Instituto Federal do Rio Grande do Norte

(Campus Ceará-Mirim)

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Norte
Campus
Ceará-Mirim

Nome: ______________________________ **Mat.:** ____________

Turma: ____________ **Turno:** ____________ **Data:**___/___/ 2020

Professor: *Jefferson Alexandre do Nascimento*

Disciplina: *Matemática 1*

Lista 1- Sequências

1. Escreva a sequência definida por

   a)
   $$\begin{cases} a_1 = 3, \\ a_n = a_{n-1} + 2, \text{ para n} \in \mathbb{N},\ n \geq 2 \end{cases}$$

   b) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

   c) $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n$, com $n \in \mathbb{N}$ e $1 \leq n \leq 6$

2. Escreva o termo geral das sequências:

   a) $(1, 2, 3, 4, 5, 6, ...)$

   b) $(2, 5, 8, 11, 14, 17)$

3. Complete cada uma das sequências até o 7º termo:

   a) $(-1, -4, -7, -10, \cdots)$

   b) $\left(\dfrac{3}{4}, \dfrac{6}{7}, \dfrac{9}{10}, \dfrac{12}{13}, \cdots\right)$

   c) $(\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, \cdots)$

4. Determine os cinco primeiros elementos das sequências $(a_n), n \in \mathbb{N}^*$, definidas pelas leis de recorrência a seguir:

   a)
   $$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_n = (-1)^n \cdot a_{n-1},\ \text{para } n \geq 2 \end{cases}$$

   b)
   $$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_n = 2a_{n-1} + 3,\ \text{para n} \in \mathbb{N},\ n \geq 2 \end{cases}$$

5. Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci (forma reduzida de "filho de Bonacci"), foi um matemático italiano que viveu de 1180 a 1250, aproximadamente. Em 1202, em sua obra *Liber Abaci*(em português, "livro dos cálculos"), ele propôs o seguinte problema: ("Admitindo que cada casal de coelhos só procrie pela primeira vez exatamente dois meses após seu nascimento e que, a partir de então, gere um casal de filhotes a cada mês, quantos casais haverá ao final de doze meses, considerando-se inicialmente um único casal de recém-nascidos?") A sequência (a_n) em que a_n é o número de casais de coelhos no mês n, é conhecida como **sequência de Fibonacci**. Em outros contextos. essa sequência é aplicada em várias áreas do conhecimento, como economia, biologia, química, etc.

   a) Escreva os 12 primeiros termos da sequência de Fibonacci.

   b) Considerando infinita a sequência de Fibonacci, $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$, obtenha sua lei de formação. (Dica: Relacione cada termo, a partir do terceiro, aos seus dois termos antecessores.)

   c) Sendo $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$, a sequência de Fibonacci, obtenha os seis primeiros termos da sequência $(b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \ldots)$, em que$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$. (Curiosidade: Quando n aumenta indefinidamente, o termo $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, tende ao número 1,61803..., chamado de **número de ouro**)

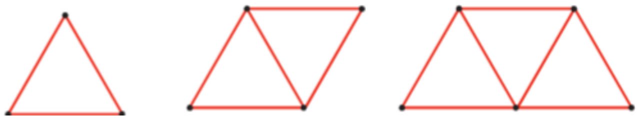
6. Um piano é formado por 52 teclas brancas que se sucedem, da esquerda para a direita, emitindo a sequência de notas musicais: lá, si, dó, ré, mi, fá, sol,lá, si, dó, ré, mi, fá, sol, e assim sucessivamente.

Qual é a nota da 47ª tecla branca, da esquerda para a direita?

a) dó
b) ré
c) mi
d) fá
e) sol

7. Calcule o 8º termo da sequência que tem $a_1 = 6$ e $a_{n-1} + 3$, para $n \geq 2$.

8. Observe a figura abaixo formada por palitos.



Agora responda aos seguintes itens:

a) Quantos palitos são necessários para construir a figura da sequência com 4 triângulos? e com 5 triângulos?
b) Considere a sequencia formada formada pelos números de palitos em função do número de triângulos, determine a lei geral dessa sequência.

9. Uma livraria faz a seguinte promoção:

Promoção

Todo cliente pode trocar 4 livros já lidos por 1 livro novo, sem nenhum custo.

Agora, responda:

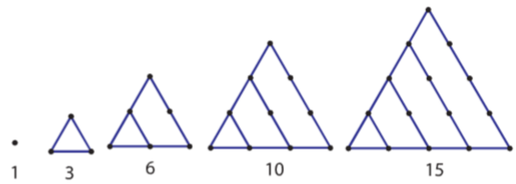
a) Um cliente que tem 23 livros e já leu todos pretende aproveitar ao máximo essa promoção. Quantos livros novos ele pode trocar pelos já lidos nessa livraria, sem nenhum custo, supondo que a promoção não termine?
b) Um cliente tem 505 livros e já leu todos e, em troca dessa promoção, ele retira o maior número possível de livros novos. Escreva a sequência (a_n), em que (a_n) é o número de livros novos retirados na n-ésima troca.

10. (UFPB) O total de indivíduos, na n-ésima geração, de duas populações, P e Q, é dado, respectivamente, por $P(n) = 4^n$ e $Q(n) = 2^n$. Sabe-se que, quando $\dfrac{P(n)}{Q(n)} \geq 1024$, a população Q estará ameaçada de extinção. Com base nessas informações, essa ameaça de extinção. Com base nessas informações, essa ameaça de extinção ocorrerá a partir da:

a) décima geração
b) nona geração
c) oitava geração
d) sétima geração
e) sexta geração

11. (Vunesp) Considere as sequências (o_n) e (t_n), $n = 1, 2, 3, \cdots$, cujos termos gerais são respectivamente , $o_n = n(n+1)$ e $t_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. Demonstre que, para todo $n \geq 1$, $t_{2n} = 0_n + n^2$.

12. (FGV-SP) Os números 1, 3, 6, 10 , 15, $\cdots$ são chamados de números triangulares, nomenclatura esta justificada pela sequência de triângulos.



a) Determine uma expressão algébrica para o enésimo número triangular.
b) Prove que o quadrado de todo número inteiro maior que 1 é a soma de dois números triangulares consecutivos.

13. (UFSC) Uma função f é definida recursivamente como $f(n+1) = \dfrac{5f(n)+2}{5}$. Sendo $f(1) = 5$, o valor de $f(101)$ é:

a) 45
b) 50
c) 55
d) 60
e) 65

Jefferson Alexandre
Matemática