INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Norte
Campus
Ceará-Mirim

Instituto Federal do Rio Grande do Norte
(Campus Ceará-Mirim)

Nome: ______________________ **Mat.:** ____________

Turma: ____________ **Turno:** ____________ **Data:** ___/___/ 2020

Professor: *Jefferson Alexandre do Nascimento*

Disciplina: *Matemática 1*

Lista 2 - Operações com Matrizes

1. (Ufop-MG) Uma fábrica decide distribuir os excedentes de três produtos alimentícios A, B e C a dois países da América Central, P_1 e P_2. As quantidades, em toneladas, são descritas mediante a matriz Q:

$$Q = \begin{array}{c} \begin{matrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} \leftarrow \mathbf{P_1} \\ \leftarrow \mathbf{P_2} \end{matrix}$$

Para o transporte aos países de destino, a fábrica recebeu orçamentos de duas empresas, em reais por toneladas, como indica a matriz P:

$$P = \begin{bmatrix} 500 & 300 \\ 400 & 200 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{1ª empresa} \\ \leftarrow \text{2ª empresa} \end{matrix}$$

   a) Efetue o produto das duas matrizes, na ordem que for possível. Quem representa o elemento a_{13} da matriz produto?

   b) Que elemento da matriz produto indica o custo de transportar o produto A, com a segunda empresa, aos dois países?

   c) Para transportar os três produtos aos sois países, qual empresa deveria ser escolhida, considerando que as duas apresentam exatamente as mesmas condições técnicas. Por quê?

2. Uma empresa de telefonia fixa oferece a seus clientes duas opções de planos residenciais. As matrizes J, F e M indicam as vendas desses planos em uma área de cobertura que compreende 4 bairros, respectivamente, nos meses de janeiro, fevereiro e março. Nelas, as linhas indicam respectivamente os tipos de plano I e II, e as colunas, os bairros A, B, C e D.

$$J = \begin{bmatrix} 15 & 25 & 22 & 19 \\ 23 & 16 & 18 & 21 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 18 & 24 & 22 & 25 \\ 20 & 21 & 19 & 23 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 22 & 25 & 20 & 23 \\ 22 & 20 & 26 & 19 \end{bmatrix}$$

   a) Escreva a matriz $T_{2\times 4}$ que representa o total de vendas dos planos I e II em cada bairro no trimestre apresentado.

   b) Em qual bairro foi vendido o maior número de unidades do plano I? E do plano II?

3. Sabendo que $A + I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, em que I_3 é a matriz identidade de ordem 3, determine a matriz A.

4. (UFRN) Um empresário produz goiabada e bananada. A produção desses doces passa por dois processos: a colheita das frutas e a fabricação das compotas. O tempo necessário para a conclusão dos processos é dado, em dias, pela matriz:

$$\mathrm{M} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \text{colheita} & \text{fabricação} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \end{array} \begin{matrix} \text{goiaba} \\ \text{banana} \end{matrix}$$

Esse empresário possui duas fábricas: I e II. Os gastos diários, em milhares de reais, para realização de cada um dos processos são dados pela matriz:

$$N = \begin{array}{cc} \text{fábrica I} & \text{fábrica II} \\ \left(\begin{array}{cc} 12 & 4 \\ 8 & 10 \end{array}\right) & \begin{array}{l} \text{colheita} \\ \text{fabricação} \end{array} \end{array}$$

Considerando essa situação,

a) Calcule o produto $M \cdot N$;
b) explicite que informação cada elemento da matriz produto $M \cdot N$ fornece.

5. Determine os possíveis valores de x e y que satisfazem a seguinte equação.

$$\begin{bmatrix} x^2+2x & 3 \\ 4 & y^2-5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Sejam $A = (a_{ij})_{3\times 2}$ e $B = (b_{ij})_{3\times 2}$ duas matrizes em que $a_{ij} = 3i - j$ e $b_{ij} = i^2 + j^2$. Determinar o valor do elemento c_{32} da matriz C dada por $C = A - B$

7. (UFSM) Ao comprar os produtos necessários para fazer uma feijoada, uma dona de casa resolveu pesquisar preços em três supermercados. A matriz P dos preços está representada a seguir; a primeira linha mostra os preços por kg do supermercado A; a segunda, do supermercado B; a terceira, do supermercado C. Esses preços são relativos, respectivamente, aos produtos feijão, linguiça, tomate e cebola.

$$P = \begin{bmatrix} 2,05 & 9,89 & 2,48 & 1,78 \\ 1,93 & 11,02 & 2,00 & 1,60 \\ 1,70 & 10,80 & 2,40 & 1,20 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Sabendo que a matriz Q representa as quantidades necessárias, respectivamente, de feijão, linguiça, tomate e cebola, a dona de casa economizará mais se efetuar as compras no supermercado:

a) A
b) B
c) C
d) A ou B indiferentemente
e) A ou C indiferentemente

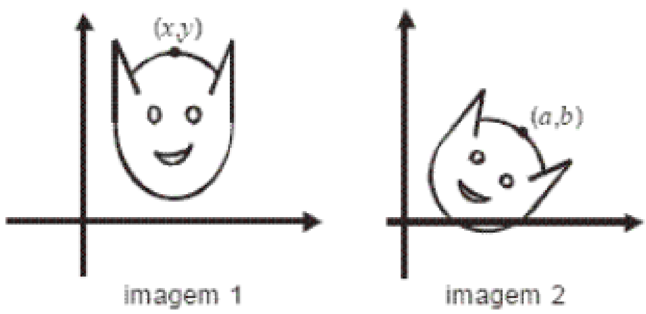
8. Um dispositivo eletrônico, usado em segurança, modifica a senha escolhida por um usuário, de acordo com o procedimento: A senha escolhida deve conter quatro dígitos $S_1S_2S_3S_4$. Esses dígitos são então, transformados nos dígitos $M_1M_2M_3M_4$ da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} M_3 \\ M_4 \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} S_3 \\ S_4 \end{bmatrix},$$

onde P é a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Se a senha de um usuário, já modificada é **0110**, isto é, $M_1 = 0$, $M_2 = 1$, $M_3 = 1$ e $M_4 = 0$, pode-se afirmar que a senha escolhida pelo usuário foi:

a) 0011
b) 0101
c) 1001
d) 1010
e) 1100

9. Em computação gráfica, quando um programa altera a forma de uma imagem, está transformando cada ponto de coordenadas (x, y) , que forma a imagem, em um novo ponto de coordenadas (a, b) . A figura ao lado ilustra a transformação da imagem 1 na imagem 2.



Um dos procedimentos que consiste em transformar o ponto (x, y) no ponto (a, b) é realizado, através de operações com matrizes, de acordo com as seguintes etapas:

Etapa 1: Fixe duas matrizes invertíveis M e E , de ordem 2, e considere M^{-1} a matriz inversa de M.

Etapa 2: Tome P e Q as matrizes cujas entradas são as coordenadas $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ e $Q = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

Etapa 3: Obtenha Q a partir de P por meio da expressão: $Q = E \cdot M^{-1}P$.

Considerando estas etapas e as matrizes

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} eE = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) A inversa de M
b) o ponto (a, b) que é obtido do ponto $(2, 3)$ por meio da expressão $Q = E \cdot M^{-1}P$