{A \subset B}$ (lê-se: *A* contido em *B*)

Obs. – Podemos encontrar em algumas publicações uma outra notação para a relação de inclusão:

$\boxed{B \supset A}$ (lê-se: B contém A)

O **conjunto** *A* não está contido em *B* quando existe pelo menos um elemento de *A* que não pertence a *B*. Indicamos que o **conjunto** *A* não está contido em *B* desta maneira:

$\boxed{A \not\subset B}$ (lê-se: *A* não está contido em *B*)



$A \subset B$ $A \not\subset B$ $A \not\subset B$

Se o conjunto *A* está contido no conjunto *B*, dizemos que *A* é um **subconjunto** de *B*. Como todo elemento do conjunto *A* pertence ao **conjunto** *A*, dizemos que *A* é **subconjunto** de *A* e, por extensão, todo **conjunto** é**subconjunto** dele mesmo.

Importante – A relação de pertinência relaciona um elemento a um **conjunto** e a relação de inclusão refere-se, sempre, a dois **conjuntos**.

Errado: $2 \subset \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Correto: $2 \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \subset \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \in \{0, \{2\}, 4, 6, 8\}$

$\{2\} \not\subset \{0, \{2\}, 4, 6, 8\}$

Podemos notar que existe uma diferença entre 2 e {2}. O primeiro é o elemento 2, e o segundo é o **conjunto**formado pelo elemento 2. Um par de sapatos e uma caixa com um par de sapatos são coisas diferentes e como tal devem ser tratadas.

Podemos notar, também, que, dentro de um conjunto, um outro **conjunto** pode ser tratado como um de seus elementos. Vejamos o exemplo a seguir:

{1, 2} é um conjunto, porém no **conjunto**

A = {1, 3, {1, 2}, 4} ele será considerado um elemento, ou seja, {1, 2} $\in$ A.

Uma cidade é um conjunto de pessoas que representam os moradores da cidade, porém uma cidade é um elemento do **conjunto** de cidades que formam um Estado.

5. Conjuntos Especiais

Embora **conjunto** nos ofereça a idéia de "reunião" de elementos, podemos considerar como **conjunto** agrupamentos formados por um só elemento ou agrupamentos sem elemento algum.

Chamamos de **conjunto unitário** aquele formado por um só elemento.

Exemplos

1º) **Conjunto** dos números primos, pares e positivos: {2}

2º) **Conjunto** dos satélites naturais da Terra: {Lua}

3º) **Conjunto** das raízes da equação $x + 5 = 11$: {6}

Chamamos de **conjunto vazio** aquele formado por nenhum elemento. Obtemos um **conjunto** vazio considerando um**conjunto** formado por elementos que admitem uma propriedade impossível.

Exemplos

1º) **Conjunto** das raízes reais da equação:

$x^2 + 1 = 0$

2º) **Conjunto**: $\{x \,/\, x \neq x\}$

O **conjunto** vazio pode ser apresentado de duas formas: $\varnothing$ ou { } ($\varnothing$ é uma letra de origem norueguesa). Não podemos confundir as duas notações representando o **conjunto** vazio por { $\varnothing$ }, pois estaríamos apresentando um**conjunto** unitário cujo elemento é o $\varnothing$.

O conjunto vazio está contido em qualquer **conjunto** e, por isso, é considerado subconjunto de qualquer **conjunto**, inclusive dele mesmo.

6. Conjunto Universo

Quando desenvolvemos um determinado assunto dentro da matemática, precisamos admitir um **conjunto** ao qual pertencem os elementos que desejamos utilizar. Este **conjunto** é chamado de **conjunto universo** e é representado pela letra maiúscula U.

Uma determinada equação pode ter diversos **conjuntos** solução de acordo com o conjunto universo que for estabelecido.

Exemplos

1º) A equação $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$ apresenta:

$$S = \left\{\frac{1}{2},\ -1,\ 3\right\} \text{ se } U = R$$

$$S = \{-1,\ 3\} \text{ se } U = Z$$

$$S = \{3\} \text{ se } U = N$$

7. Conjunto de Partes

Dado um conjunto *A*, dizemos que o seu conjunto de partes, representado por *P* (*A*), é o **conjunto** formado por todos os subconjuntos do conjunto *A*.

A. Determinação do Conjunto de partes

Vamos observar, com o exemplo a seguir, o procedimento que se deve adotar para a determinação do **conjunto** de partes de um dado **conjunto** *A*. Seja o **conjunto** *A* = {2, 3, 5}. Para obtermos o conjunto de partes do **conjunto** *A*, basta escrevermos todos os seus subconjuntos:

1º) Subconjunto vazio: $\varnothing$, pois o **conjunto** vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

2º) Subconjuntos com um elemento: {2}, {3}, {5}.

3º) Subconjuntos com dois elementos: {2, 3}, {2, 5} e {3, 5}.

4º) Subconjuntos com três elementos:*A* = {2, 3, 5}, pois todo **conjunto** é subconjunto dele mesmo.

Assim, o **conjunto** das partes do **conjunto** *A* pode ser apresentado da seguinte forma: *P*(*A*) = { $\varnothing$, {2}, {3}, {5}, {2, 3}, {2, 5}, {3, 5}, {2, 3, 5}}

B. Número de Elmentos do conjunto de partes

Podemos determinar o número de elementos do **conjunto** de partes de um **conjunto** *A* dado, ou seja, o número de subconjuntos do referido **conjunto**, sem que haja necessidade de escrevermos todos os elementos do conjunto *P*(*A*). Para isso, basta partirmos da idéia de que cada elemento do **conjunto** *A* tem duas opções na formação dos subconjuntos: ou o elemento pertence ao subconjunto ou ele não pertence ao subconjunto e, pelo uso do princípio multiplicativo das regras de contagem, se cada elemento apresenta duas opções, teremos:

$$\boxed{n\,[P(A)] = 2^{n(A)}}$$

Observemos o exemplo anterior: o conjunto *A* = {2, 3, 5} apresenta três elementos e, portanto, é de se supor, pelo uso da relação apresentada, que *n* [*P* (*A*)] = 23 = 8, o que de fato ocorreu.

8. Igualdade de Conjuntos

Dois **conjuntos** são iguais se, e somente se, eles possuírem os mesmos elementos, em qualquer ordem e independentemente do número de vezes que cada elemento se apresenta. Vejamos os exemplos:

{1, 3, 7} = {1, 1, 1, 3, 7, 7, 7, 7} = {7, 3, 1}

Observação

Se o **conjunto** *A* está contido em *B* (*A* ⊂ *B*) e *B* está contido em *A* (*B* ⊂ *A*), podemos afirmar que *A* = *B*.

1. (UnB) Dado o conjunto {a, b, c, d, e, f, g} o número máximo de subconjuntos distintos é:
a) 21 b) 128 c) 64 d) 32 e) 256

2. (FEI) Se n é o número de subconjuntos não-vazios do conjunto formado pelos múltiplos estritamente positivos de 5, menores do que 40, então o valor de n é:
a) 127 b) 125 c) 124 d) 120 e) 110

3. No último clássico Corinthians x Flamengo, realizado em São Paulo, verificou-se que só foram ao estádio paulistas e cariocas e que todos eles eram só corintianos ou só flamenguistas. Verificou-se também que, dos 100.000 torcedores, 85.000 eram corintianos, 84.000 eram paulistas e que apenas 4.000 paulistas torciam para o Flamengo. Pergunta-se:
a) Quantos paulistas corintianos foram ao estádio?
b) Quantos cariocas foram ao estádio?
c) Quantos não-flamenguistas foram ao estádio?
d) Quantos flamenguistas foram ao estádio?
e) Dos paulistas que foram ao estádio, quantos não eram flamenguistas?
f) Dos cariocas que foram ao estádio, quantos eram corintianos?
g) Quantos eram flamenguistas ou cariocas?
h) Quantos eram corintianos ou paulistas?
i) Quantos torcedores eram não-paulistas ou não-flamenguistas?

4. (ESAL) Foi consultado um certo número de pessoas sobre as emissoras de TV que habitualmente assistem. Obteve-se o resultado seguinte: 300 pessoas assistem ao canal A, 270 pessoas assistem o canal B, das quais 150 assistem ambos os canais A e B e 80 assistem outros canais distintos de A e B. O número de pessoas consultadas foi:
a) 800 b) 720 c) 570 d) 500 e) 600

5. (UF - Uberlândia) Num grupo de estudantes, 80% estudam Inglês, 40% estudam Francês e 10% não estudam nenhuma dessas duas línguas. Nesse grupo, a porcentagem de alunos que estudam ambas as línguas é:
a) 25% b) 50% c) 15% d) 33% e) 30%

6. (VUNESP) Uma população utiliza 3 marcas diferentes de detergente: A, B e C. Feita uma pesquisa de mercado colheram-se os resultados tabelados abaixo:

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhuma delas
Número de Consumidores	109	203	162	25	28	41	5	115

Pode-se concluir que o número de pessoas que consomem ao menos duas marcas é:
a) 99 b) 94 c) 90 d) 84 e) 79

7. (UF - Viçosa) Fez-se em uma população, uma pesquisa de mercado sobre o consumo de sabão em pó de três marcas distintas A, B e C. Em relação à população consultada e com o auxílio dos resultados da pesquisa tabelados abaixo:

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhuma delas
Número de Consumidores	109	203	162	25	28	41	5	115

Determine:

a) O número de pessoas consultadas.

b) O número de pessoas que não consomem as marcas A ou C.

c) O número de pessoas que consomem pelo menos duas marcas.

d) A porcentagem de pessoas que consomem as marcas A e B mas não consomem a marca C.

e) A porcentagem de pessoas que consomem apenas a marca C.

---

8. Em uma cidade funcionam duas pequenas escolas de educação profissional. Na Escola A, estudam 175 alunos. Na Escola B, estudam 140 alunos. Sabendo-se que 35 desses alunos estudam tanto na escola A como na escola B, então:

A) O número total de alunos que estudam nessas duas escolas é:

B) Quantos alunos estudam somente na escola A?

C) E quantos estudam somente na B?

---

9. (IFRN) Em uma cidade funcionam duas pequenas escolas de educação profissional. Na Escola A, estudam 175 alunos. Na Escola B, estudam 140 alunos. Sabendo-se que 35 desses alunos estudam tanto na escola A como na escola B, então, o número total de alunos que estudam nessas duas escolas é: (A) 245 (B) 280 (C) 315 (D) 350 (E) 150

INTERVALOS REAIS

I. Sendo a e b dois números reais conhecidos, com a < b, ou seja, quando for informados o limite inferior e o limite superior.

a) O conjunto dos números reais entre **a** e **b** é chamado de **intervalo aberto**. Indicamos por:

$$\{x \in R |\ a < x < b\} =]a;b[$$

b) O conjunto dos números reais entre **a** e **b**, incluindo **a** e **b**, é chamado de **intervalo fechado**. Indicamos por:

$$\{x \in R |\ a \leq x \leq b\} = [a;b]$$

c) O conjunto dos números reais entre **a** e **b**, incluindo **a**, é chamado de **intervalo aberto à direita**. Indicamos por:

$$\{x \in R |\ a \leq x < b\} = [a;b[$$

d) O conjunto dos números reais entre **a** e **b**, incluindo **b**, é chamado de **intervalo aberto à esquerda**. Indicamos por:

$$\{x \in R |\ a < x \leq b\} =]a;b]$$

e) O conjunto dos números reais entre **a** e **b**, incluindo **b**, é chamado de **intervalo aberto à esquerda**. Indicamos por:

$$\{x \in R |\ a < x \leq b\} =]a;b]$$

II. Para indicar o conjunto dos números reais que são maiores que um certo número ou o conjunto dos números reais que são menores que um certo número real, usamos os símbolos de infinito: $-\infty$ ou $+\infty$.

a) Conjunto dos números reais **maiores** que **a** indicamos por:

{x ∈ R| x > a } =]a; $+\infty$ [

b) Conjunto dos números reais **maiores ou iguais a** indicamos por:

{x ∈ R| x ≥ a } = [a; $+\infty$ [

c) Conjunto dos números reais **menores** que **a** indicamos por:

{x ∈ R| x < a } =] $-\infty$;a[

d) Conjunto dos números reais **menores ou iguais a** a indicamos por:

{ x ∈ R| x ≤ a} =] $-\infty$;a]

Observações:

- A notação com colchetes é usada somente para números reais.
- Todos os intervalos possuem infinitos números.
- Na representação com colchetes, os extremos onde houver infinito sempre será aberto.

1. Descreva, conforme a notação da teoria dos conjuntos, os seguintes intervalos: A [-1, 3], B [0, 2 [, C] -3, 4[, D]-∞, 5[e E[1, +∞[

2. Utilizando a representação gráfica dos intervalos sobre a reta real, determinar AinterB e AUB sendo A = [0, 3] e B = [1, 4].

3. Descreva os seguintes conjuntos:

a) $[0,2] \cap [1,3]$ b) $[0,2] \cap]1,3[$ c) $]-1,2/5[\cap]0,\ 4/3[$ d) $]-\infty,2] \cap [0,+\infty[$ e)$[1,2] \cap [0,3] \cap [-1,4]$

4. Dados os conjuntos A = [1, 3[e B =]2, 9], os conjuntos (A ∪ B), (A ∩ B) e (A – B) são, respectivamente:

a) [1, 9],]2, 3[, [1, 2] b)]1, 9],]2, 3[,]1, 2] c)]1, 9[,]2, 3[,]1, 2]

d) [1, 9],]2, 3], [1, 2] e) [1, 9], [2, 3], [1, 2]

5. Se designarmos por [3; 4] o intervalo fechado, em IR, de extremidades 3 e 4, é correto escrever:

a) {3, 4} = [3; 4] b) {3, 4} ∈ [3; 4] c) {3, 4} ⊂ [3; 4] d) {3, 4} ∪ [3; 4] = IR

6. Dados os conjuntos: A = {x ∈ IR; –1 < x ≤ 2}, B= { x ∈ IR; –2 ≤ x ≤ 4}, C = {x ∈ IR; –5 < x < 0}. Assinale dentre as afirmações abaixo a correta:

a) (A ∩ B) ∪ C = {x ∈ IR; –2 ≤ x ≤ 2} b) C – B = {x ∈ IR; –5 < x < –2}

c) A – (B ∩ C) = {x ∈ IR; –1 ≤ x ≤ 0 d) A ∪ B ∪ C = {x ∈ IR; –5 < x ≤ 2}

e) nenhuma das respostas anteriores

7. Sendo A = {x ∈ IR; –1 < x ≤ 3} e B = {x ∈ IR; 2 < x ≤ 5}, então:

a) $A \cap B = \{x \in IR; 2 \leq x \leq 3\}$ b) $A \cup B = \{x \in IR; -1 < x \leq 5\}$ c) $A - B = \{x \in IR; -1 < x < 2\}$

d) $B - A = \{x \in IR;\ 3 \leq x \leq 5\}$ e) $C_A B = \{x \in IR;\ -1 \leq x < 2\}$

---

8. Se $A = \{x \in IR; -1 < x < 2\}$ e $B = \{x \in IR; 0 \leq x < 3\}$, o conjunto $A \cap B$ é o intervalo:

a) [0; 2[b)]0; 2[c) [−1; 3] d)]−1; 3[e)]−1; 3]

---

9. Sejam os intervalos reais $A = \{x \in IR; 3 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x \in IR; -1 < x < 5\}$ e $C = \{x \in IR; 0 \leq x \leq 7\}$.

É correto afirmar que:

a) $(A \cap C) - B = A \cap B$ b) $(A \cap C) - B = C - B$ c) $(A \cup B) \cap C = B$

d) $(A \cap B) \cap C = A$ e) $A \cup B \cup C = A \cap C$

---

10. A diferença A − B, sendo $A = \{x \in IR; -4 \leq x \leq 3\}$ e $B = \{x \in IR; -2 \leq x < 5\}$ é igual a:

a) $\{x \in IR; -4 \leq x < -2\}$ b) $\{x \in IR; -4 \leq x \leq -2\}$ c) $\{x \in IR;\ 3 < x < 5\}$

d) $\{x \in IR;\ 3 \leq x \leq 5\}$ e) $\{x \in IR; -2 \leq x < 5\}$

---

11. Para o intervalo A = [−2, 5], o conjunto $A \cap IN^*$ é igual a:

a) {−2,−1, 1, 2, 3, 4, 5} b) {1, 2, 3, 4, 5} c) {1, 5} d) {0, 1, 2, 3, 4, 5}

e)]1, 5]

---

12. Sejam a, b e c números reais, com $a < b < c$. O conjunto ( ]a, c[−]b, c[ ) é igual ao conjunto:

a) $\{x \in IR;\ a < x < b\}$ b) $\{x \in IR;\ a < x \leq b\}$ c) $\{x \in IR;\ a < x \leq c\}$

d) $\{x \in IR;\ b \leq x < c\}$ e) $\{x \in IR;\ b < x \leq c\}$

RELAÇÃO E FUNÇÃO

PAR ORDENADO: Seqüência de dois números onde a ordem torna os pares diferentes, isto é:

$$\boxed{(a,b)=(c,d) \Leftrightarrow a=c \text{ e } b=d}$$

Ex$_1$: Determine x e y de modo que:

a) (2x+4, y-5)=(4x+1, 3y+2) b) (x+2y, 17)=(6, x+y)

SISTEMA CARTESIANO ORTOGONAL: ox-Eixo das abscissas , oy-Eixo das ordenadas

---

Ex$_2$: Represente os pontos abaixo num sistema cartesiano ortogonal:

A(-2,1) , B(1,3) , C(-2,-4) , D(3,-2) , E(0,2) , F(-3,0)

PRODUTO CARTESIANO: Sejam A e B dois conjuntos não vazios, temos que:

→ **$A \times B = \{(x,y) / x \in A$ e $y \in B\}$** →**$B \times A = \{(x,y) / x \in B$ e $y \in A\}$**

Ex_3: Dados $A=\{-1,0,1\}$ e $B=\{1,2\}$, calcule:

a) AxB b) BxA

REPRESENTAÇÃO: a) Diagramas de flechas b) Plano Cartesiano

***OBS:* $n(A \times B)=n(A).n(B)$**

Ex_4: Determine x, sabendo que $n(A)=x$, $n(B)=x+2$ e $n(A \times B)=15$.

RELAÇÃO: Dados A e B dois conjuntos não vazios, denominamos relação de A em B todo subconjunto de AxB.

R é relação de A em B $\Leftrightarrow R \subset A \times B$

Ex_5: Dados $A=\{0,2,4\}$ e $B=\{1,3\}$, determine as relações de A em B abaixo:

a) $R_1=\{(x,y) \in A \times B / x>y\}$ b) $R_2=\{(x,y) \in A \times B / y=2x\}$

c) $R_3=\{(x,y) \in A \times B / y=x+1\}$ d) $R_4=\{(x,y) \in A \times B / x+y=3\}$

FUNÇÃO: Se A e B são conjuntos não vazios, dizemos que uma relação de A em B é **Função de A em B** se, e somente se, a todo elemento x do conjunto A estiver associado um, e somente um, elemento y do conjunto B. Indicamos por:

$f: A \rightarrow B$ definida pela lei $y=f(x)$

Ex_6: Dados $A=\{0,1,2\}$ e $B=\{0,1,2,3,4,5\}$ determine se a relação $R_1=\{(x,y) \in A \times B / y=x+1\}$ é ou não é uma função de A em B. Em caso afirmativo determine:

a) Representação b) Domínio:D(f) c)Contradomínio:CD(f) d)Imagem:Im(f)

Ex_7: Dados os conjuntos $A=\{-3,-1,0,2\}$ e $B=\{-1,0,1,2,3,4\}$ determine se a relação $R_2=\{(x,y) \in A \times B / f(x)=x+2\}$ é ou não é uma função.

VALOR NUMÉRICO DE UMA FUNÇÃO: Denominamos valor numérico de uma função f(x) ao valor y que a função assume, quando se atribui um determinado valor à variável x.

Ex_8: Dada a função $f(x)=x^2+2x-10$, determine:

a) f(-3) b) x, tal que f(x)=5.

Ex_9: As funções f e g são dadas por $f(x)=3x-5$ e $g(x)=4x+p$. Determine o valor de p sabendo que $f(2)+g(2)=15$.

Ex_{10}: Seja $f: \Re \rightarrow \Re$ uma função tal que $f(x)=x^2+bx+c$. Sabendo que $f(1)=3$ e $f(2)=11$, determine f(-2).

FUNÇÃO PAR E FUNÇÃO ÍMPAR:

i)FUNÇÃO PAR: Uma função f é par se $f(-x)=f(x)$, para todo $x \in D(f)$.

Ex_{11}: Verifique se a função $f(x)=x^2+1$ é par.

ii) FUNÇÃO ÍMPAR: Uma função f é ímpar se $f(-x)=-f(x)$, para todo $x \in D(f)$.

Ex$_{12}$: Verifique se a função $f(x)=3x$ é ímpar.

FUNÇÃO CRESCENTE E FUNÇÃO DECRESCENTE:

i)FUNÇÃO CRESCENTE: Para $x_2>x_1$ tem-se $f(x_2)>f(x_1)$, para todo $x_1, x_2 \in D(f)$.

Ex$_{13}$: Verifique se a função $f(x)=x+5$ é crescente.

ii)FUNÇÃO DECRESCENTE: Para $x_2>x_1$ tem-se $f(x_2)<f(x_1)$, para todo $x_1, x_2 \in D(f)$.

Ex$_{14}$: Verifique se a função $f(x)=-x+4$ é decrescente.

09) FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA:

i)INJETORA: Uma função $f:A \to B$ é injetora se, e somente se, para elementos distintos de A correspondem elementos distintos de B, isto é: **Se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ para todo $x_1, x_2 \in D(f)$.**

Ex$_{15}$: Dados $A=\{-1,0\}$ e $B=\{1,2,3\}$, verifique se a função $f:A \to B$, definida por $f(x)=x+2$ é injetora.

ii)SOBREJETORA: Uma função $f:A \to B$ é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B, existe um elemento x pertencente a A tal que $f(x)=y$, isto é: **Im(f)=CD(f)**

Ex$_{16}$: Verifique se a função $f:A \to B$ sendo $A=\{-1,0,1,2\}$ e $B=\{1,2,5\}$ definida pela lei $f(x)=x^2+1$ é sobrejetora.

iii)BIJETORA: Uma função $f:A \to B$ é bijetora se, e somente se, **f é injetora e sobrejetora.**

Ex$_{17}$: Verificar se é bijetora a função $f:A \to B$ sendo $A=\{2,3,4\}$ e $B=\{0,5,12\}$, definida pela lei
$f(x)=x^2-4$.

DETERMINAÇÃO DO DOMÍNIO DE UMA FUNÇÃO: Quando o domínio de uma função f não está indicado, devemos considerar como domínio de f o conjunto dos valores de x, para os quais sejam possíveis as operações indicadas.

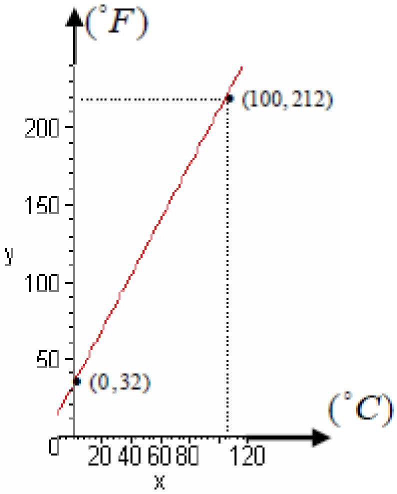
$\rightarrow$ Devemos considerar como conjunto universo $\Re$.

Ex$_{18}$: Determine o domínio das funções abaixo:

a) $f(x)=2x+9$ b) $f(x)=\dfrac{7}{x-4}$ c) $y=\sqrt{x+3}$

d) $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-6}}+\sqrt{-2x+14}$

1. O gráfico abaixo expressa a temperatura em graus Fahrenheit em função da temperatura em graus Celsius.

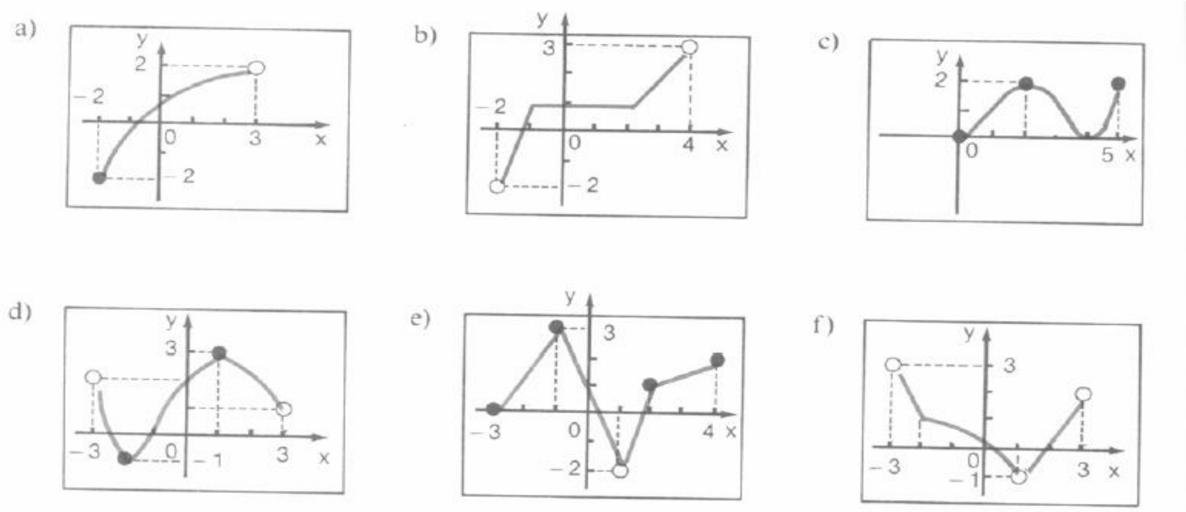


a) Encontre a equação que expressa os graus Fahrenheit em função dos graus Celsius;
b) Determine o valor aproximado da temperatura na escala Celsius correspondente a zero graus Fahrenheit.

2) Dada a função f(x) = 3x + 5, determine $\frac{f(-3)+f(0)}{-4}$.

3) Considere f: IR → IR dada por *f(x) = 3x – 2* e determine o número real *x* de modo que f*(x) = 0*.

4) Os esboços seguintes representam funções; observando-os, determine o domínio e o conjunto imagem de cada uma das funções.



6. Dadas as funções *f e g* definidas por :

$$f(x)=\begin{cases}|x+2| \ , \ se \ x<-1 \\ x^2-4 \ , \ se \ -1\le x\le 2 \\ 2x-1 \ , \ se \ x>2\end{cases} \quad , \quad g(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} \ , \ se \ x\le 0 \\ x^3-1 \ , \ se \ x>0\end{cases}$$, pede-se:

a) $f(2)+f(-1)$; **b)** $f(f(-5))$; **c)** $\dfrac{f(3/2)}{g(-4)}$;

d) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(3) \ -g(2)$; **e)** $(f\cdot g)(-2)$; **f)** $f(g(1))$;

7. Determine e representa graficamente o domínio das seguintes funções, considerando *x* como variável real de entrada.

a) $y=\sqrt{3-x}$ **b)** $f(x)=\dfrac{5x}{\sqrt[3]{x^2-2}}$ **c)** $y(x)=\sqrt{6+x-x^2}$

d) $z=\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x-2}}$ **e)** $f(x)=\sqrt{|2x-1|-4}$ **f)** $y=\dfrac{1}{x+7}$

8. Determine o domínio das seguintes funções reais:

a) $f(x)=\dfrac{x}{x-3}$ **e)** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$

b) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-7}$ **f)** $f(x)=\sqrt{-x^2+7x+44}-\dfrac{1}{x+1}$

9. Classifique as funções abaixo em pares, ímpares ou sem paridade:
a) $f(x)=2x$ b) $f(x)=x^2-1$c) $f(x)=x^2-5x+6$ d) $f(x) = 2x^2 + 10x$

FUNÇÃO DO 10 GRAU OU FUNÇÃO AFIM

DEFINIÇÃO: Sejam $a,b\in\Re$ e $a\neq 0$. Dizemos que uma função $f:\Re\rightarrow\Re$ é do 1º grau ou função afim quando está definida por: **Y=f(x)=ax+b**

Exemplos: $f(x)=3x+2$; $f(x)=8x$; $Y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{2}$ **OBS:** I) Quando a=1 e b=0 $\Rightarrow$ f(x)=x **(Função Identidade)** II) Quando b=0 $\Rightarrow$ f(x)=ax **(Função Linear)** EX: f(x)=3x ; f(x)=-7x III) Quando a=0 $\Rightarrow$ f(x)=b **(Função Constante)** EX: f(x)=5 ; Y=-3

Ex_1:(consulplan – PM congonhas) Seja f(x) = ax + b uma função afim. Sabendo que f(-1) = 4 e f(2) = 7, o valor de f(8) é:
a) 0 b) 3 c)13 d) 23 e)33

Ex_2:(conculplan-PM Mossoró) Seja f uma função do 1º grau tal que f(2) = 2 + f(0) e f(-6) = 3 – f(3). Então f(4) é:
a) 5 b) 7 c) 9 d) 11 e) 13

Ex_3:(Unicamp-SP) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa,

denominada *bandeirada*, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,86:
a)Expresse o valor P a ser pago em função da distância x (em quilômetros) percorrida.
b)Calcule o preço de uma corrida de 11 Km.
c)Calcule a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,50 pela corrida.

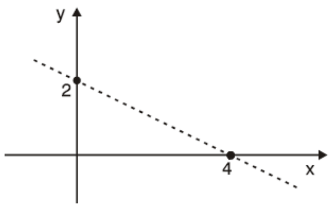
<u>GRÁFICO</u>: O gráfico de uma função afim f(x)=ax+b é uma reta, não paralela ao eixo dos y. Para construirmos o gráfico, basta que determinemos dois pontos da reta.

Ex_4:Construa, num sistema cartesiano ortogonal, o gráfico das funções:
a) f(x)=2x+4 b) f(x)=-3x+2

OBS:

- Se a>0 $\Rightarrow$ f(x)=ax+b é **CRESCENTE.**
- Se a<0 $\Rightarrow$ f(x)=ax+b é **DECRESCENTE.**

Ex_5: Assinale a alternativa que corresponde a função de acordo com o gráfico



a) f(x) = −x+2 b) f(x) = −x/2 + 1
c) f(x) = −x/2 + 2 d) f(x) = 4x e) f(x) = −x

<u>RAIZ OU ZERO DA FUNÇÃO AFIM</u>: Dada a função f(x)=ax+b, dizemos que x_0 é uma raiz (ou zero) da função se, e somente se, $f(x_0)=0$.

Ex_6:Determine o zero da função: f(x)=-7x+14

<u>ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO AFIM</u>: Estudar o sinal da função f(x)=ax+b é determinar para que valores de x temos: **f(x)<0, f(x)=0 e f(x)>0.**

Ex_7:Estudar o sinal das funções:
a) f(x)=2x+7 b) Y=-5x+15 c) f(x) = 2x – 28 d) y = - 4x + 18

<u>INEQUAÇÕES DO 1º GRAU</u>:

- ✓ **INEQUAÇÕES SIMPLES:**

Ex_8:Resolva a inequação: $-4(2x+3) \leq 2+2(x+1)$

Ex_9:(UF-SE) Na fabricação de um lote de peças de certo produto, o custo total é igual à soma de um valor fixo de R$ 400,00 com o custo de produção unitário de R$ 0,50. Se o preço unitário de venda dessas peças for de R$ 0,85, qual é o número mínimo de peças que devem ser fabricadas e vendidas para que se comece a ter lucro?

- ✓ **INEQUAÇÕES SIMULTÂNEAS:**

Uma desigualdade do tipo f(x) ≤ g(x) ≤ h(x), pode ser resolvida quando decomposta em duas inequações: $\begin{cases} f(x) \le g(x) \\ g(x) \le h(x) \end{cases}$

Ex$_{10}$:(FCMSC-SP) Dadas as funções reais, definidas por f(x)=x-6, g(x)=2x-5 e h(x)=-3x, tem-se f(x) ≤ g(x) ≤ h(x) se e somente se:

a) $-1 \le x \le 1$ b) $-\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}$ c) $-1 < x < \frac{1}{2}$ d) $x \le -1$ ou $x \ge \frac{1}{2}$ e) $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{2}$

Ex$_{11}$:(FEI-SP) Resolva o sistema de inequações: $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x-2}{5} < 2 \\ \frac{3(x-6)}{4} > 0 \end{cases}$

- ✓ **INEQUAÇÕES – PRODUTO:**

Dadas duas funções f(x) e g(x), chama-se inequação-produto toda inequação do tipo: f(x).g(x)≤0, f(x).g(x)<0, f(x).g(x)≥0 ou f(x).g(x)>0.

Ex$_{12}$:(UF-SE) Quantos números inteiros são soluções da inequação (2x-9).(x+1) ≤ 0?

a)nenhum b)dois c)quatro d)seis e)infinitos

- ✓ **INEQUAÇÕES – QUOCIENTE:**

Dadas duas funções f(x) e g(x), chama-se inequação-quociente toda inequação do tipo: $\frac{f(x)}{g(x)} \le 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$ ou $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$.

Ex$_{13}$:(PUC-MG) Resolva a inequação: $\frac{x+3}{x-2} \ge 0$

Ex$_{14}$:(Fatec-SP) Determine o domínio da função: $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x-2}}$

---

1. Dada à função do 1º grau F(x) = (1 - 5x). Determinar:

a. F(0) b. F(-1) c. F(1/5) d. F(-1/5)

---

2. Considere a Função do 1º Grau f(x) = -3x + 2. Determine os valores de x para que se tenha:

a. f(x) = 0 b. f(x) = 11 c. f(x) = -1/2

3. Dada a função F(x) = (ax + 2), determine o valor de a para que se tenha F(4) = 22

4. Dada a função F(x) = ax + b e sabendo-se que F(3) = 5 e F(-2) = -5 calcule F(1/2)

5. Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês.
a. Expressar a função que representa seu salário mensal.
b. Calcular o salário do vendedor durante um mês, sabendo-se que vendeu R$10.000,00 em produtos.

6. Representar graficamente as retas dadas por:
a. y = 2x – 4, b. y = 6, c. y = 10 – 2x, d. y = 6 + 2x

7. Determinar o coeficiente angular, coeficiente linear e a equação da reta esboçando o gráfico dos seguintes pontos.

a.	(2,-3)	(-4,3)
b.	(5, 2)	(-2,-3)
c.	(-1,4)	(-6, 4)
d.	(3, 1)	(-5, 4)
e.	(-3, 0)	(4, 0)
f.	(3, -5)	(1, -2)
g.	(1, 3)	(2, -2)
h.	(0, 0)	(2, 4)
i.	(0, 3)	(8, 3)

8. Escrever a equação da reta que contém o ponto *P* e tem a declividade *a*.
a. P = (0, 0) a = 3 b. P = (3, 5) a = 0,5 c. P = (0, 5) a = -0,2 d. P = (0, 20) a = 2 e. P = (8, 8) a = -1

9.Um fabricante usa como política de vendas, colocar seu produto ao início de janeiro ao preço p e aumentar mensalmente esse preço de 3,00. Em 1 de setembro esse preço passou a R$ 54,00. Nestas condições determinar:
a. O preço inicial em janeiro b. Qual será o preço em dezembro
c. Esboçar o gráfico da função que rege o preço do produto

10. Esboce o gráfico das seguintes funções:
a. f(x) = 2x + 5 b. f(x) = 2x – 1 c. f(x) = 3 d. f(x) = 3x + 1 e. f(x) = -1/2x – 4 f. f(x) = -2x + 3 g. f(x) = ¼
h. f(x) = 9x + 3 i. f(x) = -1/2x -1 j. f(x) = 5 k. f(x) = 14 l. f(x) = -1/4x + 3 m. f(x) = 6x – 4

11. A cetesb detectou uma certa companhia jogando ácido sulfúrico no Rio Tiete, multou-a em R$ 125.000,00, mais R$ 1.000,00 por dia até que a companhia se ajustasse às normas legais que regulamentam os índices de poluição. Expresse o total de multa como função em numero de dias em que a companhia continuou violando as normas.

12. Em algumas cidades você pode alugar um carro R$ 154 por dia mais um adicional de R$16,00 por km. Determine a função por um dia e esboce no gráfico. Calcule o preço para se alugar por um dia e dirigi-lo por 200 km.

13. Uma companhia de gás irá pagar para um proprietário de terra $ 15.000,00 pelo direito de perfurar a terra para encontrar gás natural, e R$ 0,3 para cada mil pés cúbicos de gás extraído. Expresse o total que o proprietário irá receber com função da quantidade de gás extraído. Esboçar o gráfico.

---

14. Em 1998, um paciente pagou R$ 300,00 por um dia em um quarto de hospital semiprivativo e R$ 1.500,00 por uma operação de apêndice. Expresse o total pago pela cirurgia como função do número de dias em que o paciente ficou internado.

---

15. O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 5,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,90, calcule:
a. o preço de uma corrida de 10 km.
b. a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 19,00 pela corrida.

---

16. As funções consumo e poupança de um operário de renda variável y são, respectivamente,
$C = 100 + 0{,}6y$ e $S = 0{,}4y - 100$.
a. Qual o seu consumo e sua poupança se ele ganhar R$ 480,00?
b. Qual o seu consumo se sua renda for nula? Como você explica a existência de consumo com uma renda nula?
c. Qual a sua poupança se sua renda for nula? Como você explica a existência de poupança negativa?

---

17. Na revelação de um filme, uma óptica calcula o preço a ser cobrado usando a fórmula $P = 12{,}00 + 0{,}65n$, onde P é o preço,em reais, a ser cobrado e n o número de fotos reveladas do filme.
a. Quanto pagarei se forem reveladas 22 fotos do meu filme?
b. Se paguei a quantia de R$ 33,45 pela revelação, qual o total de fotos reveladas?

---

18. O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R$ 3,44 e cada quilômetro rodado custa R$ 0,86, calcule:
a. o preço de uma corrida de 11 km;
b. a distância percorrida por um passageiro que pagou R$ 21,50 pela corrida.

---

19. Resolva as inequações produto:

a) $(x + 3)(x - 2) > 0$
b) $(3x + 3)(5x - 3) > 0$
c) $(4 - 2x)(5 + 2x) < 0$
d) $(3x + 2)(-3x + 4)(x - 6) < 0$
e) $(6x - 1)(2x + 7) \leq 0$
f) $(x - 3)(x + 1) \leq 0$
g) $(5x + 2)(2 - x)(4x + 3) \geq 0$
h) $(1 - x)(x - 1) \geq 0$

---

20. Quantos e quais *números inteiros* satisfazem a desigualdade:
$(2x - 1)(-x + 3) > 0$?

---

21. Resolva as inequações quociente:

a) $\frac{2x+1}{x+2} > 0$ b) $\frac{x+1}{x-1} < 0$ c) $\frac{2x-3}{x+2} \leq 0$ d) $\frac{4x-8}{2-6x} \geq 0$ e) $\frac{3x-2}{1-x} \leq -3$ f) $\frac{x+2}{1-x} \geq 2$

22. Dê o conjunto solução das inequações a seguir:

a) $\frac{(1-2x)(3+4x)}{(4-x)} > 0$ b) $\frac{1}{x-1} < \frac{2}{x-2}$ c) $\frac{2x-7}{3x-5} \geq 3$ d) $\frac{3x-1}{x-2} \leq 3$ e) $\frac{(x-1)(x-2)}{(x+3)(x+4)} \leq 0$

23. Sendo U = R, resolva as seguintes inequações:

a) $-2 < 3x - 1 < 4$

b) $2 - x \leq 3x + 2 < 4x + 1$

c) $-4 < 4 - 2x \leq 3$

d) $\frac{x+1}{2} \leq 5 + x \leq \frac{2x-1}{4}$

24. Resolva , em R, os seguintes sistemas de inequações:

a) $\begin{cases} 3 - 2x \leq 1 \\ 3x - 1 \leq 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x-2}{5} < 2 \\ \frac{3(x-6)}{4} > 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 4 \leq 2x - 1 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$

FUNÇÃO DO 2º GRAU OU QUADRÁTICA

INTRODUÇÃO:

Um campeonato de futebol vai ser disputado por x clubes pelo sistema em que todos jogam contra todos em dois jogos. Qual a expressão representa o número de jogos realizados?

DEFINIÇÃO:

Sejam a,b e c$\in\Re$ e a$\neq$0. Dizemos que uma função f: $\Re\rightarrow\Re$ é do 2º grau ou função quadrática quando está definida por: $Y = f(x) = ax^2 + bx + c$

Exemplos: $f(x)=4x^2-7x+3$; $g(x)=x^2-8$; $y=-5x^2$

Ex$_1$: (UFPE) O custo C, em reais, para se produzir n unidades de determinado produto é dado por $C = n^2 - 100n + 2510$. Determine o custo para se produzir 10 unidade

Ex$_2$: A soma S dos n primeiros números naturais diferentes de zero $(1+2+3+4+...+n)$ pode ser calculada utilizando a função quadrática $S(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$.

a) Qual a soma dos 50 primeiros números naturais diferentes de zero?
b) Qual o valor de n para que tal soma seja igual a 703?

RAIZ OU ZERO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA:
São os valores de x que anulam a função, isto é, y=f(x)=0.

Ex3: As raízes da função $f(x) = x^2 + ax + b$ são 4 e -8. Calcule os valores de a e b

Observe que:
a) Se $\Delta>0$, temos que f(x) possui dois zeros reais e distintos.
b) Se $\Delta=0$, temos que f(x) possui dois zeros reais e iguais.
c) Se $\Delta<0$, temos que f(x) não possui zeros reais.

Ex4: Para que valores de p a função $f(x) = 2x^2 + x + (p-1)$ não admita zeros reais?

GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA:
A função quadrática é representada graficamente por uma curva chamada de PARÁBOLA.
a) Se $a>0 \rightarrow$ a concavidade da parábola está voltada para cima.
b) Se $a<0 \rightarrow$ a concavidade da parábola está voltada para baixo.

Ex5: Achar os pontos de interseção do gráfico de $f(x) = x^2 - 4x + 3$ com os eixos coordenados. Faça um esboço do gráfico.

COORDENADAS DO VÉRTICE DA PARÁBOLA:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a} \text{ e } y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Ex6: (Faap-SP) O vértice da parábola determinada pela função $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ é:
a) V(-3,16) b) V(3,-16) c) V(3,16) d) V(-3,-16)

VALOR MÁXIMO E VALOR MÍNIMO:
a) Se $a > 0 \Rightarrow y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ é o **valor mínimo** de f(x) b) Se $a < 0 \Rightarrow y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ é o **valor máximo** de f(x)

Ex7: Determine o valor máximo ou mínimo das funções:
a) $f(x) = x^2 - 5x - 14$ b) $y = -5x^2 + 2x - 1$

Ex8: (UFSCar-SP) Uma bola, ao ser chutada num tiro de meta por um goleiro, numa partida de futebol, teve sua trajetória descrita pela equação $h(t) = -2t^2 + 8t$ com $t \geq 0$, em que t é o tempo medido em segundos e h(t) é a altura em metros da bola no instante t. Determine, após o chute:
a) o instante em que a bola retornará ao solo;
b) O instante em que a bola atinge a altura máxima;
c) a altura máxima atingida pela bola.

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO QUADRÁTICA:

Estudar o sinal da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ significa determinar os valores de x para os quais $f(x) > 0$, $f(x) = 0$ e $f(x) < 0$.

Ex9: Estudar o sinal das funções:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 15$ b) $y = x^2 + 6x + 9$ c) $y = -2x^2 + 3x - 4$

INEQUAÇÕES DO 2º GRAU:

- INEQUAÇÕES SIMPLES:

Ex10: Resolver a inequação $6x^2 - 5x + 1 \le 0$

Ex11: :(Unifor-CE) Se o número real m é solução do sistema $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 < 0 \\ x^2 - 1 \ge 0 \end{cases}$

então é verdade que:

a) $m > 5$ b) $2 < m < 5$ c) $1 \le m < 2$ d) $-1 \le m \le 1$ e) $m \le -1$

- INEQUAÇÃO–PRODUTO:

f(x).g(x)≥0, f(x).g(x)>0, f(x).g(x)≤0 ou f(x).g(x)<0.

Ex12: (Faap-SP) Resolva a inequação: $(x^2 - 8x + 7)(x^2 - 13x + 30) \le 0$

Ex13: Resolver a inequação $(2x^2 - 5x)(2 + x - x^2) < 0$.

- INEQUAÇÃO – QUOCIENTE:

$\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \le 0$ ou $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

Ex14:(UFSE) Determine os valores de x que satisfaz a inequação: $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4x} \le 0$

Ex15: Resolver a inequação $\frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 6x + 9} \ge 0.$

QUESTÕES

1. Seja a função f(x) = $3x^2 - bx + c$, em que f(2) = 10 e f(-1) = 3. Calcule b, c e o valor da expressão f(3) + 2.f(1).

2. Em cada função quadrática dada a seguir, calcule o valor dos coeficientes desconhecidos:
a) $y = x^2 – bx + 7$, sendo $y = -1$ quando $x = 1$.
b) $y = -2x^2 – bx + c$, sendo $y = -4$ quando $x = 1$ e $b + c = 4$.

---

3. Esboce o gráfico das funções abaixo:
a) $x^2 – 13x + 42 = 0$ b) $-2x^2 – 5x + 6 = 0$ c) $3x^2 + x – 14 = 0$ d) $5x^2 – 3x – 2 = 0$
e) $12 – 2x^2 = 8x + 2$ f) $2x (5 – x) = x^2 + 3$ g) $5x^2 – 2x + 1 = 0$ h) $(x – 1)(3x + 2) = 0$

---

4. Sendo 15 e 7, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação $3x^2 + bx – c= 0$. O valor de $b – c$ é:
(A) –68 (B) –45 (C) –24 (D) –16

---

5. Se a equação $3x^2 – 6x + (2k – 1) = 0$ tem duas raízes reais e diferentes, então:
(A) $k<2$ (B) $k=0$ (C) $k>2$ (D) $k \notin \Re$

---

6. (PUC-SP) A função quadrática $y = (m^2 – 4)x^2 – (m + 2)x – 1$ está definida quando:
(A) $m = 4$ (B) $m \neq 4$ (C) $m \neq \pm 2$ (D) $m = \pm 2$

---

7. (UFPR) A parábola da equação $y = ax^2+bx+c$ passa pelo ponto (1,0). Então $a + b + c$ é igual a:
(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) nda.

---

8. (FCC-SP) Se a função f, de R em R, é definida por $f(x) = 3x^2 – 7$, então, $(f(\sqrt[6]{8} + f(\sqrt{3})$ é um número:
(A) inteiro negativo (B) irracional negativo (C) positivo e menor que ¾ (D) natural (E) irracional positivol

---

9. (FCC-TRT) A soma de um número com o dobro de outro é igual a 50. Será máximo se o
(A) menor deles for igual a 10 (B) menor deles for igual a 15. (C) menor deles for igual a 25.
(D) maior deles for igual a 25. (E) maior deles for igual a 50.

---

10. (FCC – TER/PI) O conjunto solução da inequação $x^2 – 6x + 8 < 0$, no universo N dos números naturais, é
(A) {0} (B) {2} (C) {7/2} (D) {4} (E) {3}

---

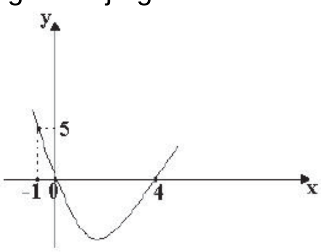
11. Para quais valores $f(x) = -x^2 + 4x$ é positiva
(A) para $0< x < 4$. (B) para $x<0$ e $x > 4$. (C) para $x < 0$. (D) para $x < 4$ (E) para $x > 0$.

---

12. (consulplan – Mossoró/RN) Qual é a soma de todos os números inteiros que satisfazem a inequação $(x+5).(4x-26) < 0$?
(A) 6 (B) 5 (C) 13 (D) 7 (E) 11

---

13. (consulplan – Mossoró/RN) Qual é a soma dos coeficientes da função polinominal do 2º grau cujo gráfico está representado abaixo?



(A) -4 (B) 2 (C) 7 (D) -1(E) -3

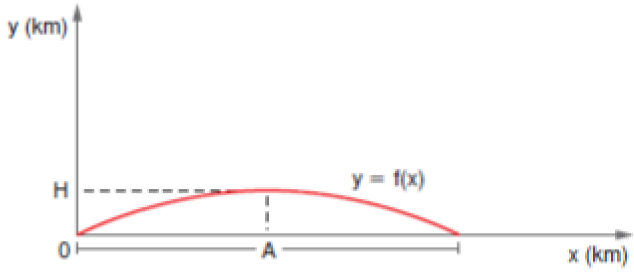
14. (UEL) A função real f, de variável real, dada por$f(x) = -x^2 + 12x + 20$, tem um valor
(A) mínimo, igual a –16, para x = 6 (B) mínimo, igual a 16, para x = – 12 (C) máximo, igual a 56, para x = 6
(D) máximo, igual a 72, para x = 12 (E) máximo, igual a 240, para x = 20

15. (U. E. FEIRA DE SANTANA) Considerando-se a função real $f(x) = -2x^2 + 4x + 12$, o valor máximo desta função é
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 12 (E) 14

16. (UF. OURO PRETO) Em relação ao gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, pode−se afirmar:
(A) é uma parábola de concavidade voltada para cima;
(B) seu vértice é o ponto V(2, 1);
(C) intercepta o eixo das abscissas em P(–3, 0) e Q(3, 0);
(D) o seu eixo de simetria é o eixo das ordenadas;
(E) intercepta o eixo das ordenadas em R(0, 3).

17. (Unisinos-RS) Para que a equação $x^2 - 2mx + 1 = 0$ não tenha raízes reais, a seguinte condição deve ser satisfeita:
(A) m = 1 (B) −1 < m < 1 (C) m < −1 (D) m = −1 (E) m > 1

18. (UFPB) O gráfico da função $y = f(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x$, representado na figura abaixo, descreve a trajetória de um projétil, lançado a partir da origem.

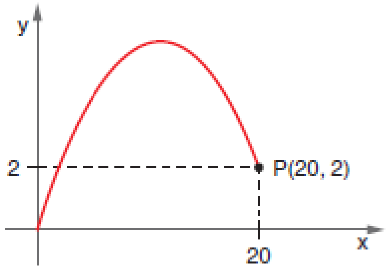


Sabendo-se que x e y são dados em quilômetros, a altura máxima H e o alcance A do projétil são, respectivamente:
(A) 2 km e 40 km (B) 40 km e 2 km (C) 10 km e 2 km (D) 2 km e 20 km

19. Considerando o modelo anteriormente descrito, se o público-alvo é de 44 000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:
(A) 11 000 (B) 33 000 (C) 44 000 (D) 22 000

20. (UEM-PR) Considere a função f definida por $f(x) = x^2 - 2x - 3$ para todo x real. É incorreto afirmar que:
(A) o vértice do gráfico da função f é (1, −4).
(B) a função f é negativa para todos os valores de x pertencentes ao intervalo [−1, 3].
(C) a imagem da função f é o intervalo [−4, ∃[.
(D) a intersecção da reta de equação y = x − 3 com o gráfico de f são os pontos (0, −3) e (3, 0).
(E) todas as raízes da função f são números inteiros.

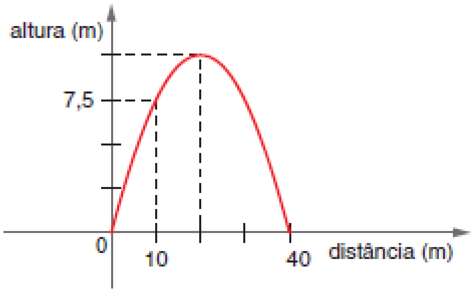
21. (Furg-RS) Um jogador de futebol se encontra a uma distância de 20 m da trave do gol adversário, quando chuta uma bola que vai bater exatamente sobre essa trave, de altura 2 m. Se a equação da trajetória da bola em relação ao sistema de coordenadas indicado na figura é $y = ax^2 + (1 - 2a)x$, a altura máxima atingida pela bola é:
(A) 6,00 m (B) 6,01 m (C) 6,05 m (D) 6,10 m (E) 6,50 m



22. (Acafe-SC) Sobre o gráfico da função, definida por f(x) = $-x^2$ +4x − 5, de ς em ς, a alternativa correta é:
(A) Todo ponto pertencente ao gráfico possui ordenada negativa.
(B) O gráfico é uma parábola com a concavidade voltada para baixo e vértice V(2, 1).
(C) O ponto (0, 5) pertence ao gráfico.
(D) A parábola tangencia o eixo OX .
(E) Todo ponto da parábola pertence ao primeiro ou segundo quadrante.

23. (UFF-RJ) Um muro, com 6 metros de comprimento, será aproveitado como parte de um dos lados do cercado retangular que certo criador precisa construir. Para completar o contorno desse cercado o criador usará 34 metros de cerca.
Determine as dimensões do cercado retangular de maior área possível que o criador poderá construir.

24. (UCSal-BA) Um futebolista chutou uma bola que se encontrava parada no chão e ela descreveu uma trajetória parabólica, indo tocar o solo 40 m adiante, como mostra a figura.



Se, a 10 m do ponto de partida, a bola atingiu a altura de 7,5 m, então a altura máxima, em metros, atingida por ela, foi de:
(A) 12 (B) 10 (C) 9,2 (D) 8,5 (E) 8

25. (Unitau-SP) Para quais valores de x é satisfeita a inequação $-3 + 4x - x^2 \geq 0$?
(A) 1< x < 3 (B) x < 1 ou x > 2 (C) $x \leq 1$ ou $x \geq 3$ (D) $1 \leq x \leq 3$ (E) qualquer x real

26. (FGV-SP) Quantos números inteiros satisfazem a inequação $x^2 - 10x < -16$?
(A) 53 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

27. (UFRJ) Seja p: R→R dada por p(x) = (x – 1)(x - 2)(x – 3).Para que valores de x se tem p(x) ≥ 0?

28. (Unilasalle-SP) No conjunto dos números reais, o conjunto solução daq inequação $\frac{x^2+2x-3}{x+1} \leq 3$ é:

29. (Unifor –CE) No universo dos reais, o conjunto solução da inequação $\frac{x^2-4}{x+2} \leq 0$ é:

30. Uma indústria de refrigerantes tem sua produção diária P, em garrafas, variando com o número de operadores em serviço n, de acordo com a função $P(n) = n^2 + 50n + 20.000$. Calcule:
a) a produção se o número de operadores for 40.
b) o número de operadores necessário para produzir 25.400 garrafas de refrigerantes.

31. Um foguete é atirado para cima de modo que sua altura h, em relação ao solo, é dada, em função do tempo, pela função $h = 10 + 120t - 5t^2$, em que o tempo é dado em segundos e a altura é dada em metros. Calcule
a) a altura do foguete 2 segundos depois de lançado.
b) o tempo necessário para o foguete atingir a altura de 485 metros.

32. Um lote retangular tem 171 m2 de área; a medida de sua frente tem 1m a mais do que o dobro da medida dos fundos. Quantos metros de muro deverão ser construídos para cercar o lote, deixando apenas um portão de 2,5 m de largura?

33. Sabe-se, pela Lei de Newton, que uma força produzida por um corpo em movimento é equivalente ao produto da massa do corpo por sua aceleração. Se um grupo de n homens estão empurrando uma alavanca (aríete) contra uma plataforma e a massa total que produz a força F sobre a plataforma varia com a função M = (35n + 4) kg, enquanto a aceleração varia com a função a =(2n + 1) m/s^2, calcule o número n de homens necessário para produzir uma força de 763 N.

34. A receita R de uma pequena empresa, entre os dias 1 e 30 do mês, é dada, em função do dia d do mês, pela função $R(d) = -d^2 + 31d - 30$, enquanto a despesa D é dada por D(d) = 11d – 19. Em que dias o lucro da empresa é zero?

35. O saldo de uma conta bancária é dado por $S = t^2 - 11t + 24$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias . Determine
a) em que dias o saldo é zero; b) em que período o saldo é negativo; c) em que período o saldo é positivo;
d) em que dia o saldo é mínimo; e) o saldo mínimo , em reais.

36. A temperatura t de uma estufa (em graus Celsius) é determinada,em função da hora h do dia, pela expressão $t = -h^2 + 22h - 85$. Responda:
a) Em quais horários a temperatura é 0_o C ? b) Em que período(s) do dia a temperatura é positiva ? E negativa ?
c) Em que período(s) do dia a temperatura é crescente ? E decrescente ?
d) Em que horário a temperatura é máxima ? Qual é a temperatura máxima ?

FUNÇÃO MODULAR

<u>MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO</u>: A todo número real x associa-se um valor absoluto, também chamado de módulo, representado por $|x|$ e assim definido:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

OBS: Para todo x real, o módulo é sempre positivo ou nulo.

Ex$_1$: Calcule:

a) $|-5| =$ b) $|-8| + |10| =$

c) $|-3-5| =$ d) $|-4-9| - |-3+5| =$

Ex$_2$: Determine o valor numérico de:

a) $|x^2 - 5x - 10|$, quando x=3. b) $\left|\dfrac{4x+1}{5-2x}\right|$, quando x=-2.

<u>EQUAÇÕES MODULARES</u>: Toda equação que contêm a incógnita em módulo é denominada equação modular. Sendo a ≥ 0, **temos que:** $|x| = a \Leftrightarrow x = a \text{ ou } x = -a$

Ex$_3$: Resolva as equações:

a) $|2x-8| = 10$ b) $|x^2 - 5x + 5| = 1$ c) $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$

PERCEBA QUE: $|a| = |b| \Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b$

Ex$_4$: Resolva as equações:

a) $|4x-1| = |2x+3|$ b) $\left|\dfrac{x+2}{3}\right| = |2x-1|$

<u>FUNÇÃO MODULAR</u>: Denomina-se função modular à função f:$\mathcal{R}\to\mathcal{R}$, definida por $f(x) = |x|$, ou seja: $f(x) = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

Ex$_5$: Dada a função $f(x) = |3x - 12|$, calcule:

a) f(5) b) f(-2) c) x, tal que f(x)=9

Ex$_6$: Construa o gráfico das funções:

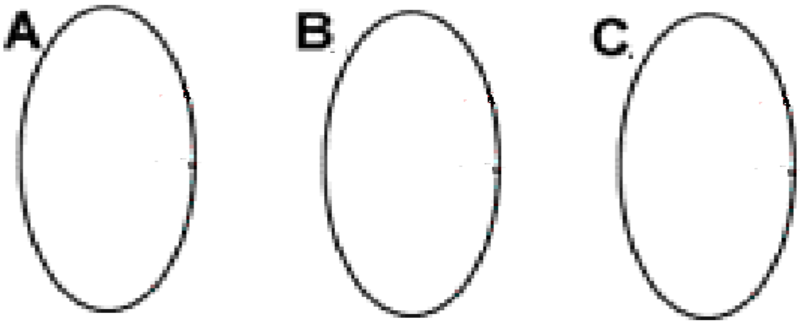
a) $f(x) = |x|$ b) $f(x) = |x+2|$ c) $f(x)=x^2-4$

FUNÇÃO COMPOSTA

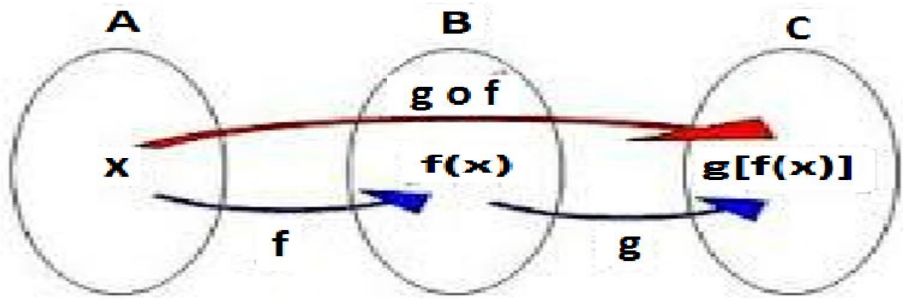
Situação 1: Para determinar a distância percorrida por um automóvel em certa viagem, pode-se usar a função d(t) = 80t, sendo d(t) a distância percorrida(em quilômetros) e t o tempo do percurso(em horas). Esse automóvel consome, em média, 0,1 L de combustível por quilômetro percorrido, ou seja, C(d(t)) = 0,1d(t) representa o consumo C em função da distância d(t). Determine o consumo de combustível após 1,5 h de percurso.

I. Calcular a Distância percorrida em 1,5h. II. Calcular o Consumo de combustível em 120 km:

REPRESENTAÇÃO POR DIAGRAMA



DEFINIÇÃO: Dadas as funções f: A → B e g : B → C, denominamos função composta de g com f a função g o f: A → C definida por (gof)(x) = g (f(x)).



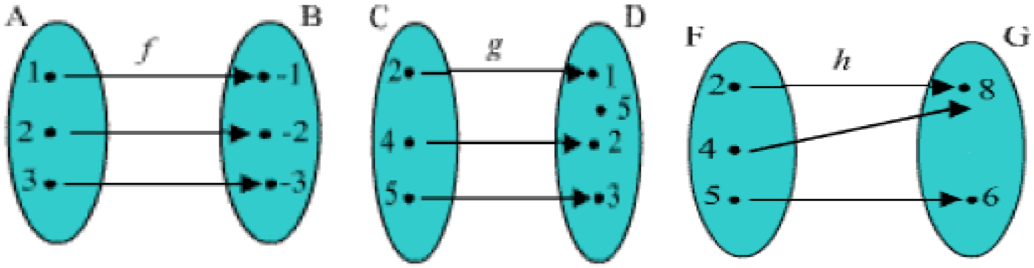
Ex1: Se f e g são funções reais tais que f(x) = 2x - 2 e g(x) = x^2 + 2, para todo x∈R, então g(f(-2)) é igual a:

Ex2: Se f(x) = x + 1 e g(x) = 2x + 1, então g o f vale:

Ex3: Sejam **f** e **g** funções dadas por f(x) = 2x + 1 e g(x) = x^2.Encontre f o g e g o f.

FUNÇÃO INVERSA

Consideremos as funções, *f, g e h, definidas pelos diagramas*



- É possível obtermos funções de B em A, ou de D em C, ou ainda de F em E, invertendo os sentidos das flechas?
- Podemos observar que só é possível no caso da função *f. Para as funções g e h, a* definição de função não é satisfeita.

DEFINIÇÃO:

Dizemos que a função *g: B → A é a inversa da função f: A → B, quando g(f(x)) = x para todo x ∈ A e f(g(y)) = y para todo y ∈ B.*

Ex1: Encontre a inversa das funções abaixo:

a)

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

b)

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-2} + 1$$

1. Sejam f e g funções reais tais que f(x)=3x+1 e g(x)=x-2. Determine:

a)f(g(x)) b)(gof)(x) c)(fog)(5) d)g(f(-2))

2. (UC-GO) Dadas as funções $f(x)=x^2-5x+6$ e g(x)=2x+1, determine a solução da equação: $\frac{f(1)-g(x)}{f(g(2))} = \frac{f(2)}{f(0)}$

3. (UA-AM) Se f(g(x))=x e $f(x) = \frac{x+3}{2}$, então g(x) é igual a:

a)2x-3 b)3x+2 c)x+3 d) $\frac{x+2}{2}$ e) $\frac{2}{x+3}$

4. (Unifor-CE) Sejam f e g funções de $\Re$ em $\Re$ definidas por f(x)=*k*x+3 e g(x)=2x. Se f(g(-3))=-9, então a função (gof)(x) é dada por:

a)4x+3 b)4x-3 c)4x+9 d)4x-6 e)4x+6

5. Determine a função inversa de cada uma das funções abaixo:

a) f(x)=x-3 b) y=$\frac{x+2}{4}$ c) g(x)=$\frac{2x+5}{x-3}$

6. Dada a função f(x)=$\frac{2x+6}{x-5}$, com $x \neq 5$, calcule:

a) $f^{-1}(x)$ b) $f^{-1}(4)$

7. (Unimes-SP) Qual é a inversa da função $y = \frac{x+5}{2x-3}$?

8. (UFRN) A função f, de $\Re$ em $\Re$, é definida por f(x)=-3x+2. Se f^{-1} é a função inversa de f, então a soma $f^{-1}(3)+f^{-1}(-17)$ é um número:

a)racional não inteiro b)ímpar e maior que 5 c)múltiplo de 8 d)divisor de 12 e)primo

FUNÇÃO EXPONENCIAL

PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO:

a) $a^0=1$ b) $a^m.a^n = a^{m+n}$ c) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

d) $(a^m)^n = a^{m.n}$ e) $(a.b)^n = a^n.b^n$ f) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

g) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ i) $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

j) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ l) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ m) $a^{\frac{-n}{m}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}}$

Ex_1: $2^{12}.2^{11}$	Ex_2: 5^{22}: 5^{11}	Ex_3: $(7^2)^3$	Ex_4: $(5/2)^2$	Ex_5: 2^{-3}

Ex_6:Determine o valor da expressão $2^5.2^2.2^4$ utilizando as propriedades de potência:

(A) 2^{40} (B) 2^{11} (C) 2^{12} (D) 2^{-2}

Ex_7:. Dada a expressão $5^{10}:5^8:5^{15}:5^3:5$determine a sua forma simplificada utilizando as propriedades de potência:

(A) 5^{37} (B) 5^{36} (C) 5^{3600} (D) 5^{-17}

Ex_8:(FEI-SP) Que número real representa a expressão: $\dfrac{(0,1)^{-1}-(0,8)^0}{\frac{8}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}$

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Chamamos de equações exponenciais toda equação na qual a incógnita aparece em expoente.

Para resolver equações exponenciais, devemos realizar dois passos importantes:

1º) redução dos dois membros da equação a potências de mesma base;

2º) aplicação da propriedade:

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n \quad (a \neq 1 \text{ e } a > 0)$$

Ex_9:Resolva a equação $3^x = 81$.

Ex_{10}: Qual valor satisfaz a equação $2^{x-5}=16$

Ex_{11}: $16^x=2^{2x-1}$

Ex_{12}: $3^{2x} - 12.3^x + 27 = 0$

Ex_{13}: $2^{2x} - 12.2^x = -32$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

DEFINIÇÃO: *É uma função f: $\Re \to \Re$ definida por $f(x)=a^x$, com $a \neq 1$ e $a > 0$*

EX: $f(x) = 2^x$; $f(x) = \left(\sqrt{5}\right)^x$; $f(x) = 5^{2x-1}$

GRÁFICO: *Esboçar o gráfico das funções abaixo.*

a) $f(x) = 2^x$ *b)* $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

Chamamos de inequações exponenciais toda inequação na qual a incógnita aparece em expoente.

1º) redução dos dois membros da inequação a potências de mesma base;

2º) aplicação da propriedade:

a>1	0<a<1
am > an ⇒ m>n (as desigualdades têm mesmo sentido)	am > an ⇒ m<n (as desigualdades têm sentidos diferentes)

Ex_{14}: $8^{x+2} > 16^{x-1}$

Ex_{15}: $(1/3)^{2x-1} > (1/3)^9$

Ex_{16}: $9^x < 27^{x-5}$

Ex_{17}: $(4/25)^{x-5} < (2/5)^{x+8}$

OUTROS EXEMPLOS:

Ex_{18}: A lei que representa o crescimento de bactérias é dado por $N(t) = a.2^{bt}$, onde N(t) representa o número de bactérias no instante t e a e b são constantes reais. Sabendo que no início da observação havia 3000 bactérias e que, após duas horas de observação, havia 48000, determine:

a) os valores de a e b;
b) o número de bactérias existentes após meia hora de observação;
c) o tempo mínimo necessário para que o número de bactérias seja maior que 3 milhões. Use a aproximação $2^{10} \sim 10^{3}$.

Ex$_{19}$: (Unirio-RJ) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do país vem crescendo em relação ao tempo, contado em anos, aproximadamente, segundo a relação: $P(t) = P(0).2^{-0,25\,t}$ Sendo P(0) uma constante que representa a população inicial dessa região e P(t) a população t anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida à quarta parte da inicial.

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

Ex$_{20}$: (UEL-PR) A relação $P = 64000.(1 - 2^{-0,1t})$ descreve o crescimento de uma população de microorganismos, sendo P o número de microorganismos, t dias após o instante 0. O valor de P é superior a 63000 se, e somente se, t satisfizer à condição:

a) $2 < t < 16$ b) $t > 16$ c) $t < 30$ d) $t > 60$ e) $32 < t < 64$

---

1. Determinar os valores de x para os quais $2^x = 32$.

2. Determinar os valores de x para os quais $2^x = 1$.

3. Resolver a equação $27^x = 243$.

4. Resolver a equação $625^x = 25$.

5. Qual é o conjunto-solução da equação exponencial $5^{x+2} = 125^x$?

6. Qual é o conjunto-solução de $7^{3x-9} - 49 = 0$?

7. Determinar o conjunto-solução da equação $4^x + 3(2^{x+1}) = 16$.

8. A soma das raízes da equação $4.2^{2x-2} - 40.2^{x-1} + 64 = 0$ é igual a:
a) 8 b) 6 c) 2 d) – 16 e) -20

9. (cefet/MG) A solução, em R, da equação $16^x.4^{x+3} - 8^{x+2} = 0$ é:
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 6

10. (unimes-SP) O número real "a" satisfaz a sentença $3^{2x-1} < \frac{1}{9^{x+1}}$se, e somente se:
a) a < - 4 b) - 4 < a < -1 c) a < -1/4 d) -1/4 < a < 0 e) a > 4

11. (Fuvest-SP) Seja $f(x) = 2^{2x+1}$. Se a e b são tais que f(a) = 4.f(b), Pode-se afirmar que:
a) a + b = 2 b) a + b = 1 c) a – b + 3 d) a – b = 2 e) a – b = 1

13. (CESGRANRIO – RJ) Se $8^x = 32$, então x é igual a:

a) 5/2 b) 5/3 c) 3/5 d) 2/5 e) 4

14. (UEPG–PR) Se $8^{x-9} = 16^{x/2}$, então é igual a:
a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) n.d.a.

15. (PUC–SP) O valor de x que satisfaz a equação
$3^{3x-1} . 9^{2x+3} = 27^{3-x}$ é:
a) 1 b) 3 c) 5/2 d) 1/3 e) 2/5

16. (FUVEST–SP) Sendo x = $(2^2)^3$, y = 2^23 e z = 2^32, calcule x . y . z :
a) 221 b) 210 c) 223 d) 24 e) 220

17. (UFRN) Se $2^x = 2048$, então, x vale :
a) 7 b) 11 c) 13 d) 17 e) 19

18. Esboce o gráfico das funções abaixo:
a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = 2^{x+1}$ c) $(1/3)^x$ d) 2^{-2x}

19. Em uma experiência sobre deterioração de alimentos, constatou-se que a população de certo tipo de bactéria dobrava a cada hora. No instante em que começaram as observações, havia 50 bactérias na amostra. Obtenha a lei que relaciona o numero de bactérias (n) em função do tempo (t).

20. Esboce o gráfico das funções abaixo.

a) 4^x b) $\frac{1}{4}\cdot 2^x$

21. Uma função f é dada por $f(x) = a\cdot 2^x$, sendo a uma constante real. Sabendo que $f(1) = \frac{3}{4}$, determine o valor de f(3).

22. Uma função f é dada por $f(x) = a + b\cdot 2^x$, sendo a e b constantes positivas. Sabendo que $f(1) = 5$ e $f(0) = 3$, determine:

a) O valor de a e b. b) Im(f).

Os alunos do primeiro ano do ensino médio de um Instituto Federal de Educação Tecnológica fizeram um experimento no laboratório de Biologia, coletando dados a cada duas horas. Os valores obtidos na coleta encontram-se organizados na tabela abaixo.

Hora	0	2	4	6	8	10
Resultado	50	100	200	400	800	1.600

A função que melhor representa o resultado obtido (Y) em função da hora (x) é modelada pela fórmula
a) $Y = 50(2^{0,5x})$.
b) $Y = 50 + 25x$.
c) $Y = 50\log(25x)$.
d) $Y = 50x^2 + 25x + 50$.

24.

Considere a função $f(x)=2^x$ e os números a, b e c com suas respectivas imagens 2^a, $2\cdot 2^a$ e $\frac{2^a}{4}$. Podemos concluir que, em função de a, os valores de b e c são, respectivamente:

a) $\frac{a}{2}$ e $4a$ b) $a-1$ e $a+2$ c) $2a$ e $\frac{a}{4}$ d) $a+1$ e $a-2$

25. Em uma experiência, um animal tratado sob efeito de uma determinada droga é submetido a exames diários de controle. A lei $q(t)=\left(\frac{1}{200}\right)\cdot 2^t$ informa a quantidade q da substância, em gramas, encontrada em 100 ml de sangue, no exame realizado no dia t, contado a partir do início da experiência.

a) Qual foi o acréscimo na quantidade da droga encontrada no sangue do animal do início da experiência até o quinto dia?

b) Quantos dias deve ser administrada a droga a fim de que a quantidade encontrada seja de 10,24g?

26. Nas proximidades da superfície terrestre, a pressão atmosférica P, em atm, é dada em função da altitude h, em km, aproximadamente, por $P=0,9^h$. Se no topo de uma montanha a pressão é de 0,729 atm, conclui-se que a altitude desse topo é de:

a) 6 km b) 5,2 km c) 5 km d) 4 km e) 3 km

27. O anúncio de certo produto aparece diariamente num certo horário na televisão. Após t dias do início da apresentação desse anúncio, o número y de pessoas (em milhões) que ficam conhecendo o produto é dado por $y=3-3(0,8)^t$. Para que valores de t temos exatamente 1,08 milhão de pessoas conhecendo o produto?

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Situação 1: Uma caminhonete custa hoje R$ 100 000,00 e sofre uma desvalorização de 10% por ano de uso. Depois de quanto tempo de uso o valor do veículo será igual a R$ 20 000,00?

DEFINIÇÃO DE LOGARÍTMO: Se a e b $\in\Re$ com b>0 e 1≠a>0, então temos que:

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$$

OBS: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM LOGARITMO:

$$\log_a b \begin{cases} b > 0 \\ a > 0 \text{ e } a \neq 1 \end{cases}$$

Ex$_1$: $\log_2 32$

Ex$_2$: $\log_4 16$

Ex$_3$: $\log_5 1$

Ex$_4$: (FV–RJ) O valor de $\log_9 27$ é igual a: a) 2/3; b) 3/2; c) 2; d)3. e) 4

Ex$_5$: (MACK–SP) Se $\log_3 1/27 = x$, então o valor de x é: a) −9; b) −3; c) −1/3; d) 1/3; e) 3.

CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO:

1ª) $\log_a 1 = 0$ 2ª) $\log_a a = 1$ 3ª) $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ 4ª) $log_a a^m = m$ 5ª) $a^{log_a b} = b$

Ex$_6$: Determine os valores de x, para os quais existe $\log_3 (x^2 - x - 6)$.

Ex$_7$: Determine x, tal que: $\log_5 (2x - 3) = \log_5 (x + 1)$

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS:

I) Logaritmo do produto:

$$\boxed{\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y}$$ (a>0, a≠1, x>0 e y>0)

Ex$_8$: Sabendo que log 2 = 0,301 e log 3 = 0,477, calcule log 6:

II) Logaritmo do quociente:

$$\boxed{\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y}$$

(a>0, a≠1, x>0 e y>0)

Ex$_9$: (UFPR) Sendo log 2 = 0,301 e log 14 = 1,146 qual será o valor de log 7?
a) 0,845; b) 1,447; c) 1,690; d) 0,107; e) 0,548.

III) Logaritmo da potência:

(a>0, a≠1, $\boxed{\log_a x^m = m.\log_a x}$ x>0 e m $\in \Re$)

Ex$_{10}$: Sabendo que log 2 = 0, 301. Quanto é log 4 ?

Ex$_{11}$: Se log 2 = 0,3010, então log 5 é igual a:
a) 0,6990; b) 0,6880; c) 0,6500; d) 0,6770; e) 0,6440.

Ex$_{12}$: :(UEL-PR) Admitindo-se que $\log_5 2 = 0{,}43$ e $\log_5 3 = 0{,}68$, obtém-se para $\log_5 12$ o valor:

a) 1,6843 b) 1,68 c) 1,54 d) 1,11 e) 0,2924

Ex$_{13}$: (FUVEST−SP) Se $\log_2 b - \log_2 a = 5$, então o quociente b/a vale:

a) 10 b) 25 c) 32 d) 64 e) 128

Ex$_{14}$: (FAAP−SP) Sabendo-se que $\log_2 y = \log_2 3 + \log_2 6 - 3\log_2 4$, o valor de y real é:

a) −3; b) 9/8; c) 3/2; d) 9/32; e) 9/16.

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

DEFINIÇÃO : Dado um número real a, a > 0 e a ≠ 1 , chamamos função logarítmica de base a a função f de R+* em R que associa a cada x o número log a x .

Escrevemos então : f : R+*→ R / f (x) = log a x , onde a > o e a ≠ 1

PROPRIEDADES

a) Dada a função $f(x) = \log_a x$, a > 0 e a ≠ 1 de R+* → R , chama-se inversa de f a função g (x) , de R → R+* , dada por $g(x) = a^x$.

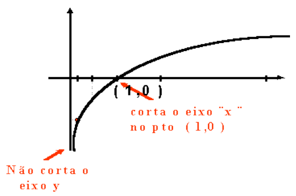
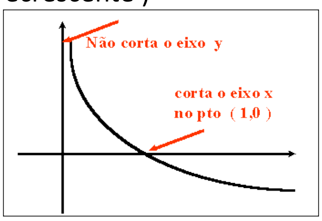
b) A função f (x) = log a x , x ∈ R+* , é crescente ∀ a / 0 < a < 1 .

CONJUNTO IMAGEM

Como a > 0 e a ≠ 1 , a função f de R+* → R , definida por f (x) = log a x , admite a função inversa g , de R → R+* definida por g (x) = a x . Temos então que f é bijetora e portanto o seu conjunto imagem é o conjunto dos números reais, isto é ,R.

GRÁFICOS

O gráfico da função f (x) = log a x , a > 0 e a ≠ 1 pode ser :

<table>
<tr>
<td>a) Quando a base a > 1 (Função Crescente)

</td>
<td>b) Quando a base 0 < a < 1 (Função Decrescente)

</td>
</tr>
</table>

APLICAÇÕES DOS LOGARÍTMOS:

Ex$_{15}$:(Fuvest-SP) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de i=0 até i=8,9 para o maior terremoto conhecido. i é dado pela fórmula: $i=\frac{2}{3}\log_{10}\frac{E}{E_0}$ na qual E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0=7.10^{-3}$kwh. Determine a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter.

Ex$_{16}$:(UFCE) Suponha que o nível sonoro β e a intensidade de um som estejam relacionados pela equação logarítmica $\beta = 120 + 10.\log_{10} i$, em que β é medido em decibéis e i, em watts por metro quadrado. Sejam, i_1 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 80 decibéis de um cruzamento de duas avenidas movimentadas, e i_2 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel. Determine o valor da razão $\frac{i_1}{i_2}$.

LOGARITMOS − INTRODUÇÃO

1. (MACK–SP) Se $\log_3 1/27 = x$, então o valor de x é:
a) −9; b) −3; c) −1/3; d) 1/3; e) 3.

2. (UDESCO–SC) Na base decimal, log 1000, log 10 e log 0,01 valem respectivamente:
a) 2, 1 e −3 b) 1, 0 e −2 c) 3, 1 e −2 d) 4, −2 e −3 e) 3, 0 e −2

3. (CESGRANRIO–RJ) Se $\log(2x - 5) = 0$, então x vale:
a) 5; b)4; c) 3; d) 7/3; e) 5/2.

4. (FV–RJ) O valor de $\log_9 27$ é igual a:
a) 2/3; b) 3/2; c) 2; d)3. e) 4.

5. (ULBRA) Se $\log_{16} N = -1/2$, o valor de 4N é:
a)1; b) 4; c) 1/4; d) 16; e) 1/16.

6. (UNISINOS-RS) valor de x que torna verdadeira a equação $\log_3 (4x - 1) - \log_3 x = 1$ é:
a) 1/3 b) 1 c) -3 d) 3 e) 4

7. (UEBA) O número real x, tal que $\log_x (9/4) = 1/2$ é:
a) 81/16; b) −3/2; c) 1/2; d) 3/2; e) −81/16.

8. (UFMG) Seja $\log_a 8 = -3/4$, $a > 0$. O valor da base a é:
a) 1/16 b) 1/8 c)2 d)10 e) 16

9. (PUC−SP) Se $x + y = 20$ e $x - y = 5$, então $\log(x^2 - y^2)$ é igual a:
a) 100; b) 2; c) 25; d) 12,5; e) 15.

10. (UFRN) Se a equação $x^2 + 8x + 2 \log a = 0$ possui duas raízes reais e iguais, então, **a** é igual a:
a) 10 b) 102 c) 104 d) 106 e) 108

LOGARITMOS − PROPRIEDADES

1. (UEPG−PR) Sendo log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47, então log 60 vale:
a) 1,77; b) 1,41; c) 1,041; d) 2,141; e) 0,141.

2. (FURG–RS) Sendo log x = a e log y = b, então $\log \frac{\sqrt{y}}{x}$ é igual a:

a) a + b/2

b) b/2a

c) $\sqrt{b} - a$

d) $\frac{b-2a}{2}$

e) $\sqrt{b}/a$

---

3. (UFRJ) Considerando que log 2 = 0,3010300, log 125 é:
a) 376,29000; b) 188,15000; c) 1,9030900; d) 2,9818000; e) 3,0969100.

---

4. (UFPR) Sendo log 2 = 0,301 e log 7 = 0,845, qual será o valor de log 28?
a) 1,146; b) 1,447; c) 1,690; d) 2,107; e) 1,107.

---

5. (PUC−SP) Se log 2 = 0,3010, então log 5 é igual a:
a) 0,6990; b) 0,6880; c) 0,6500; d) 0,6770; e) 0,6440.

---

6. (FUVEST−SP) Se $\log_2 b - \log_2 a = 5$, então o quociente b/a vale:
a) 10 b) 25 c) 32 d) 64 e) 128

---

7. **(Vunesp-SP)** Suponhamos que uma represa de área igual a 128 Km^2 tenha sido infestada por uma vegetação aquática. Suponhamos também que, por ocasião de um estudo sobre o problema, a área tomada pela vegetação fosse de 8 Km^2 e que esse estudo tivesse concluído que a taxa de aumento da área cumulativamente infestada era de 50% ao ano. Nessas condições:
a) Qual seria a área infestada n anos depois do estudo, caso não se tomasse nenhuma providência?
b) Com as mesmas hipóteses, em quantos anos a vegetação tomaria conta de toda a represa? (Use os valores aproximados $\log_{10} 2 = 0,30$ e $\log_{10} 3 = 0,48$)

---

8. (FAAP−SP) Sabendo-se que $\log_2 y = \log_2 3 + \log_2 6 - 3\log_2 4$, o valor de y real é:
a) −3; b) 9/8; c) 3/2; d) 9/32; e) 9/16.

---

9. (Unifor-CE) O número de bactérias numa certa cultura duplica a cada hora. Se, num determinado instante, a cultura tem mil bactérias, daí a quanto tempo aproximadamente, a cultura terá um milhão de bactérias? Considerar log 2 = 0,3.
a) 2 h b) 3 h c) 5 h d) 10 h e) 100 h

---

10. (MACK-SP) O volume de um líquido volátil diminui de 20% por hora. Após um tempo t, seu volume se reduz à metade. O valor que mais se aproxima de t é: (Use log 2 = 0,30)
a) 2h 30 min b) 2h c) 3h d) 3h 24min e) 4h

---

11. (Cefet-RJ) Um explorador descobriu na selva amazônica uma espécie nova de planta e, pesquisando-a durante anos, comprovou que o seu crescimento médio variava de acordo com a fórmula $A = 40.(1,1)^t$, em que a altura média A é medida em centímetros e o tempo t em anos. Verificou também que o seu crescimento estaciona,

após os 20 anos, abaixo de 3 metros. Sabendo que log 2 = 0,30 e log 11 = 1,04, determine:
a) a altura média, em centímetros, de uma planta dessa espécie aos 3 anos de vida.
b) A idade, em anos, na qual a planta tem uma altura média de 1,6 m.

---

12. (UFRN_2012) No ano de 1986, o município de João Câmara – RN foi atingido por uma sequência de tremores sísmicos, todos com magnitude maior do que ou igual a 4,0 na escala Richter. Tal escala segue a fórmula empírica $M = \frac{2}{3}\log_{10}\frac{E}{E_0}$, em que M é a magnitude, E é a energia liberada em KWh e E0=7x10^{-3}KWh.
Recentemente, em março de 2011, o Japão foi atingido por uma inundação provocada por um terremoto. A magnitude desse terremoto foi de 8,9 na escala Richter. Considerando um terremoto de João Câmara com magnitude 4,0, pode-se dizer que a energia liberada no terremoto do Japão foi
A) 107,35 vezes maior do que a do terremoto de João Câmara.
B) cerca de duas vezes maior do que a do terremoto de João Câmara.
C) cerca de três vezes maior do que a do terremoto de João Câmara.
D) 1013,35 vezes maior do que a do terremoto de João Câmara.

---

13. (UFRN_2009) Numa experiência realizada em laboratório, Alice constatou que, dentro de t horas, a população P de determinada bactéria crescia segundo a função $P(t) = 25 \cdot 2^{t}$.
Nessa experiência, sabendo-se que $\log_2 5 \; 2{,}3 \cong 2{,}32$, a população atingiu 625 bactérias em, aproximadamente,
A) 4 horas e 43 minutos. **B)** 5 horas e 23 minutos.
C) 4 horas e 38 minutos. **D)** 5 horas e 4 minutos.
