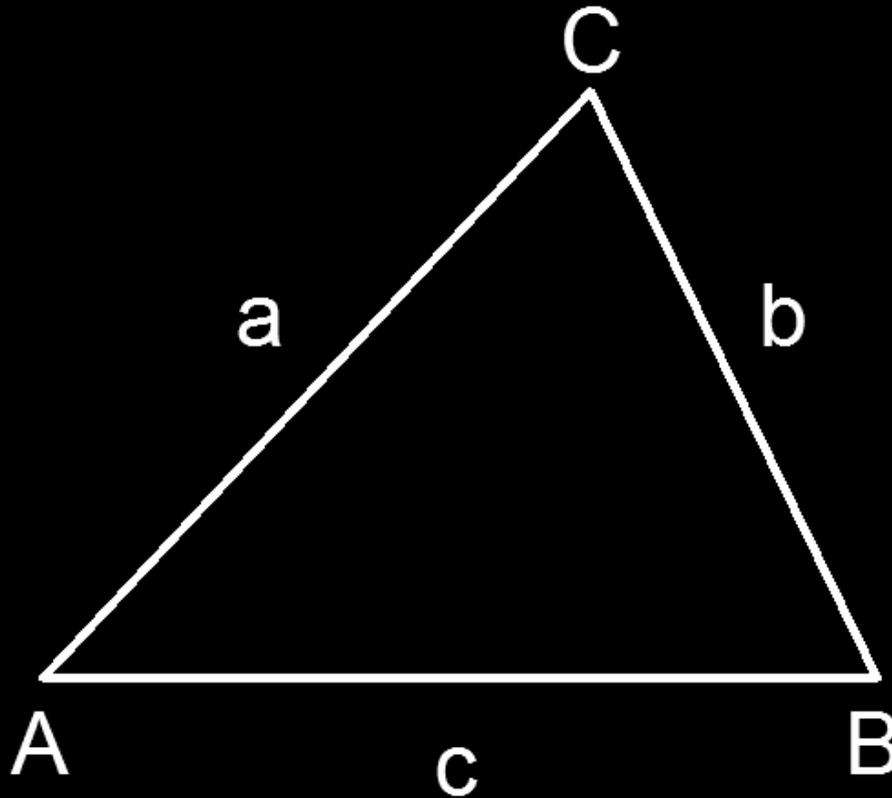


INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE

Triângulos

Professor: João Carmo

DEFINIÇÃO



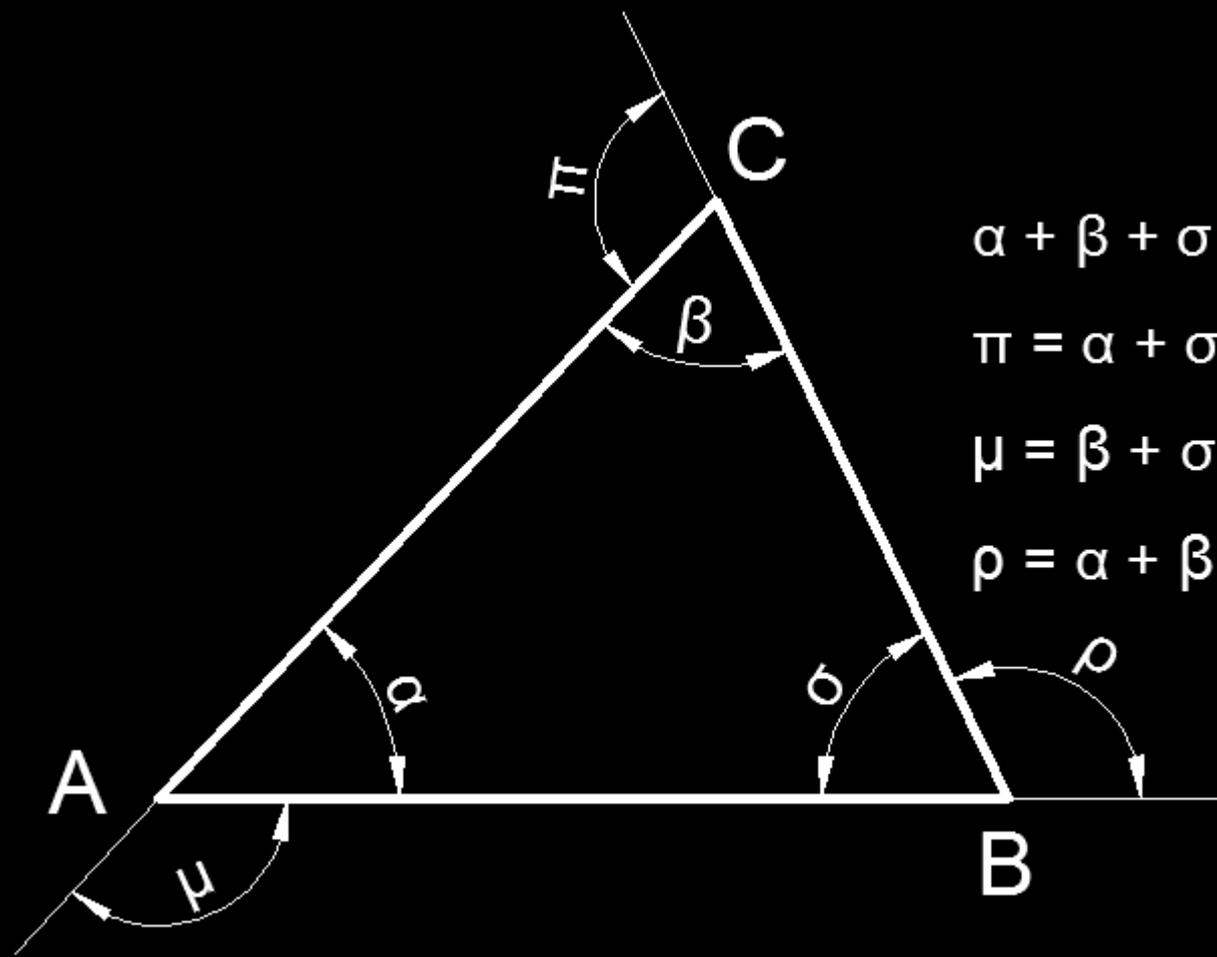
- Triângulo ou trilátero é um polígono de três lados.

Observações:

- a) O triângulo não possui diagonais;
- b) A área do triângulo é $A = b \times h/2$;
- c) O perímetro é a soma dos três lados.
- d) Qualquer lado é menor que a soma dos outros dois e maior que a sua diferença.

Observações:

- e) A soma dos ângulos internos é igual a 180° .
- f) A medida de um ângulo externo qualquer é igual à soma das medidas dos dois ângulos não-adjacentes a ele.



$$\alpha + \beta + \sigma = 180^\circ$$

$$\pi = \alpha + \sigma$$

$$\mu = \beta + \sigma$$

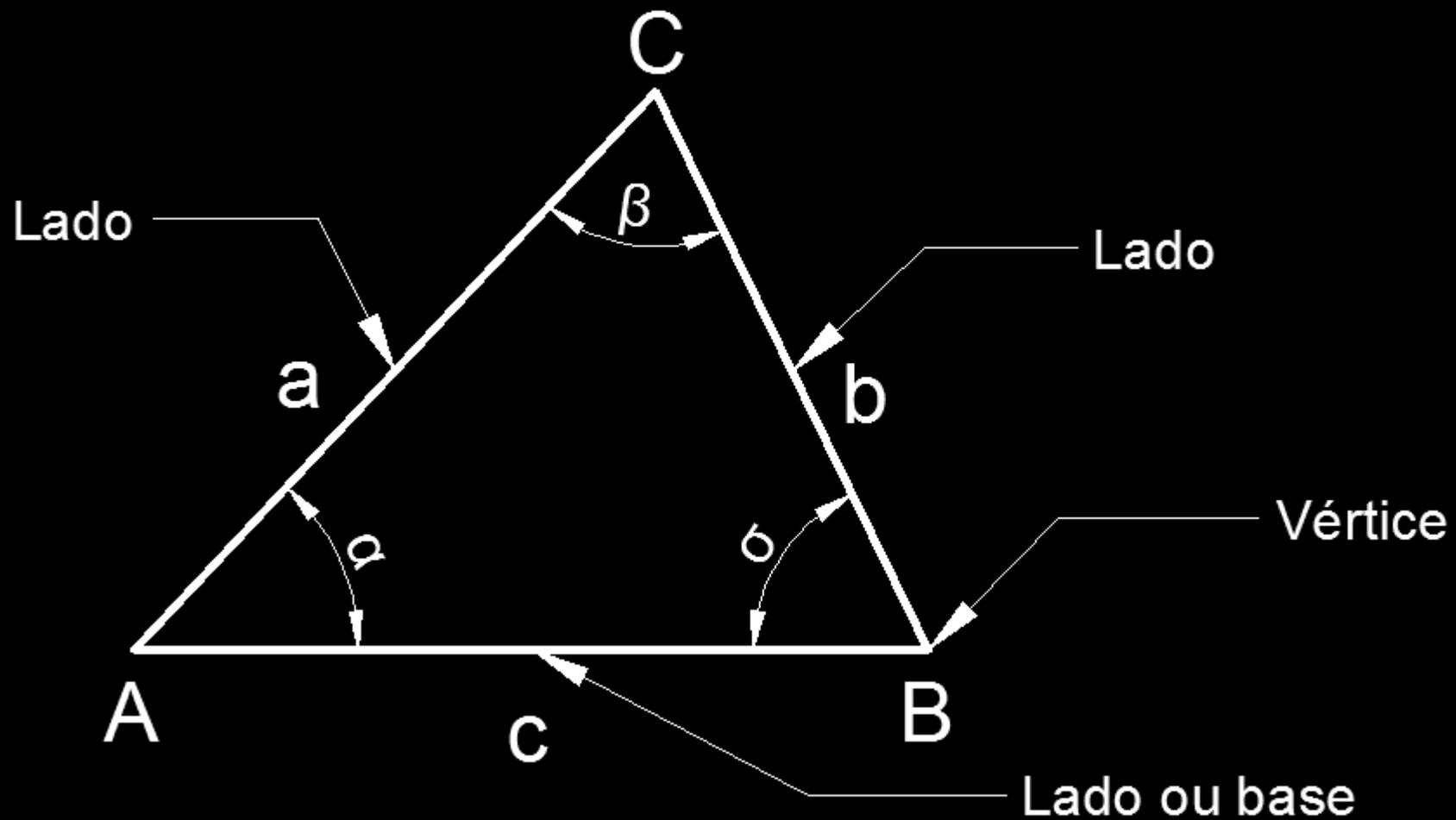
$$\rho = \alpha + \beta$$

ELEMENTOS DO TRIÂNGULO

- Base – é o lado do triângulo em que se supõe que ele assente.

- Vértice – é o ponto de encontro dos lados.

Obs.: Os vértices são representados por letras maiúsculas (A, B e C) e os lados, por letras minúsculas (a, b, c).



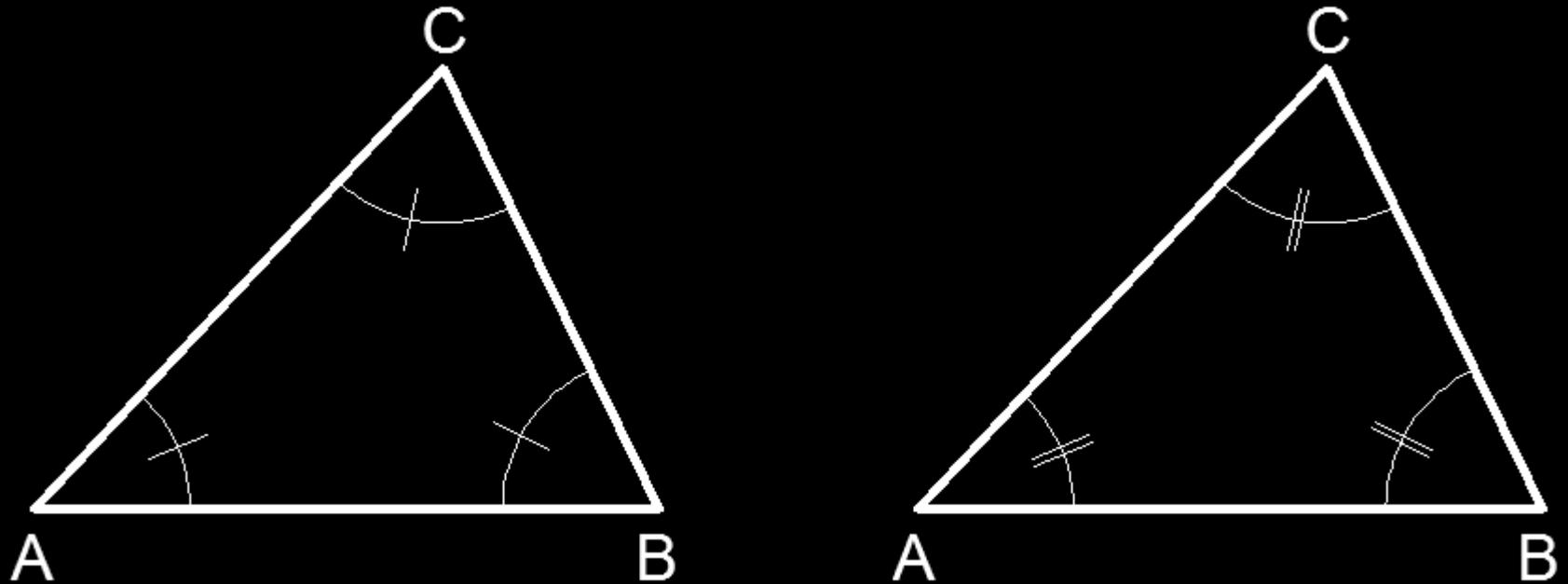
ELEMENTOS DO TRIÂNGULO

■ Todo triângulo tem:

- 03 lados;
- 03 vértices;
- 03 alturas;
- 03 medianas;
- 03 mediatrizes;
- 03 bissetrizes;

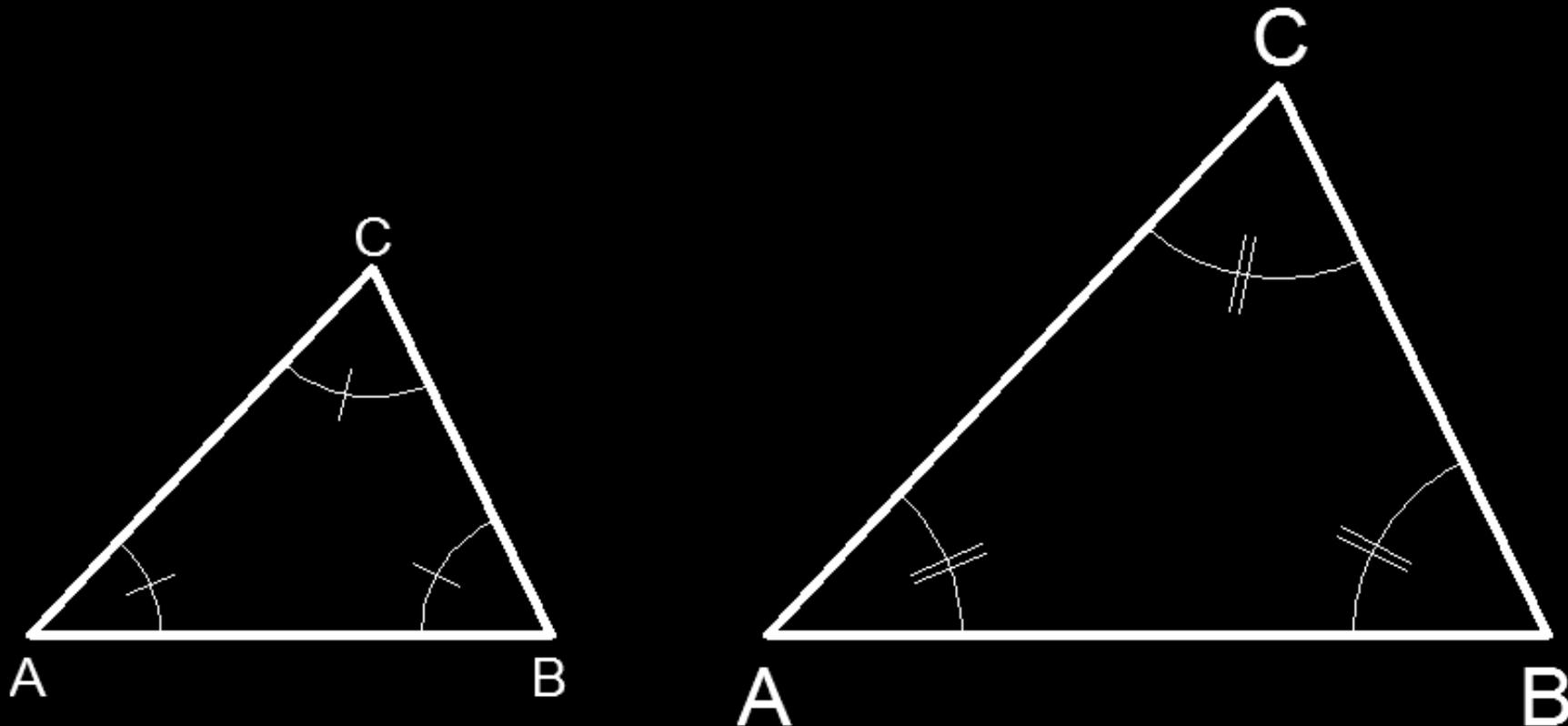
Obs.: Além desses elementos, os triângulos possuem infinitas cevianas.

RELAÇÃO ENTRE TRIÂNGULOS



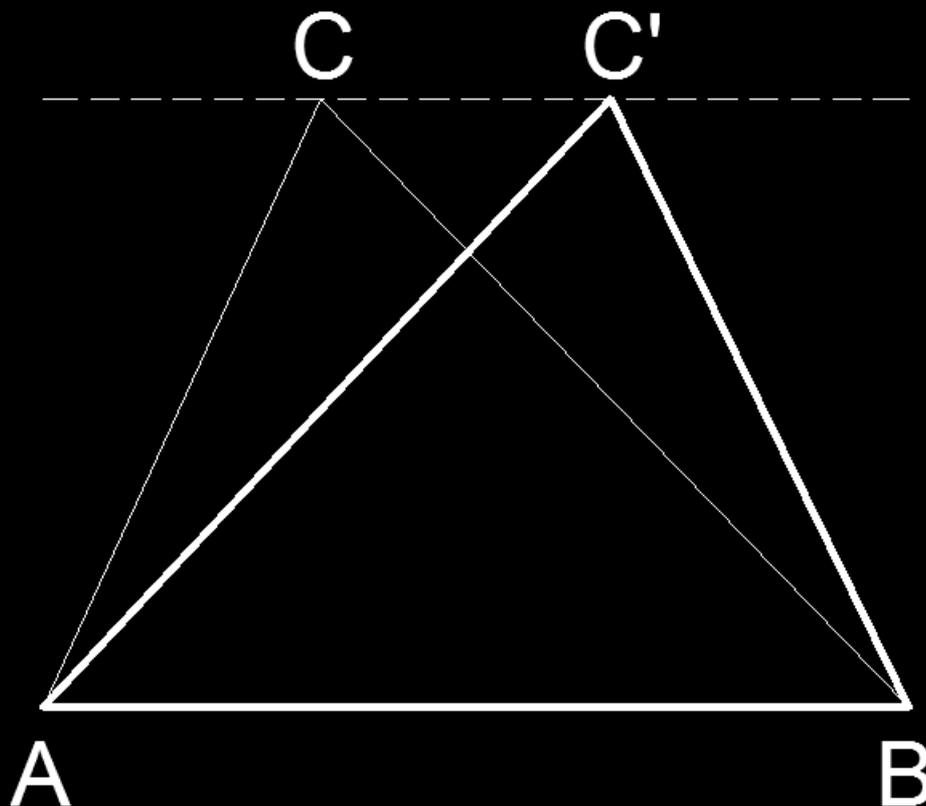
- Triângulos iguais – são iguais quando têm os três lados e ângulos respectivamente iguais.

RELAÇÃO ENTRE TRIÂNGULOS



- Triângulos semelhantes – são semelhantes quando tiverem os ângulos iguais, porém de tamanhos diferentes.

RELAÇÃO ENTRE TRIÂNGULOS



- Triângulos equivalentes – dois triângulos são equivalentes quando tiverem mesma base e altura. (áreas iguais)

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

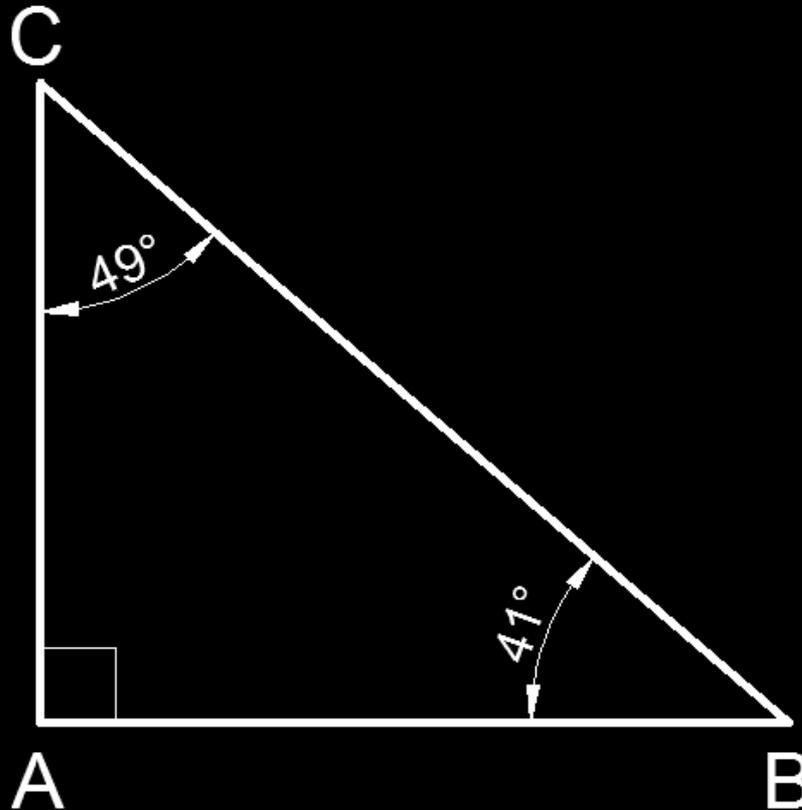
- Quanto aos ângulos:

- a) Retângulo

- b) Acutângulo

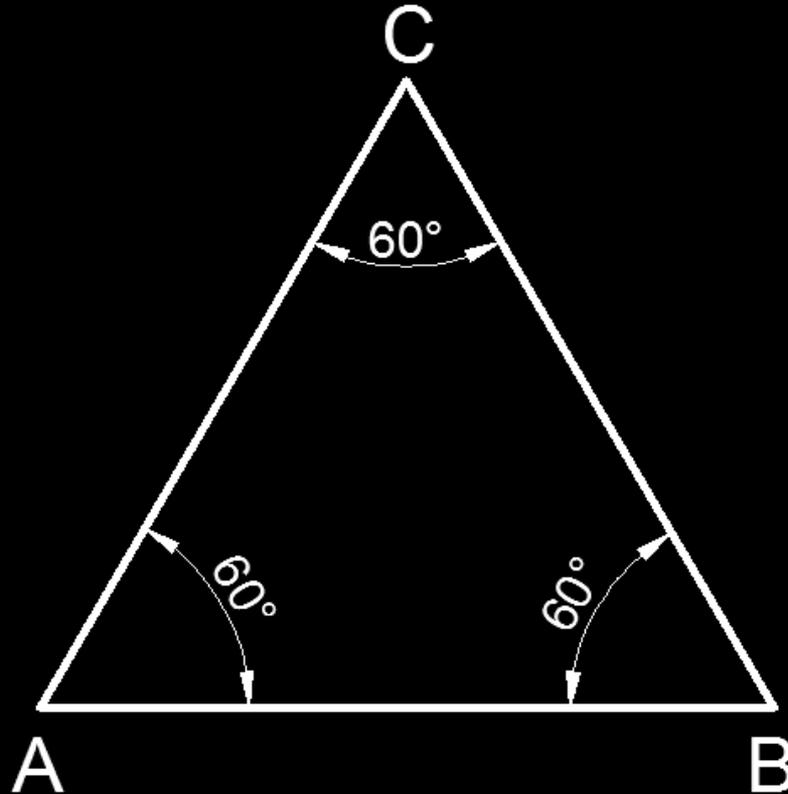
- c) Obtusângulo

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS



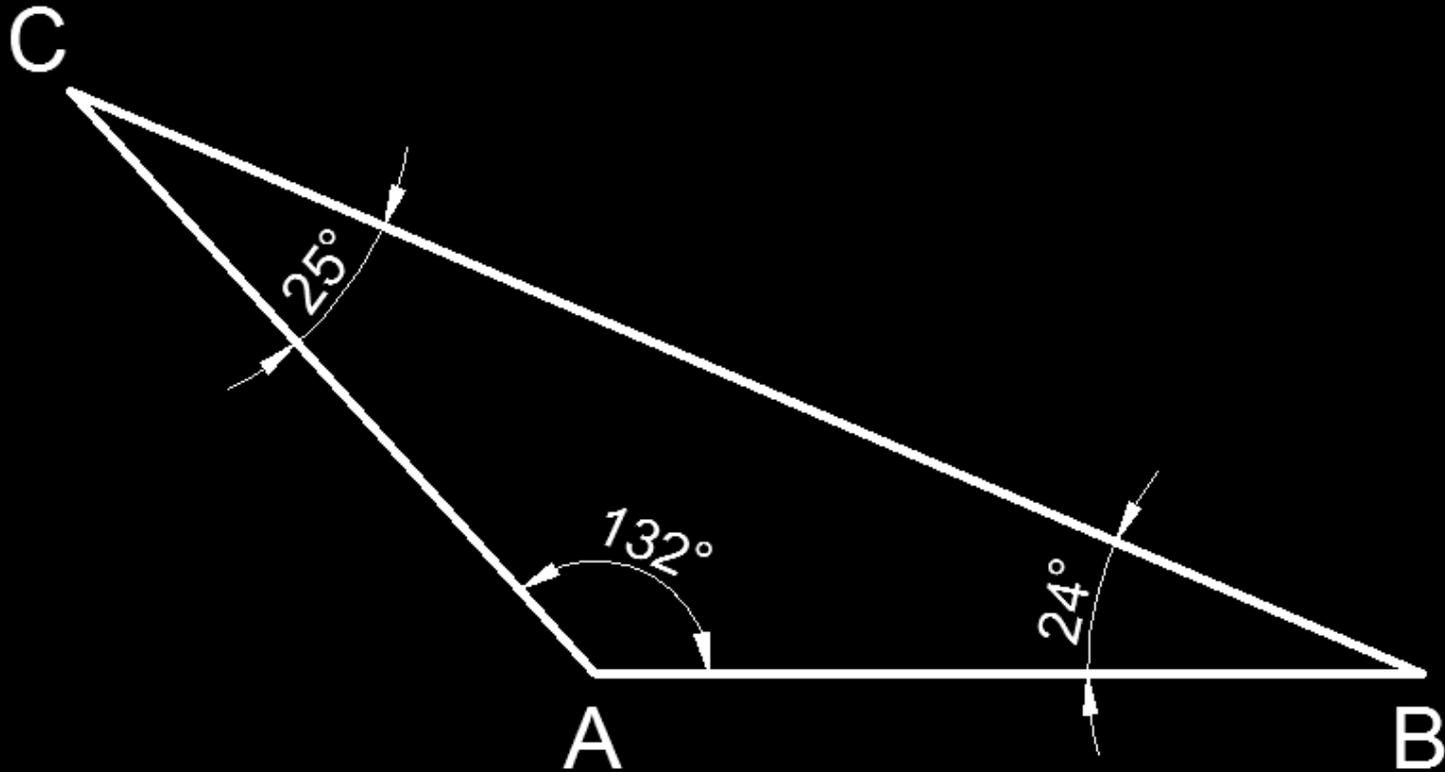
- Triângulo retângulo – quando tem um ângulo reto. ($=90^\circ$)

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS



- Triângulo acutângulo – quando tem os três ângulos agudos ($<90^\circ$)

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

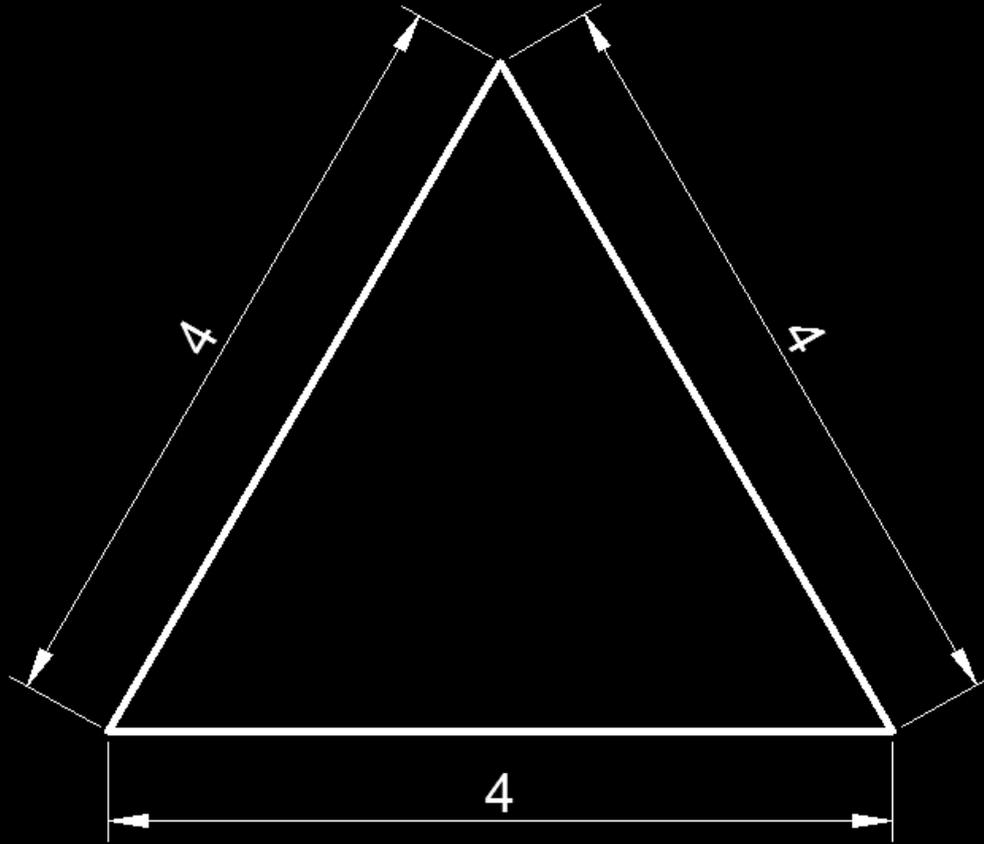


- Triângulo obtusângulo – quando tem um ângulo obtuso ($>90^\circ$)

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

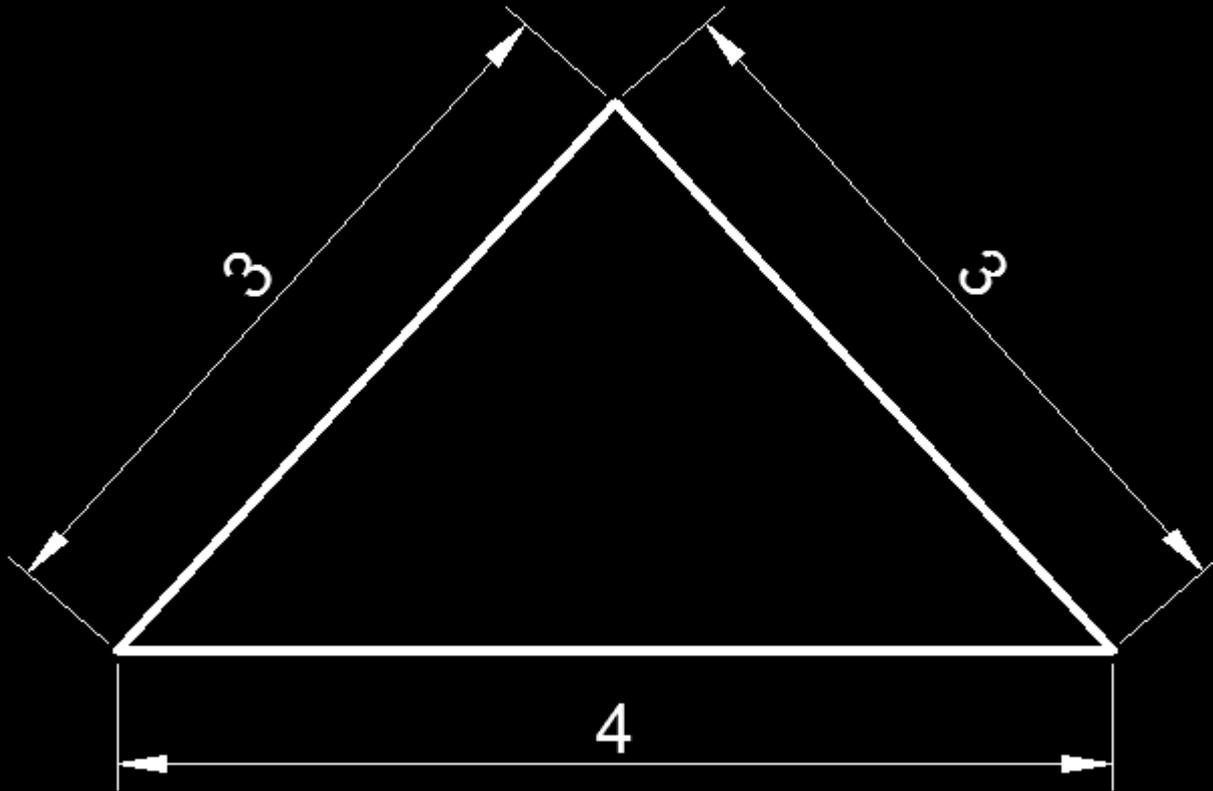
- Quanto às dimensões dos lados:
 - a) Equilátero
 - b) Isósceles
 - c) Escaleno

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS



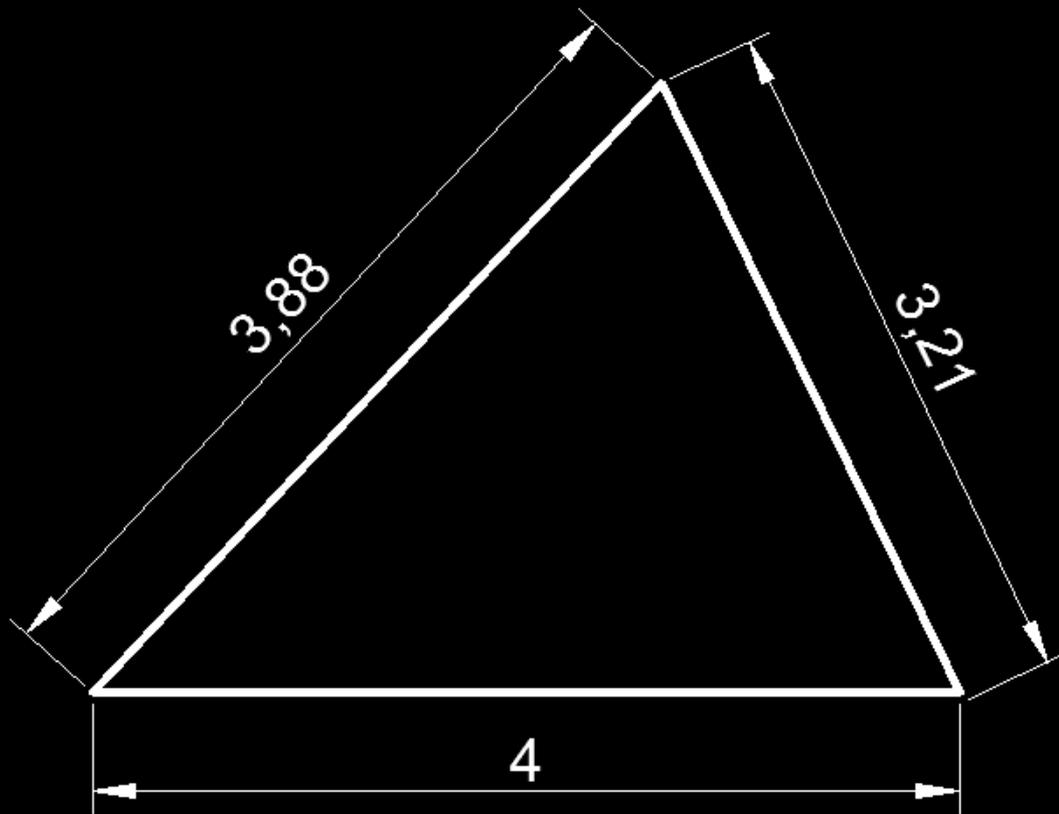
- Triângulo equilátero – quando tem os três lados iguais.

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS



- Triângulo isósceles – quando possuir apenas dois lados iguais.

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS



- Triângulo escaleno – quando tem os três lados diferentes.

EXERCÍCIOS: TRIÂNGULOS

- 1) Em um triângulo ABC sabe-se que o ângulo A é o dobro de B e que C é o triplo de B.
 - a) Calcule A, B e C.
 - b) Classifique o triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos.
 - c) **Considerando o segmento AC = 6cm, desenhe o triângulo.**

Resolução:

O ângulo B é o menor dos três. Considerando $B = X$, teremos: $A = 2X$ e $C = 3X$.

Como $A + B + C = 180^\circ$, temos:

$$2X + X + 3X = 180^\circ$$

$$6X = 180^\circ$$

$$X = 30^\circ$$

Logo, $A = 2X = 60^\circ$ e $C = 3X = 90^\circ$

Resolução:

Como os três ângulos internos têm medidas diferentes, os três lados do triângulo também têm medidas diferentes.

Assim, o triângulo é ESCALENO. Por outro lado, como $C = 90^\circ$, temos que o triângulo é RETÂNGULO.

Respostas:

a) $A = 60^\circ$, $B = 30^\circ$ e $C = 90^\circ$

b) O triângulo é escaleno e retângulo

EXERCÍCIOS: TRIÂNGULOS

- 2) Em um triângulo isósceles, o ângulo do vértice é o triplo de um ângulo da base.
- a) Calcule os ângulos.
 - b) Considerando a base do triângulo 5cm, desenhe o triângulo.**

Resolução:

Desenhe um croqui, em que ABC é o triângulo em questão. Vamos supor que o ângulo A seja o ângulo do vértice. Fazendo $B = X$, teremos: $A = 3X$, $C = X$.

$$\text{Como } A + B + C = 180^\circ$$

$$3X + X + X = 180^\circ$$

$$X = 36^\circ$$

$$\text{Logo, } A = 3X = 108^\circ$$

Respostas:

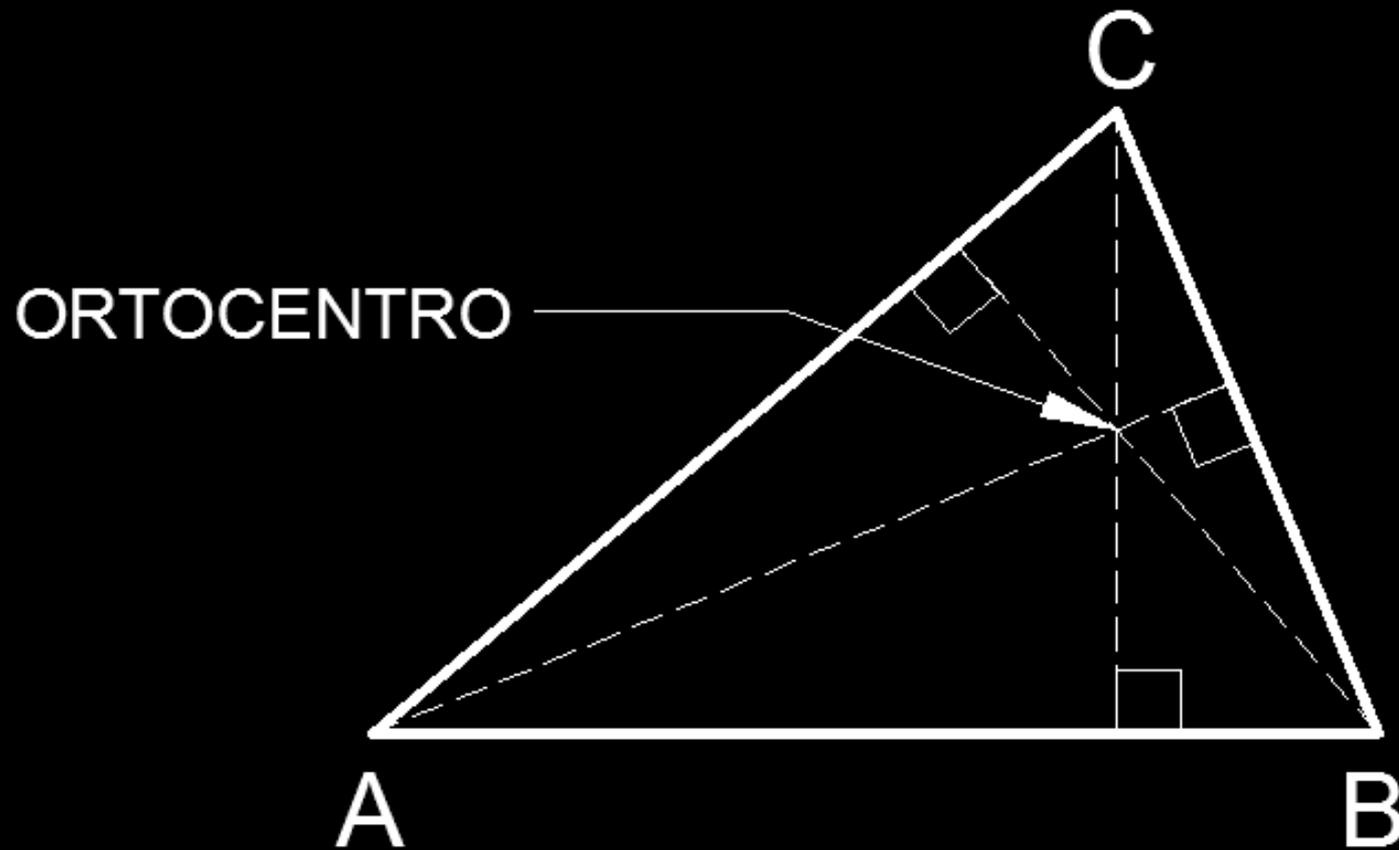
$$\text{a) } A = 108^\circ, B = 36^\circ \text{ e } C = 36^\circ$$

PONTOS NOTÁVEIS

a) Altura do triângulo

- É a perpendicular traçada do vértice ao lado oposto.
- Todo triângulo tem três alturas.
- O ponto de encontro das alturas chama-se ORTOCENTRO. O ortocentro, dependendo do triângulo, pode cair fora do mesmo.

Obs.: Dependendo do triângulo o ORTOCENTRO pode cair fora do mesmo.

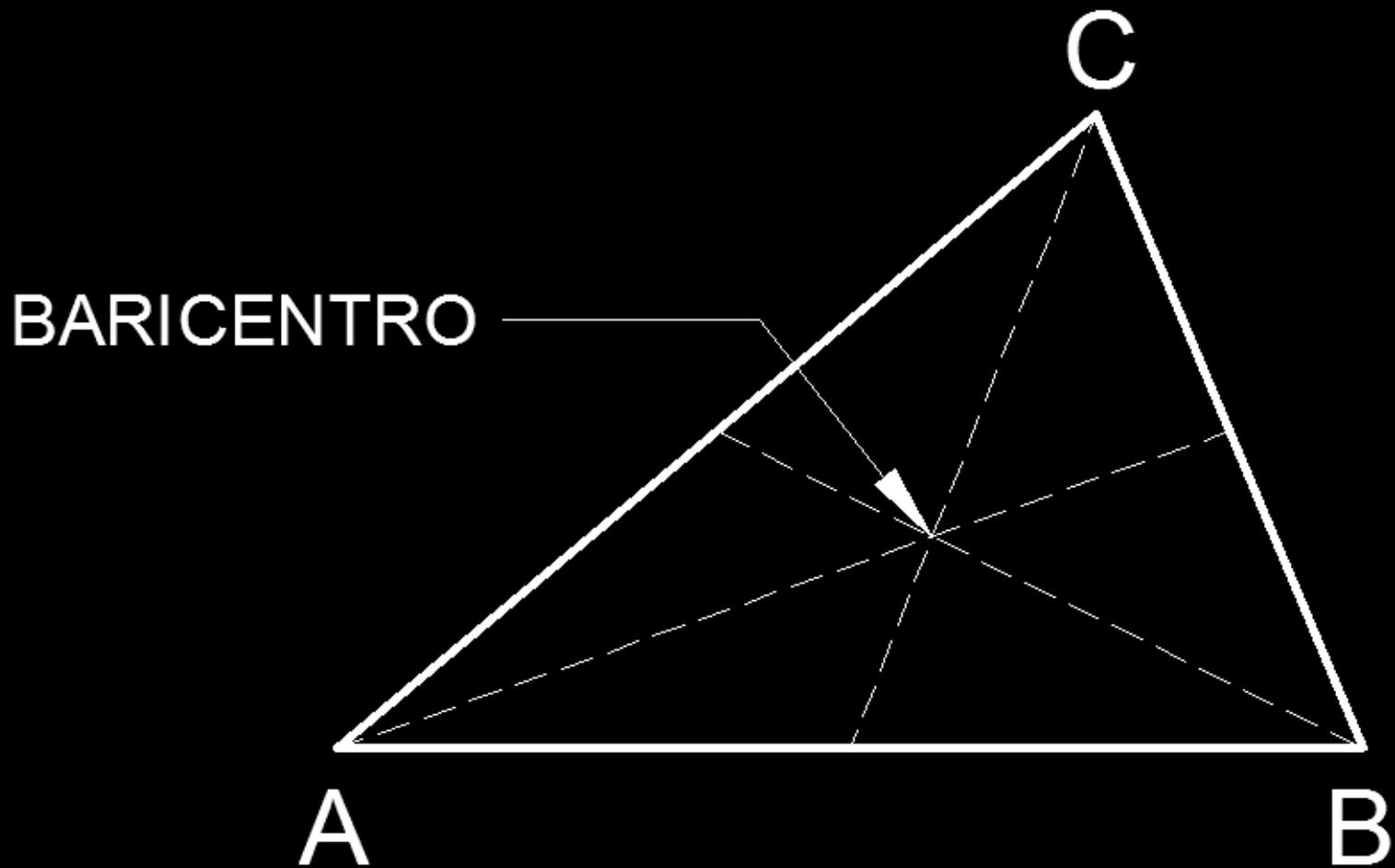


Obs.: O encontro das alturas do triângulo define o ORTOCENTRO.

PONTOS NOTÁVEIS

b) Mediana

- É o segmento que une o vértice ao meio do lado oposto.
- Todo triângulo tem três medianas.
- O ponto de encontro das medianas chama-se **BARICENTRO** (é o centro de gravidade do triângulo).



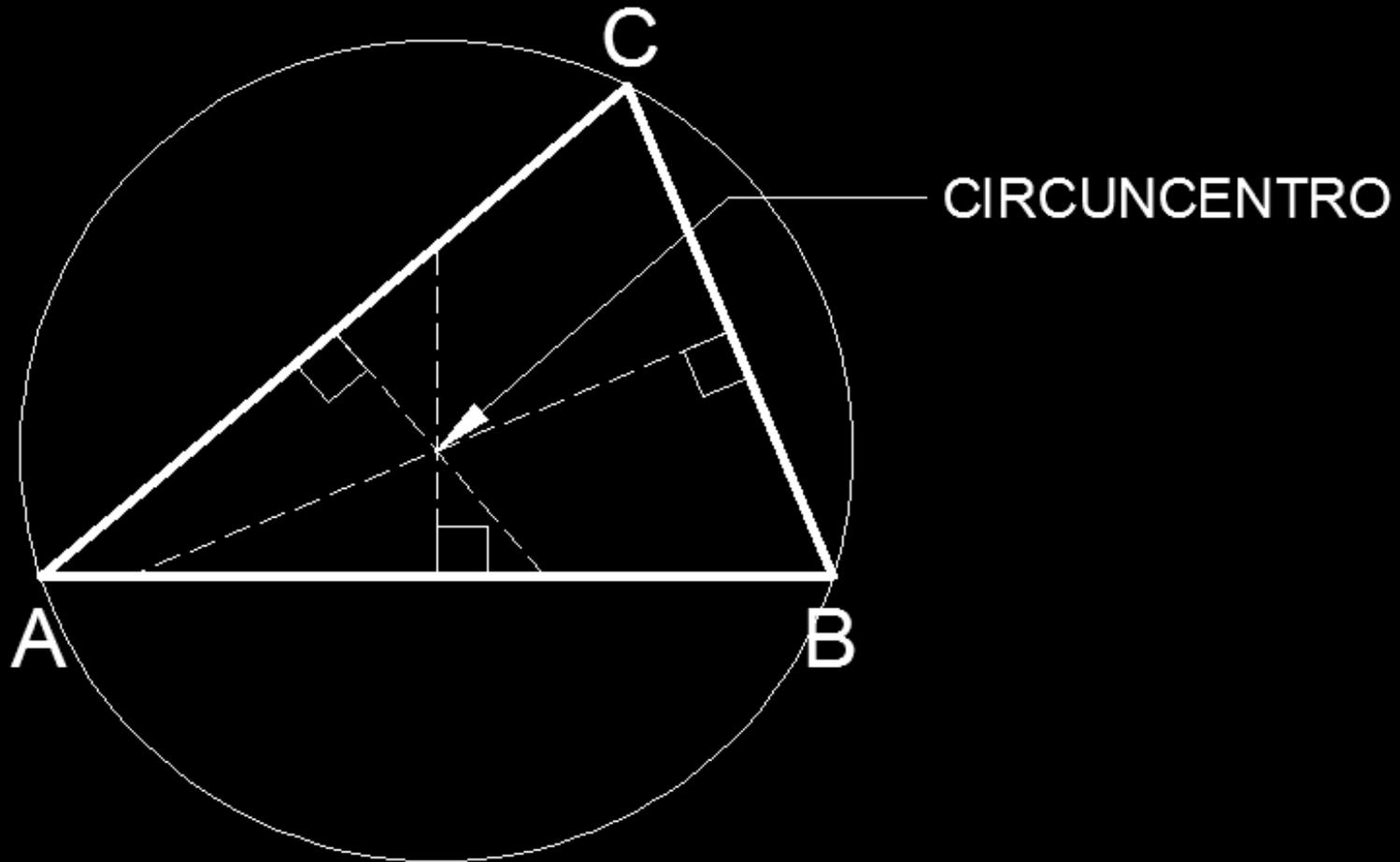
Obs.: O encontro das medianas do triângulo define o BARICENTRO.

PONTOS NOTÁVEIS

c) Mediatriz

- É a perpendicular traçada pelo meio de cada lado do triângulo.
- O ponto de encontro das mediatrizes chama-se CIRCUNCENTRO.

Obs.: Dependendo do triângulo a mediatriz pode cair fora do mesmo.

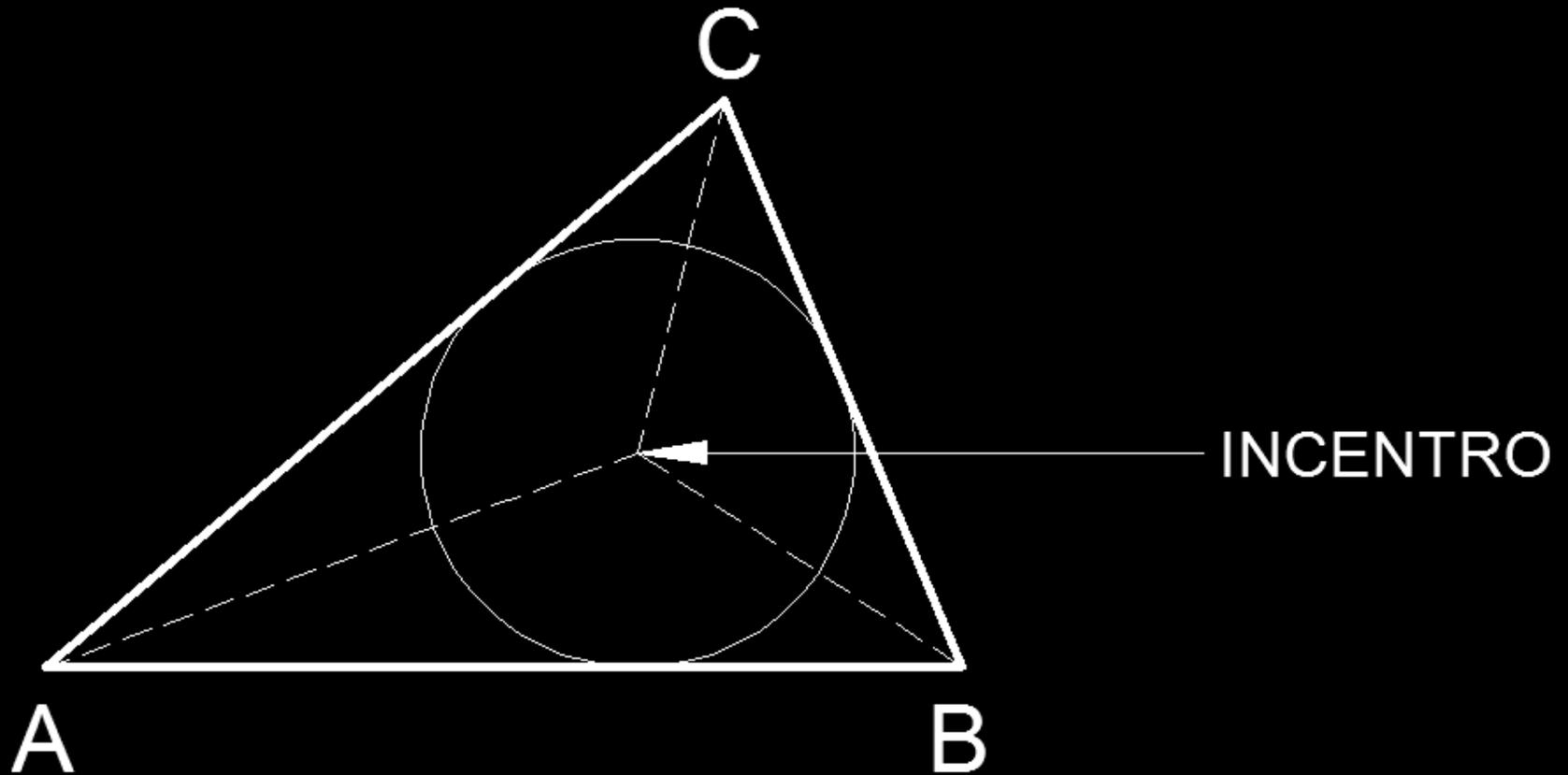


Obs.: O encontro das mediatrizes do triângulo define o CIRCUNCENTRO.

PONTOS NOTÁVEIS

d) Bissetriz

- São as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo.
- O ponto sempre interno de encontro das bissetrizes de um triângulo chama-se **INCENTRO**.
- O **INCENTRO** é o ponto usado para inscrever uma circunferência.

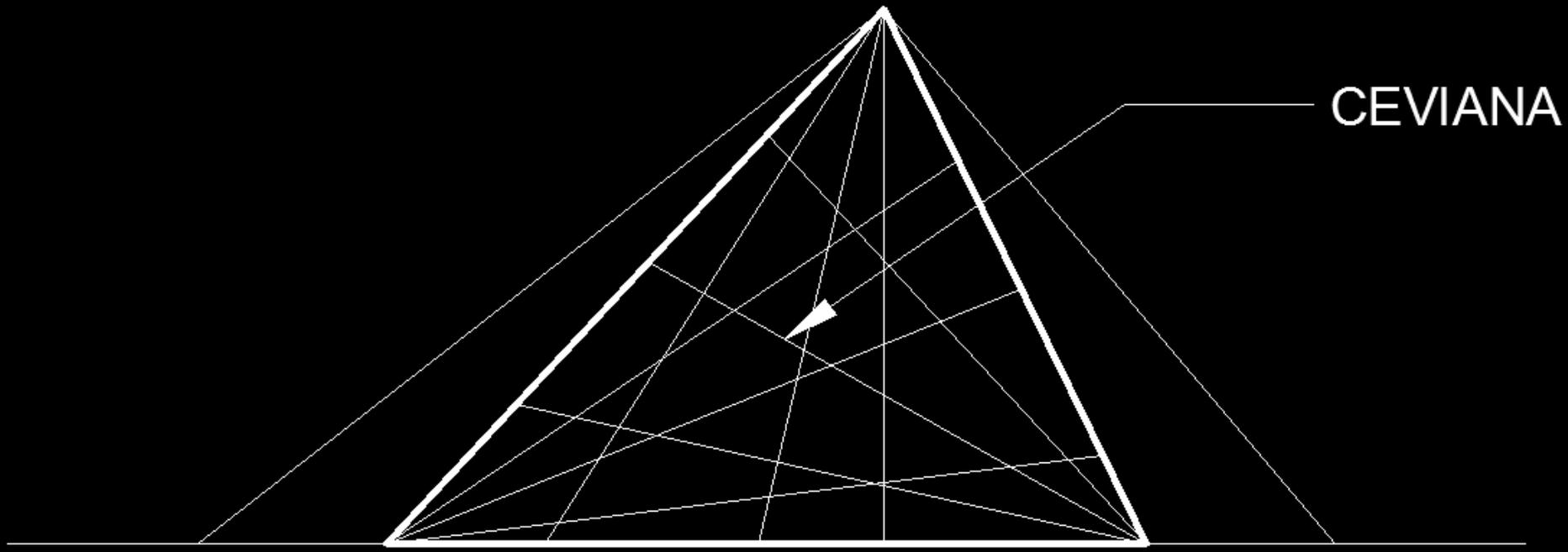


Obs.: O encontro das Bissetrizes do triângulo define o INCENTRO.

CEVIANAS

- São linhas que, partindo do vértice, tocam em um ponto qualquer da reta suporte do lado oposto a esse vértice.
- Em um triângulo existem infinitas cevianas.

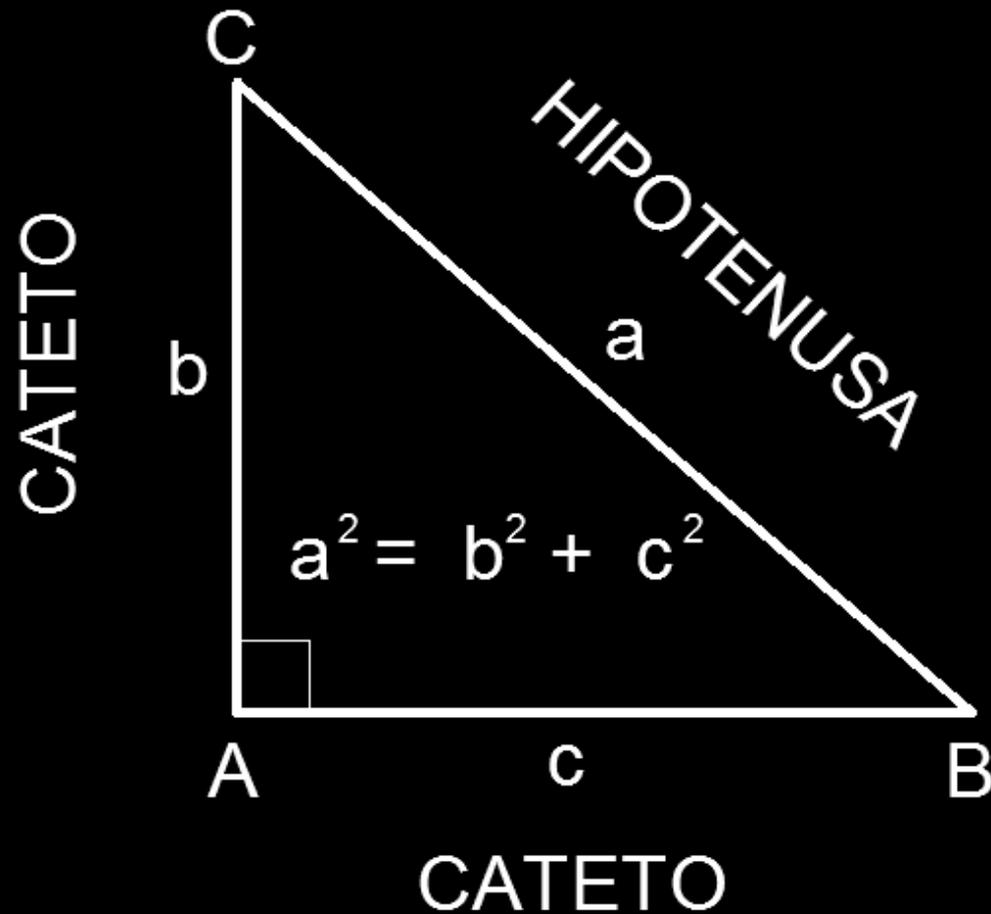
Obs.: O triângulo retângulo, devido à sua larga aplicação, tem nomes especiais para as cevianas: HIPOTENUSA e CATETOS.



CEVIANA

CEVIANAS

- Catetos – São os lados que formam o ângulo reto de um triângulo retângulo.
- Hipotenusa – É o lado que se opõe ao ângulo reto de um triângulo retângulo.

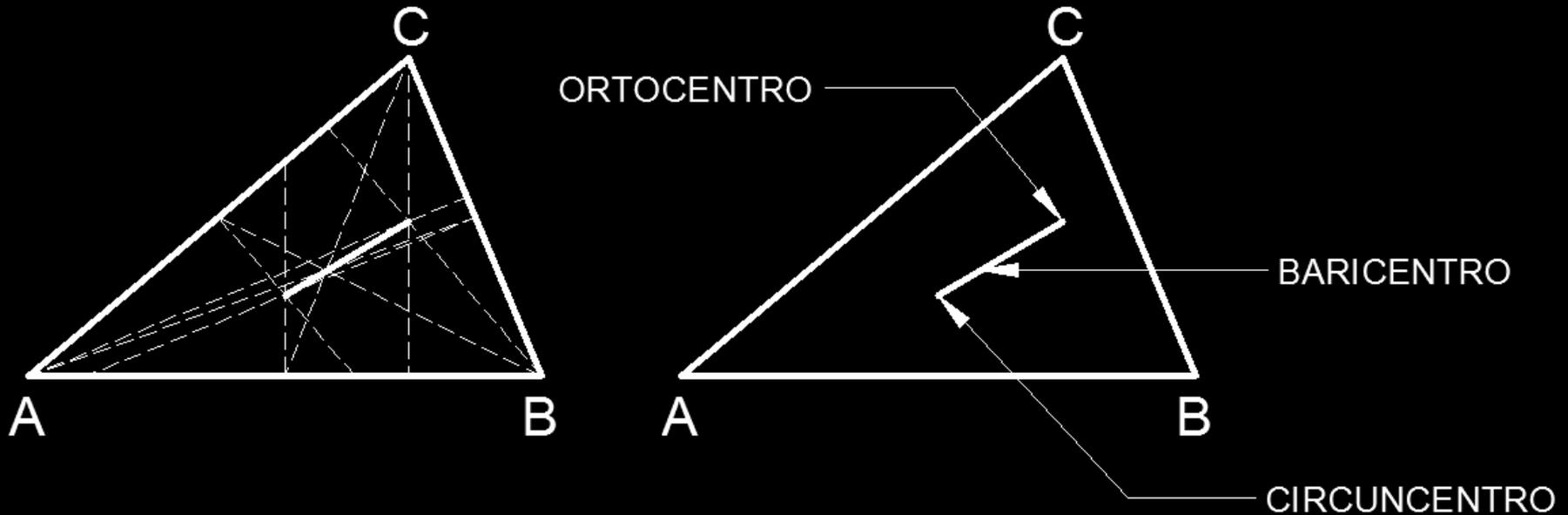


TEOREMA DE PITÁGORAS

TEOREMA DE PITÁGORAS

- É uma relação matemática entre os lados de um triângulo retângulo.
- Afirma que: “*em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.*”

RETA DE EULER



- O CIRCUNCENTRO, o BARICENTRO e o ORTOCENTRO de um triângulo são colineares (Reta de Euler).