APLICAÇÕES PRÁTICAS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES[1]

Leila Cristina da Silva[2]
Silverlan Amaral do Carmo Feitoza[3]
Ms. Luzitânia Dall'Agnol[4]

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi apresentar Sistemas de Equações Lineares dentro de sua prática, apresentando exemplos não somente aplicados a sala de aula, mas em outras áreas de interesse social. Porém, para se chegar a aplicação atualizada de Sistemas de Equações Lineares fez-se necessária fazer uma pesquisa bibliográfica sobre a história dos matemáticos que contribuíram para a descoberta da teoria de Sistemas de Equações Lineares. No entanto, a ênfase está em aplicar Sistemas de Equações Lineares dentro do contexto da compra de um terreno junto a uma imobiliária na cidade de Ariquemes – RO, demonstrando que os resultados obtidos através da Regra de Cramer são semelhantes ao fornecido pela imobiliária porque no desenvolvimento do sistema envolveu taxas que oscilam segundo a inflação do país. A finalidade deste estudo foi alcançada, pois no decorrer da pesquisa conseguiu demonstrar a resolução de problemas do cotidiano através dos conteúdos matemáticos comprovando que a Matemática está ligada à realidade de todos mesmo que de maneira imperceptível e que é possível aplicá-la à prática.

Palavras-chave: Sistemas de Equações Lineares, Prática, Demonstrar.

.

ABSTRACT

The objective of this study was to present Systems of Linear Equations within their practice and provide examples not only applied to the classroom as well as in other areas of social interest. But to get the updated application of Systems of Linear Equations was required to do a literature search on the history of the mathematicians who contributed to the discovery of the theory of Systems of Linear Equations. However, the emphasis is to apply Systems of Linear Equations within the context of purchase of land near a property in the city of Ariquemes - RO, showing that the results obtained by Cramer's rule is similar to that provided by the estate because the development system involved varying rates according to inflation in the country. The purpose of this study was achieved, because during the research failed to demonstrate the resolution of everyday problems through mathematical content proving that mathematics is connected to the reality of all even if imperceptibly, and you can apply it to practice.

Keywords: Systems of Linear Equations, Practice, demonstrate

---

[1] Artigo apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciatura em Matemática das Faculdades Integradas de Ariquemes – FIAR.
[2] Discente do curso de matemática.
[3] Discente do curso de matemática.
[4] Professora Orientadora e docente nas Faculdades Integradas de Ariquemes - FIAR

INTRODUÇÃO

Pretende-se demonstrar a aplicabilidade de Sistemas de Equações Lineares contextualizando com a aquisição de terrenos na cidade de Ariquemes. Para fazer esta aplicação na prática buscou junto a uma imobiliária, nesta cidade, dados que pudessem contribuir para o desenvolvimento deste artigo.

Cada vez mais jovens e adultos, solteiros e casados estão buscando a sua casa própria, assim sendo a aquisição de terrenos, os chamados loteamentos, se tornou a maneira fácil para adquirir um imóvel, além disso, os planos de pagamentos estão facilitados para contemplar a todas as classes sociais.

Com os dados fornecidos pela imobiliária que suprem os requisitos para montar as equações de um sistema, que são: o valor pago inicialmente, o período de pagamento que no caso destes exemplos são de 72 meses e o IGP-M (Índice de Preço de Mercado) utilizado para o reajuste. Com estas informações demonstrar-se-á como foi encontrado o valor da quitação e projeções para outros exemplos semelhantes a estes, desde que tenham os dados para substituir nas equações.

Como este é um exemplo que atraí há muitas pessoas, tanto jovens como adultos, buscou relacionar a prática com a teoria Matemática e assim, demonstrou aos interessados como é possível relacionar essa prática a Sistemas de Equações Lineares.

Entende-se que há grande dificuldade encontrada por crianças, jovens e adultos no que se refere à Matemática, pois o conceito que se tem é de algo difícil e desnecessário, que para nada serve. Isso ocorre, pois quando tiveram contato com conteúdos Matemáticos provavelmente lhes foram mostrados de maneira correta, porém, talvez sem muito envolvimento. Daí que

> [...] as experiências e o modo natural de envolvimento para o desenvolvimento das noções matemáticas com vistas à aquisição de diferentes formas de percepção da realidade. Mas ainda é preciso avançar no sentido de conduzir as crianças a perceberem a evolução das idéias matemáticas, ampliando progressivamente a compreensão que delas se tem. (MIGUEL, 2002, p. 383).

Através de exemplos práticos do cotidiano pode-se aplicar a Matemática escolar à realidade de tal maneira que evidencie sua importância.

A finalidade da aplicação de Sistemas Equações Lineares é encontrar as possíveis soluções que o problema oferece, sejam elas uma única solução ou infinitas soluções. Para Dante (2008, p. 832), “Resolver um sistema linear significa descobrir o seu conjunto solução S, formado por todas as soluções do sistema”. Ou seja, as possíveis soluções de Sistemas de Equações Lineares são classificadas de três maneiras: ele pode ser um sistema possível e determinado, com apenas uma única solução; pode ser um sistema impossível, ou seja, sem nenhuma solução; ou ainda ser um sistema possível e indeterminado, com infinitas soluções.

Para elaboração deste artigo também foi feito um breve levantamento histórico sobre a origem de Sistemas de Equações Lineares e os principais matemáticos que contribuíram para o progresso deste conteúdo.

1 HISTÓRIA DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

De acordo com Pereira e Haffner (online, 2011), a teoria de Sistemas de Equações Lineares surgiu à primeira vez, no oriente, aproximadamente no ano de 250 a. C. encontrado no livro chinês *Chiu-chang Suan-shu* (Nove Capítulos sobre Aritmética). Os matemáticos chineses utilizavam barras de bambus sobre quadrados de um tabuleiro para descrever seus coeficientes, surgindo assim o método de eliminação que posteriormente seria melhorado e passaria a ser conhecido como Regra de Cramer. Observa-se o seguinte exemplo:

> Três fardos de uma boa colheita, dois fardos de uma colheita medíocre, e um fardo de uma colheita ruim foram vendidos por 39 dou. Dois fardos da boa, três da medíocre, e um da ruim foram vendidos a 34 dou; e um da boa, dois da medíocre, e três da ruim foram vendidos a 26. Qual o preço recebido pela venda de cada fardo associado a boa colheita, a colheita medíocre e a colheita ruim? (PEREIRA, online, 2011, p. 01).

O autor explica que para resolução deste problema os chineses utilizaram bambus de diferentes tamanhos e cores para fazer a representação matemática e assim, encontraram a solução do Sistema de Equações Lineares.

Nos estudos sobre Sistemas de Equações Lineares no oriente Domingues enfatiza que Takakazu Seki Kowa (1642-1708), considerado o maior matemático japonês do século XVII, elaborou um trabalho em 1683 onde abordou o conceito de

Determinante através de estudos sobre Sistemas de Equações Lineares desenvolvidos por matemáticos chineses. Segundo ele as pesquisas no ocidente sobre o uso de Determinantes começou dez anos após os estudos de Kowa, através de Sistemas de Equações Lineares por meio de pesquisas do matemático Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), em 1693 ele escreveu uma carta a Guillaume de L'Hospital (1661-1704), que fora publicada em 1850 e redescoberto anos após por Maclaurin, onde ele usava números que indicavam linhas e colunas como equações:

$$\begin{aligned} a_1+b_1x+c_1y=0 \\ a_2+b_2x+c_2y=0 \\ a_3+b_3x+c_3y=0 \end{aligned}$$

Segundo Boyer (1996, p. 297) “a bem conhecida regra de Cramer, publicada em 1750 por Cramer provavelmente era conhecida por Maclaurin desde 1729, quando ele estava escrevendo uma álgebra a título de comentário da *Arithmetica universalis* de Newton”. Ele afirma que o nome de Colin Maclaurin (1698-1746), está ligado a uma série da qual ele não foi o descobridor, o nome de Gabriel Cramer (1704-1752), se enquadra na mesma situação. Possivelmente a Regra de Cramer já era conhecida por Maclaurin, todavia fora publicada dois anos após a sua morte em seu livro *Treatise os Algebra de Maclaurin no ano de* 1748, onde ele usava a regra para resolver equações por Determinantes.

Boyer ainda afirma que a abordagem de Sistemas de Equações Lineares adotada por Cramer foi viável considerando a praticidade na resolução, diferentemente da resolução expressa por Maclaurin, ou seja, onde os índices estavam ligados aos coeficientes afins de que pudessem facilitar a determinação dos sinais. Representado por:

$$n \begin{cases} a_1x_1+\ldots+a_{1n}x_n=b_1 \\ \quad\vdots \\ a_{n1}x_1+\ldots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases}$$

Um estudo aprofundado sobre a Regra de Cramer será apresentado em uma seção especial, tendo em vista que o objetivo deste capítulo é a historicidade de Sistemas de Equações Lineares, onde se fará apenas uma introdução sobre a importância de Cramer e sua contribuição matemática para o tema em estudo.

Boyer (1996) acrescenta que o matemático Étienne Bézout (1730-1783), compilou os estudos de Cramer para encontrar resoluções de sistemas de n equações e n incógnitas: “O próprio Bézout não era um mero compilador, e seu nome é hoje familiar em conexão com o uso de determinantes na eliminação algébrica” (BOYER, 1996, p. 321), pois ele aperfeiçoou e contribuiu para a resolução e avanço de pesquisas sobre Sistemas de Equações Lineares. Para ele, Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), acreditava que os Determinantes estavam relacionados a funções simétricas, no entanto, o trabalho de Cauchy e Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855), muito se assemelha, não apenas na resolução de Determinantes, mas em outros conteúdos matemáticos. Apesar de Gauss ter sido um importante matemático, ele pouco contribuiu para a resolução de Determinantes, apenas na terminologia.

Não pode pesquisar Sistemas de Equações Lineares sem mencionar que os princípios adotados para resolução de Determinantes e Sistemas de Equações Lineares são os mesmos. Considerando que todo método de resolução de Sistemas de Equações Lineares, fora descoberto para solucionar Determinantes e posteriormente passou a utilizá-los para Sistemas de Equações Lineares.

Muitos foram os nomes de matemáticos que contribuíram para o estudo de Determinantes, entre eles estão: Pierre Simon Marquis de Laplace (1749-1827), Joseph Louis Lagrange (1736-1813), Alexandre-Theóphile Vandermonde (1735-1796), a história de Determinantes é muito abrangente, porém, os matemáticos que se destacaram foram estes.

Este capítulo discorreu uma breve história sobre os matemáticos e pesquisadores que influenciaram no estudo de Determinantes que são de suma importância para a resolução de Sistemas de Equações Lineares. Como mencionado anteriormente à finalidade deste trabalho é uma abordagem mais ampla sobre a Regra de Cramer com exemplos práticos ligados ao cotidiano das pessoas e para tal foi feito uma pesquisa sobre como aplicá-la na prática.

2 MÉTODOS DE RESOLUÇÕES DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

2.1 EQUAÇÃOLINEAR

Antes de abordar o conteúdo de “Sistemas de Equações Lineares”, faz-se necessário explicar a diferença entre Equações Lineares e Sistemas de Equações Lineares.

Lay (1999) afirma que:

> Uma **equação linear**, nas variáveis $x_1, \ldots, x_n$, é uma equação que pode ser escrita na forma $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$ onde b e os **coeficientes** $a_1, \ldots, a_n$ são números reais ou complexos, geralmente já conhecidos. O subíndice n pode ser qualquer inteiro positivo (LAY, 1999, p. 2, grifos do autor).

Para alguns autores de livros didáticos de Ensino Médio, utiliza-se também Equação Linear para formar um Sistema de Equações Lineares, entretanto nos mesmos livros não se encontram exemplos onde seus coeficientes sejam números complexos, mas para formar um sistema é necessário duas ou mais equações.

Dante (2008) dá a seguinte definição do que são: incógnitas, coeficientes e termos independentes:

> De modo geral, denomina-se equação linear toda equação que pode ser escrita na forma: $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n = b$
> na qual:
> - $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ são as incógnitas;
> - $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ são números reais chamados coeficientes das incógnitas;
> - **b** é o termo independente (Dante, 2008, p. 380, grifos do autor).

Ou seja, Equação Linear é composta por somas ou produtos de constantes e incógnitas do tipo $ax+b=0$, onde a é diferente de zero.

Todavia Iezzi et al, (2004, p. 199) afirma que, “toda equação homogênea $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots a_nx_n$ admite a sequência $(0, 0, \ldots, 0)$ como solução, pois, quaisquer que sejam os coeficientes $a_1 + a_2 + \ldots a_n$, tem-se: $a_1 . 0 + a_2 . 0 + \ldots a_n .0 = 0$.", admitindo assim a mesma situação para Sistemas de Equações Lineares.

2. 2 SISTEMA DE EQUAÇÃO LINEAR

Para Dante (2008, p. 381, grifos do autor) "denomina-se *sistema linear m x n* o conjunto **S** de **m** equações lineares em **n** incógnitas". Como demonstrado na sessão anterior para que se tenha um Sistema de Equações Lineares, é necessário duas ou mais equações.

Sistema de Equação Linear e Sistema Linear têm o mesmo significado, este sendo a forma abreviada daquele. Entretanto, neste trabalho utilizar-se-á a primeira nomenclatura.

Em comum acordo Dante (2008) afirma que um Sistema de Equação Linear pode apresentar três possíveis soluções, são elas: ele pode ser um sistema possível e determinado (SPD), com apenas uma única solução; pode ser um sistema impossível (SI), ou seja, sem nenhuma solução; e ainda podendo ser um sistema possível e indeterminado (SPI), com infinitas soluções.

Para que a solução de um sistema seja possível e determinado (SPD) é necessário que ele tenha apenas um resultado como solução, para o sistema em exemplo a única solução será o par ordenado (4,1).

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$$

Um sistema é possível e indeterminado (SPI) quando possuí infinitos resultados para x e y, ou seja, não existem valores que satisfaça simultaneamente as duas equações. O sistema a seguir é uma demonstração de SPI, onde os valores de x e y assumem infinitas soluções tais como: (0,4), (1,3), (2,2), (3,1) e etc.

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 0x-ay=o \end{cases}$$

Como exemplo para sistema impossível (SP), tem:

$$\begin{cases} x+y=9 \\ x+y=5 \end{cases}$$

onde não se encontra solução para x e y, que satisfaça nem uma das equações.

Após as definições e exemplificações das soluções que se obtém de um sistema, a seguir serão apresentados alguns métodos de resoluções, são eles: o Método da Substituição, o Método da Adição e o Método da Comparação.

2.3 MÉTODOS DE RESOLUÇÕES

Para demonstrar os métodos de resoluções de Sistemas de Equações Lineares apresenta-se o seguinte exemplo:

Mateus promoveu uma festa com os funcionários da empresa onde ele trabalha. Cada homem levou mais dois convidados, e cada mulher mais uma convidada. Compareceram todos os 25 colegas de trabalho e mais 35 convidados. Quantos homens e quantas mulheres trabalham com Mateus?

A partir deste exemplo serão abordados três métodos de resolução que são eles: Método da Substituição, Método da Adição e o Método da Comparação.

2.3.1 Método de Substituição

O Método de Substituição consiste em escolher apenas uma das equações, isola uma de suas incógnitas e substituir na 2ª equação, obtendo assim o resultado da outra incógnita. Com o resultado da incógnita, substitui o valor dela na 1ª equação e encontra o valor da 2ª incógnita.

Nota-se que existem duas incógnitas, podendo ser chamadas de x e y, sendo x o número de homem e y o número de mulheres que trabalham com Mateus. Através dos dados que o problema informa e das incógnitas pode-se montar duas equações diferentes para poder chegar ao resultado.

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+y=35 \end{cases}$$

Resolvendo o problema anterior através do Método de Substituição passo a passo do seguinte Sistema de Equações Lineares:

1º etapa: escolhe uma equação e isola a sua incógnita:

$$x+y=25$$
$$y=25-x$$

2º etapa: substitui o valor da incógnita na 2ª equação, encontra-se o valor da outra incógnita:

$$2x+y=35$$
$$2x+(25-x)=35$$
$$x=10$$

3º etapa: o valor encontrado substitui na 1ª equação, encontrando assim o valor da outra incógnita:

$$y=25-x$$
$$y=25-10$$
$$y=15$$

Resposta: Trabalham com Mateus 10 homens e 15 mulheres.

2.3.2 Método da Adição

Referindo-se ao Método da Adição, Iezzi et al, (2004, p. 263) destacam que "[...] é o mais adequado quando o coeficiente de uma das incógnitas na primeira equação é o oposto (simétrico) do coeficiente da mesma incógnita na segunda equação, pois, somando as equações, eliminamos uma incógnita". Por meio deste método será possível chegar aos mesmos valores para x e y encontrados no Método da Substituição. O Sistema de Equação Linear é:

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+y=35 \end{cases}$$

1º etapa: organiza-se o sistema, de tal maneira que tanto os coeficientes quanto as incógnitas fiquem simétricos, para tal pode multiplicar a 1ª equação por (-2), logo após soma-se a 1ª equação com 2ª equação:

$$x+y=25 \quad (-2)$$
$$-2x-2y=-50$$
$$\begin{cases} -2x-2y=-50 \\ 2x+y=35 \end{cases}$$
$$-y=-15 \; (-1)$$
$$y=15$$

2º etapa: substitui o valor encontrado de y em uma das equações iniciais e obtém o valor de x:

$$2x+y=35$$
$$2x+15=35$$
$$2x=20$$
$$x=\frac{20}{2}$$
$$x=10$$

Resposta: Trabalham com Mateus 10 homens e 15 mulheres.

2.3.3 Método de Comparação

O Método de Comparação consiste em isolar uma incógnita nas duas equações e comparar o resultado obtido nas duas equações. O Sistema de Equação Linear para estudo será o mesmo utilizado anteriormente, ou seja, o Método de Substituição, para comprovar que é possível chegar ao mesmo valor encontrado até o momento, então:

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+y=35 \end{cases}$$

1º etapa: escolhe uma incógnita e isola no primeiro membro, neste caso isolou o x:

$$x+y=35 \rightarrow x=25-y$$
$$2x+y=35 \rightarrow 2x=35-y$$
$$\frac{35-y}{2}$$

então:

$$\begin{cases} x=25-y \\ x=\dfrac{35-y}{2} \end{cases}$$

2º etapa: igualam os dois resultados de x a fim de encontrar o valor de y:

$$25-y=\frac{35-y}{2}$$
$$50-2y=35-y$$
$$-2y+y=35-50$$
$$-y=-15 \quad (-1)$$
$$y=15$$

3º etapa: substitui o valor e de y em um dos resultados obtidos para x:

$$x=25-y$$
$$x=25-15$$
$$x=10$$

Resposta: Trabalham com Mateus 10 homens e 15 mulheres.

É possível concluir que utilizando os três métodos em estudos encontrou o mesmo valor tanto para x quanto para y.

Será dedicado um capítulo, no qual se aprofundará em definições e aplicação sobre a Regra de Cramer, neste mesmo capítulo pretende-se tratar de um exemplo específico que é a compra de terrenos, na cidade de Ariquemes.

3 CONTEXTUALIZANDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

A finalidade deste capítulo é demonstrar a aplicabilidade de Sistemas de Equações Lineares, pois é possível através deste, solucionar situações-problemas do cotidiano, porém, para algumas pessoas é difícil contextualizar esse assunto, limitando-o apenas a sala de aula, a algo mecânico, sistematizado.

Observe o seguinte problema aplicado na administração de uma empresa:

Exemplo 1.

> (UEL-PR) Um comerciante varejista comprou 80 calças de dois tamanhos diferentes, pequeno e médio, gastando R$ 4.300,00. Cada calça de tamanho pequeno custou R$ 50,00 e cada calça de tamanho médio custou R$ 60,00. Quantas calças de tamanho pequeno e médio, respectivamente, ele comprou? [...] (DANTE, 2008, p.402).

Resolução:

$$\begin{cases} x+y=80 \\ 50x+60y=4300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=80 \ (-50) \\ 50x+60y=4300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -50x-50y=-4000 \\ 50x+60y=4300 \end{cases}$$

$$10y=300$$

$$y=30$$

O valor encontrado para y substitui em uma das equações, e terá:

$$x+y=80$$

$$x+30=80$$

$$x=50$$

Resposta: Sendo o y a quantidade de calças de tamanho pequeno e x a quantidade de calças de tamanho médio, então, ele comprou 30 calças de tamanho pequeno e 50 calças de tamanho médio.

Esse é apenas um exemplo de muitos que podem ser utilizados na administração de empresa.

Sistema de Equações Lineares podem ser aplicado à saúde.

Na distribuição de uma dieta alimentar para saber a quantidade de calorias e propriedades entre um alimento ou outro, e até mesmo para o acompanhamento de receitas de medicamentos entre um paciente e outro. Podendo ser utilizado como o Método da Substituição para encontrar a resolução.

Um exemplo prático de como aplicar Sistemas de Equações Lineares à saúde.

Exemplo 2.

> (FMTM-MG) Três pacientes usam, um conjunto, 1830 mg por mês de um certo medicamento em cápsulas. O paciente **A** usa cápsulas de 5 mg, o pacente **B**, de 10 mg, e o paciente **C**, de 12 mg. O paciente **A** toma metade do número de cápsulas de **B** e os três tomam juntos 180 cápsulas por mês. O paciente **C** toma um número de cápsulas por mês igual a: [...] (DANTE, 2006, p. 218, grifos do autor)

Resolução:

Pacientes	Cápsulas	Total de Cápsulas	Total mg
A	5 mg	$\frac{x}{2}$	$\frac{5x}{2}$
B	10 mg	x	10x
C	12 mg	y	12y

$$\begin{array}{l} \text{caps.} \\ \text{mg} \end{array} \begin{cases} \frac{x}{2}+x+y=180 \\ \frac{5x}{2}+10x+12y=1830 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{2}+y=180 \ (12) \\ \frac{25x}{2}+12y+1830 \ (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18x+q2y=2160 \\ -\frac{25x}{2}-12y=-1830 \end{cases}$$

$$\frac{11x}{2}=330$$

$$11x=660$$

$$x=60$$

$$18.(60)+12y=2160$$

$$1080+12y=2160$$

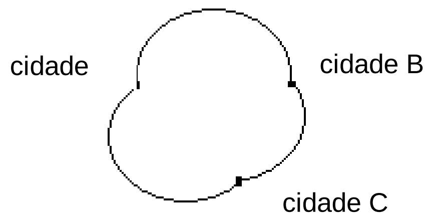
$$12y=1080$$

$$y=90$$

Resposta: O paciente **C** toma 90 cápsulas.

Aplicado à Física é possível calcular a distância entre determinados pontos, como demonstrado no exemplo abaixo.

Exemplo 3.

> (UFF-RJ) As ligações entre as cidades **A, B** e **C** figuram num mapa rodoviário:
>
> 
>
>
> Seguindo esse mapa, uma pessoa que se deslocar de **A** para **C**, passando por **B**, percorrerá 450 km. Caso a pessoa se desloque de **A** para **B**, passando por **C**, o percurso será de 600 km. Para se deslocar de **B** para **C**, passando por **A**, a pessoa vai percorrer 800 km. Determine quantos quilômetros essa pessoa percorrerá ao se deslocar de **A** para **B**, sem passar por **C** (DANTE, 2006, p. 223, grifos do autor).

Resolução:

A distância de A para C passando por B é de 450 km, a distância de A para B passando por C é de 600 km, a soma dessas duas distâncias é de 1050 km, menos a distância de C para B dará todo o percurso. A distância de B para C passando por A é de 800 km, se for acrescentada a distância de C para B também dará todo o percurso, então:

$$\begin{cases} 1050-CB=x \\ 800+CB=x \end{cases}$$
$$1850=2x$$
$$x=925$$

Todo o percurso é de 925 km, diminuindo a distância de A para B passando por C que é de 600 km restará apenas a distância de A para B, então:

$$925-600=325$$

Portanto a distância de A para B sem passar por C é de 325 km.

Apesar dos exemplos desenvolvidos neste capítulo terem sido extraídos de provas de vestibulares, foi nítido notar que todos estão relacionados ao cotidiano. Podendo mudar o contexto, porém o princípio é o mesmo.

4 APLICAÇÕES PRÁTICAS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Após a introdução e exemplos de aplicações de Sistemas de Equações Lineares, neste capítulo será demonstrado como Sistema de Equação Linear pode estar inserido dentro de uma prática.

A Regra de Cramer é muito utilizada em Sistemas de Equações Lineares de até no máximo três incógnitas, pois mais que isso ela se tornará mais trabalhoso em sua resolução, apresentando desvantagens sobre outros métodos, que não serão discutidos neste trabalho, pois o objetivo não é esse, e sim um estudo mais aprofundado sobre a Regra de Cramer.

Para Dante (2004, p. 394), “[...] a regra de Cramer só se aplica quando o determinante da matriz do sistema é diferente de zero”, ou seja, quando o sistema é possível e determinado. Ele ainda afirma que “a Regra de Cramer pode ser usada para qualquer sistema n x n, com D≠0”.

Dante (2006, p. 211), apresenta o seguinte exemplo de como resolver Sistemas de Equações Lineares através da Regra de Cramer:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

1º etapa: calcula-se o determinante D da matriz formada pelos coeficientes do sistema:

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

2º etapa: calcular o determinante de cada incógnita substituindo na matriz a coluna dos coeficientes das incógnitas:

$$D_x(\text{para determinar } x) = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_y(\text{para determinar } y) = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_z(\text{para determinar } z) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

3º etapa: o valor das incógnitas será dado de cada coeficiente pelo determinante D, ou seja:

$$x=\frac{D_x}{D} \qquad y=\frac{D_y}{D} \qquad z=\frac{D_z}{D}$$

Essa é a demonstração de como aplicar a Regra de Cramer, independente dos valores atribuídos para as incógnitas, o importante é substituí-las para encontrar os valores de cada uma.

Tendo em vista essa demonstração será exemplificado através do setor imobiliário na cidade de Ariquemes.

A cidade de Ariquemes é uma cidade que está em desenvolvimento. Muitos empresários do setor imobiliário visando esse crescimento têm disponibilizado à população planos viáveis que adaptam ao orçamento familiar. Baseado nessas informações pretendeu-se aplicar Sistemas de Equações Lineares para encontrar o valor do IGP-M (Índice Geral De Preço de Mercado) usado no calculo de reajuste de um terreno já quitado onde foi feita uma simulação de possíveis reajustes de outro terreno, tendo como base de cálculo as mesmas variáveis utilizadas na quitação do terreno citado anteriormente.

Antes de discorrer sobre o exemplo citado, faz-se necessário esclarecer o que é o IGP-M e onde ele se aplica.

4.1 O QUE É ÍNDICE GERAL DE PREÇO DE MERCADO?

IGP-M é um índice fornecido pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), o conceito que melhor define é:

> O IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado) é uma das versões do Índice Geral de Preços (IGP). É medido pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) e registra a inflação de preços desde matérias-primas agrícolas e industriais até bens e serviços finais (online, 2011).

O IGP-M é calculado através de 60% do IPA-M (índice de Preços por Atacado – Mercado), de 30% do IPC-M (Índice de Preços ao Consumidor - Mercado) e 10% do INCC-M (Índice Nacional do Custo da Construção – Mercado).

A cotação de preço para o calculo desses índices é feita entre o dia 21 do mês anterior até o dia 20 do mês atual. Alguns itens que podem ser mencionados como exemplos para calculo são alimentos, materiais para construção, matérias-primas, aluguéis de imóveis, remédios, educação, mensalidade de internet, bebidas e fumos, entre outros. Esses indicadores medem a inflação do país, abrangendo todas as classes sociais. Ressaltando que o índice em estudo neste trabalho é o IGP-M, por essa razão não se aprofundará nos demais índices.

O IGP-M é utilizado para reajustes contratuais de prestadoras de serviços tais como: fornecedores de energia elétrica, operadoras de *softwares*, empresas de segurança ou monitoramento de circuito interno de segurança, aluguéis de imóveis, vendas de imóveis a longo prazo, porém só é cobrado se estiver em contrato que tal taxa é utilizada para reajustar valor, do contrário é ilegal.

Algumas pessoas ao assinarem contratos não leem minuciosamente todas as cláusulas e no período do reajuste se assustam e acham abusiva tal cobrança, esquecendo-se, no entanto, que leram o contrato ao assinarem, porém esse reajuste é feito de ano em ano, independe do contrato, e para calcular utiliza-se apenas o IGP-M do mês em que venceu o contrato.

Por exemplo, se o contrato foi assinado em julho de 2010 ao fazer o reajuste em julho de 2011, utilizará o IGP-M do mês de julho do ano referido. Caso o contratado não tenha se lembrado de fazer o reajuste na data correta e vier a fazê-lo no mês subseqüente do mesmo ano, o índice utilizado deve ser o do mês de julho que é o mês do reajuste.

Outra situação inusitada que pode acontecer é o IGP-M estar negativo, ou seja, zerado, neste caso se a base de calculo para reajustar o valor do contrato for somente o IGP-M então o valor permanecerá inalterado por mais um ano, só podendo ser reajustado no ano seguinte sem contar o IGP-M dos dois anos.

A Fundação Getúlio Vargas (FGV) fornece o índice na primeira e na segunda quinzena de cada mês esta já reajustada conforme a inflação do país calculada, podendo o valor ser diferente daquela, essa diferença tanto pode ser maior quanto menor. Se porventura o período de reajuste é em julho e quando o contratante fora pagar a primeira parcela reajustada o IGP-M estava negativo, a contratada não pode utilizar a atualização do índice a partir do segundo mês para obter um novo valor para as próximas parcelas.

4.2 EXEMPLOS PRÁTICOS DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Como mencionado anteriormente utilizou-se um exemplo aplicado ao setor imobiliário na cidade de Ariquemes.

Através da aquisição de um terreno em determinado bairro da cidade com pagamento parcelado por um período de 72 meses ou seis anos, observou que conforme o contrato da imobiliária consultada, o reajuste se fez uma vez por ano acrescentando ao valor inicial o IGP-M e assim sucessivamente até a quitação. É necessário lembrar que o IGP-M é acumulativo, ou seja, ele é acrescentado sempre sobre o último reajuste. Sendo assim um terreno comprado neste plano teve alteração de preço cinco vezes, ou seja, um reajuste por ano a partir do segundo ano, já que o valor do primeiro ano é fixado pela imobiliária.

Para aplicar a Regra de Cramer foi dado nomes a esses dados obtidos. Portanto o número de meses pago no decorrer do plano foi representado por x, o valor das parcelas foi representado por y e o valor aproximado do IGP-M foi representado por z. O mês de reajuste para o desenvolvimento deste exemplo foi o mês de julho a partir do ano de 2006, este valor está aproximado porque oscilou segundo a inflação do país, sofrendo variações dentro do ano em que houvera reajuste.

Com essas três incógnitas aplicou-se a fórmula para encontrar primeiramente o valor do determinante e logo após encontrou-se o valor de cada incógnita respectivamente.

Para começar o desenvolvimento do Sistema de Equações Lineares têm as seguintes informações: o número de meses representado por x, o valor para y era R$ 79,90 (setenta e nove reais e noventa centavos) e o valor do IGP-M, representado pela letra z, que estava zerado no primeiro ano, pois o IGP-M só fora cobrado a partir do segundo ano e o valor total pago no ano.

$$\begin{cases} 12x+79{,}90y+0z=958{,}80 \\ 12x+79{,}90y+1{,}39z=972{,}12 \\ 12x+81{,}01y+4z=1011{,}00 \end{cases}$$

1º etapa: calculando o determinante D:

$$D=\begin{vmatrix} 12 & 79{,}90 & 0 \\ 12 & 79{,}90 & 1{,}39 \\ 12 & 81{,}01 & 4 \end{vmatrix}$$

$$3835{,}20+1332{,}73-1351{,}24-3835{,}20=$$

$$D=-18{,}51$$

$$D_x=\begin{vmatrix} 958{,}80 & 79{,}90 & 0 \\ 972{,}12 & 79{,}90 & 1{,}39 \\ 1011{,}00 & 81{,}01 & 4 \end{vmatrix}$$

$$306432{,}50+112282{,}70-107964{,}60-310689{,}60=$$

$$D_x= 60{,}98$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 12 & 958{,}80 & 0 \\ 12 & 972{,}12 & 1{,}39 \\ 12 & 1011{,}00 & 4 \end{vmatrix}$$

$$46661{,}76+15992{,}78-16863{,}48-46022{,}40=$$

$$D_y=-231{,}33$$

$$D_z=\begin{vmatrix} 12 & 79{,}90 & 958{,}80 \\ 12 & 79{,}90 & 972{,}12 \\ 12 & 81{,}01 & 1011{,}00 \end{vmatrix}$$

$$969346,80+932068,70+932068,70-919297,40-945017,30-969346,80=$$
$$D_{Z=}-177,42$$

2º etapa: o valor das incógnitas é o resultado de cada coeficiente pelo determinante D:

$$x=\frac{D_x}{D} \qquad y=\frac{D_y}{D} \qquad z=\frac{D_z}{D}$$

$$x=\frac{60,98}{-18,51}=-3,29$$
$$y=\frac{-231,33}{-18,51}=12,49$$
$$z=\frac{-177,42}{-18,51}=9,58$$

3º etapa: substituindo o valor das incógnitas nas equações verificou-se que esses resultados satisfizeram todas as equações.

A diferença encontrada é relevante tendo em vista que para calcular o determinante das equações foi necessário utilizar o IGP-M fornecido pela FGV atualizado no final de cada ano, e não o valor utilizado pela imobiliária no mês de reajuste entre os anos de 2006 a 2008, pois como mencionado anteriormente esses valores possivelmente sofreram alterações decorrentes da inflação do país

$$\begin{cases} 12x+79,90y+0z=958,80 \\ 12x+79,90y+1,39z=972,12 \\ 12x+81,01y+4z=1011,00 \end{cases}$$

Para os valores na primeira equação tem-se:

$$12.(-3,29)+79,90.(12,49)+0(9,58)=958,47$$

A segunda equação que representa o segundo ano de pagamento o resultado final é:

$$12.(-3,29)+79,90.(12,49)+1,39.(9,58)=971,79$$

Na terceira equação que representa o terceiro ano de pagamento tem-se como resultado final:

$$12.(-3,29)+81,01.(12,49)+4.(9,58)=1010,65$$

Para saber quanto o cliente pagou nos três últimos anos foi necessário calcular o determinante do Sistema de Equações Lineares para substituir nas equações como fora feito no sistema anterior.

$$\begin{cases} 12x+84,25y+15,11z=1163,76 \\ 12x+84,25y+0z=1163,76 \\ 12x+96,98y+5,79z=1231,08 \end{cases}$$

1º etapa: calculando o determinante D:

$$D=\begin{vmatrix} 12 & 84,25 & 15,11 \\ 12 & 96,98 & 0 \\ 12 & 96,98 & 5,79 \end{vmatrix}$$

$$6738,17+17584,41-17584,41-5853,69=$$

$$D=884,48$$

$$D_x=\begin{vmatrix} 1163,76 & 84,25 & 15,11 \\ 1163,76 & 96,98 & 0 \\ 1231,08 & 96,98 & 5,79 \end{vmatrix}$$

$$653467,80+1705336,00-1803985,00-567690,90=$$

$$D_x=-12872,10$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 12 & 1163,76 & 15,11 \\ 12 & 1163,76 & 0 \\ 12 & 1231,08 & 5,79 \end{vmatrix}$$

$$80858,04+223219,40-211013,00-80858,04=$$

$$D_y=12206,40$$

$$D_z=\begin{vmatrix} 12 & 84,25 & 1163,76 \\ 12 & 96,98 & 1163,76 \\ 12 & 96,98 & 1231,08 \end{vmatrix}$$

$$1432682,00+1176561,00+1354337,00-1354337,00-1354337,00-1244622,00=$$

$$D_{Z=}10284$$

2º etapa: o valor das incógnitas é o resultado de cada coeficiente pelo determinante D:

$$x=\frac{D_x}{D} \qquad y=\frac{D_y}{D} \qquad z=\frac{D_z}{D}$$

$$x=\frac{-12872,10}{884,48}=-14,55$$

$$y=\frac{12206,40}{884,48}=13,80$$

$$z=\frac{10284}{884,48}=11,63$$

Então para o quarto ano o valor total pago foi:

$$12.(-14,55)+84,25.(13,80)+15,11.(11,63)=1163,18$$

No quinto ano obteve o seguinte resultado:

$$12.(-14,55)+96,98.(13,80)+0.(11,63)=1163,72$$

Para o último ano o valor encontrado foi:

$$12.(-14,55)+96,98.(13,80)+5,79.(11,63)=1231,06$$

Ao somar o resultado de cada equação, encontrará o valor pago aproximadamente pelo cliente. Se comparar este valor obtido através da Regra de Cramer e com o valor fornecido pela imobiliária, notará a diferença de R$ 1,65 (um real e sessenta e cinco centavos) diferença esta devido a oscilação do IGP-M como mencionado anteriormente.

Valor final obtido através da Regra de Cramer

$$958,47+971,79+1010,65+1163,18+1163,72+1231,06=6498,87$$

Valor final fornecido pela imobiliária

$$958,80+972,12+1011,00+1163,76+1163,76+1231,08=6500,52$$

A diferença entre os dois é de:

$$6498{,}87-6500{,}52=1{,}65$$

Ao comparar os valores de cada equação com os valores pagos no final de cada ano fornecido pela imobiliária, como demonstrado na figura 1.

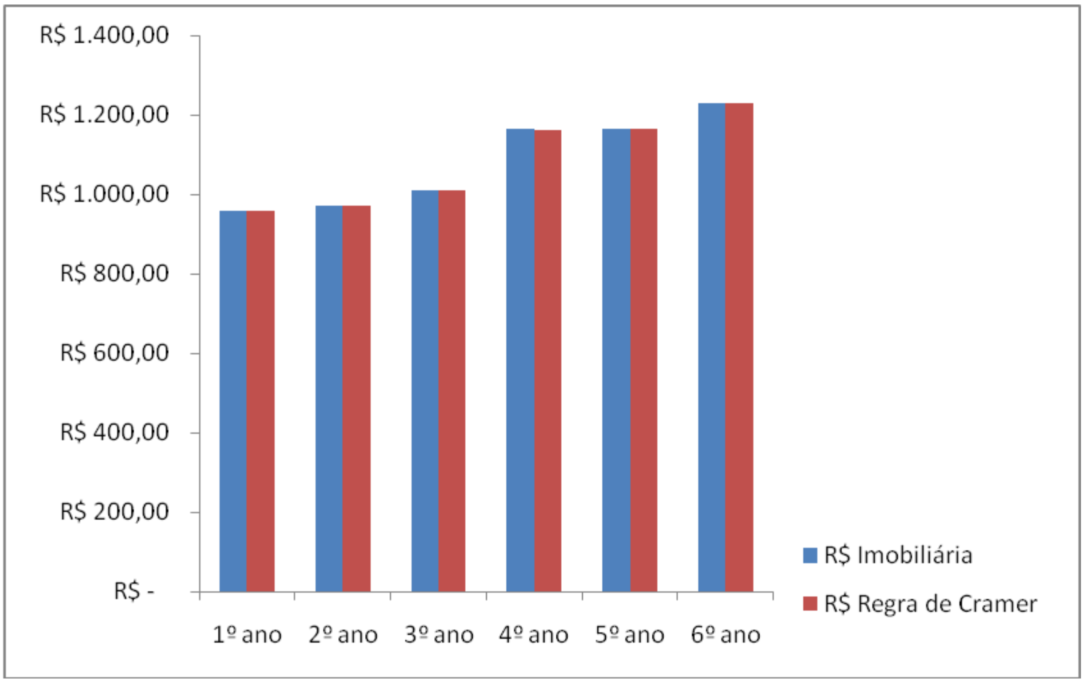


FIGURA 1: Representação gráfica do primeiro terreno.

O valor real pago pelo cliente no final do plano foi de R$ 6500,52 (seis mil quinhentos reais e cinquenta e dois centavos), já o valor encontrado pela Regra de Cramer foi de R$ 6498,87 (seis mil quatrocentos e noventa e oito reais e oitenta e sete centavos).

O plano de quitação deste terreno usado como exemplo correspondeu ao período de julho de 2005 a julho de 2011.

Seguindo este mesmo exemplo foi feito a projeção da quitação de outro terreno em outro bairro da cidade. O valor de cada parcela inicialmente era de R$199,90 (cento e noventa e nove reais e noventa centavos) e o mesmo período para quitação, ou seja, seis anos ou 72 meses e o IGP-M continua sendo o índice utilizado para reajustar os valores anualmente.

Ao fazer a simulação deste terreno, com o plano em andamento, comprado em 2007, cujo reajuste se deu no mês de setembro de cada ano, onde é fornecido apenas o IGP-M dos quatro primeiros anos, e para o IGP-M referente ao último ano utilizara um valor fictício para obter os resultados necessários para simulação da quitação. Então transcrevendo os dados, forma o seguinte Sistema de Equações Lineares:

$$\begin{cases} 12x+199{,}90y+0z=2398{,}80 \\ 12x+199{,}90y+12{,}31z=2694{,}12 \\ 12x+224{,}51y+0z=2694{,}12 \end{cases}$$

1º etapa: calculando o determinante D:

$$D=\begin{vmatrix} 12 & 199{,}90 & 0 \\ 12 & 199{,}90 & 12{,}31 \\ 12 & 224{,}51 & 0 \end{vmatrix}$$

$$29529{,}23-33164{,}62=$$

$$D=-3635{,}39$$

$$D_x=\begin{vmatrix} 2398{,}80 & 199{,}90 & 0 \\ 2694{,}12 & 199{,}90 & 12{,}31 \\ 2694{,}12 & 224{,}51 & 0 \end{vmatrix}$$

$$6629607-6629607=$$

$$x=0$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 12 & 2398{,}80 & 0 \\ 12 & 2694{,}12 & 12{,}31 \\ 12 & 2694{,}12 & 0 \end{vmatrix}$$

$$354350{,}70-397975{,}40=$$

$$D_y=-43624{,}70$$

$$D_z=\begin{vmatrix} 12 & 199{,}90 & 2398{,}80 \\ 12 & 199{,}90 & 2694{,}12 \\ 12 & 224{,}51 & 2694{,}12 \end{vmatrix}$$

$$6462655{,}00+6462655+6462655{,}00-5754241{,}00-7258283{,}00-6462655{,}00=$$

$$D_{z=}-87214{,}00$$

2º etapa: o valor das incógnitas é o resultado de cada coeficiente pelo determinante D:

$$x=\frac{D_x}{D} \qquad y=\frac{D_y}{D} \qquad z=\frac{D_z}{D}$$

$$x=\frac{0}{-3635{,}39}=0$$

$$y=\frac{-43624,70}{-3635,39}=12$$

$$z=\frac{-87214,00}{-3635,39}=23,99$$

3º etapa: com os resultados de cada incógnita, substituiu nas equações do sistema para certificar-se de que o valor encontrado satisfaz cada equação.

$$\begin{cases} 12x+199,90y+0z=2398,80 \\ 12x+199,90y+12,31z=2694,12 \\ 12x+224,51y+0z=2694,12 \end{cases}$$

Para os valores na primeira equação tem-se:

$$12.(0)+199,90.(12)+0.(23,99)=2398,80$$

Para a segunda equação que representa o segundo ano de pagamento o resultado final é:

$$12.(0)+199,90.(12)+12,31.(23,99)=2694,12$$

Para a terceira equação que representa o terceiro ano de pagamento tem-se como resultado final:

$$12.(0)+224,51.(12)+0.(23,99)=2694,12$$

Foram a partir dessas equações que encontrou o valor pago nos três anos iniciais, continuando no desenvolvimento do problema para obter o valor pago nos últimos três anos.

Lembrando que as equações do Sistema de Equações Lineares não são somente para cálculos efetuados de doze em doze meses e sim para parcelas pagas em qualquer período do plano, basta substituir o número de meses na incógnita x e encontrar o valor pago no período desejado.

Calculando os três últimos anos tem-se

$$\begin{cases} 12x+224{,}51y+7{,}77z=2903{,}40 \\ 12x+241{,}95y+7{,}46z=3120{,}00 \\ 12x+260{,}00y+5{,}50z=3291{,}60 \end{cases}$$

1º etapa: calculando o determinante D:

$$D=\begin{vmatrix} 12 & 224{,}51 & 7{,}77 \\ 12 & 241{,}95 & 7{,}46 \\ 12 & 260{,}00 & 5{,}50 \end{vmatrix}$$

$$15968{,}70+20098{,}14+24242{,}40-22559{,}42-14817{,}66-23275{,}20=$$

$$D=-343{,}04$$

$$D_x=\begin{vmatrix} 2903{,}40 & 224{,}51 & 7{,}77 \\ 3120{,}00 & 241{,}95 & 7{,}46 \\ 3291{,}60 & 260{,}00 & 5{,}50 \end{vmatrix}$$

$$3863627{,}00+5512918{,}00+6303024{,}00-6188048{,}00-5631435{,}00-3852592{,}00=$$

$$x=7494{,}00$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 12 & 2903{,}40 & 7{,}77 \\ 12 & 3120{,}00 & 7{,}46 \\ 12 & 3291{,}60 & 5{,}50 \end{vmatrix}$$

$$205920{,}00+259912{,}40+306908{,}80-290908{,}80-294664{,}00-191624{,}40=$$

$$D_y=-4456$$

$$D_z=\begin{vmatrix} 12 & 224{,}51 & 2903{,}40 \\ 12 & 241{,}95 & 3120{,}00 \\ 12 & 260{,}00 & 3291{,}60 \end{vmatrix}$$

$$9556831{,}00+8405654{,}00+9058608{,}00-8429732{,}00-97344{,}00-8867965{,}00=$$

$$D_{z=}-11004$$

2º etapa: o valor das incógnitas é o resultado de cada coeficiente pelo determinante D:

$$x=\frac{D_x}{D} \qquad y=\frac{D_y}{D} \qquad z=\frac{D_z}{D}$$

$$x=\frac{7494{,}00}{-343{,}04}=-21{,}85$$

$$y=\frac{-4456}{-343{,}04}=12{,}99$$

$$z=\frac{-11004}{-343{,}04}=32{,}07$$

3º etapa: com os resultados de cada incógnita, substituiu nas equações do sistema para certificar-se de que o valor encontrado satisfaz cada equação.

$$\begin{cases} 12x+224,51y+7,77z=2903,40 \\ 12x+241,95y+7,46z=3120,00 \\ 12x+260,00y+5,50z=3291,60 \end{cases}$$

O valor total pago no quarto ano foi de:

$$12.(-21,85)+224,51.(12,99)+7,77.(32,07)=2903,36$$

Para o quinto ano tem-se o seguinte resultado:

$$12.(-21,85)+241,95.(12,99)+7,46.(32,07)=3119,97$$

E no último ano que fora utilizado um valor fictício para z obteve o seguinte resultado:

$$12.(-21,85)+260,00.(12,99)+5,50.(32,07)=3291,58$$

Na figura 2 o segundo terreno assim como no primeiro é imperceptível a diferença encontrada como se verificou abaixo:

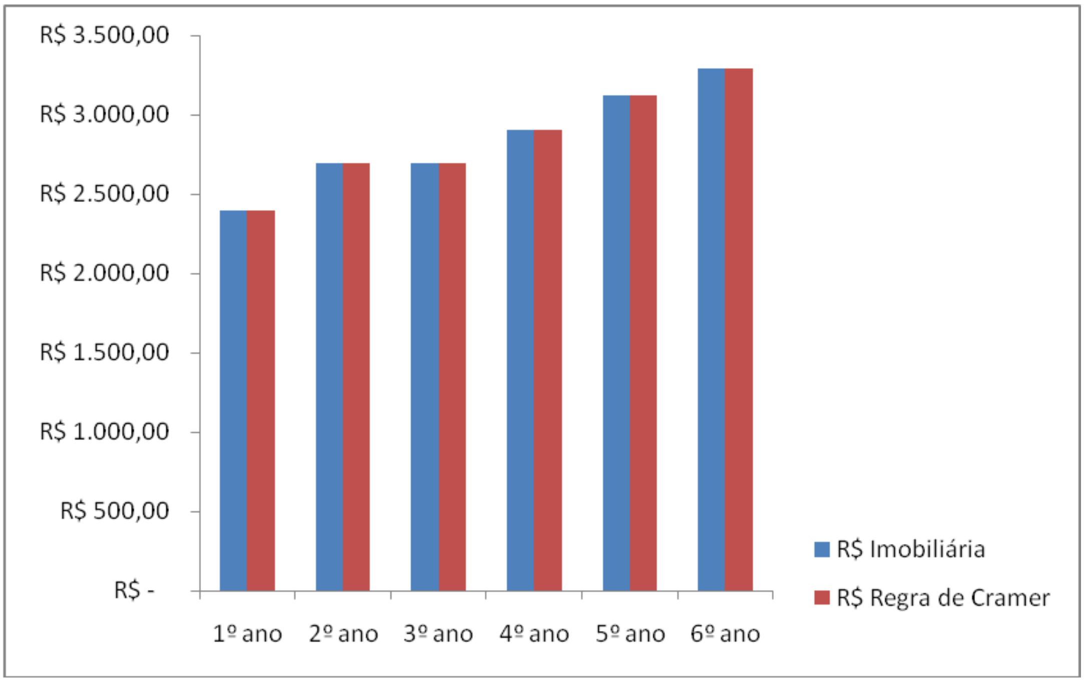


Figura 2: Representação gráfica do segundo terreno.

Para saber qual será o valor aproximado pago pelo cliente no termino do plano, basta somar os resultados finais de cada equação e compará-los com o valor estimado pela imobiliária.

Valor final fornecido pela imobiliária

2398,80+2694,12+2694,12+2903,40+3291,60+3120,0=17102,04

Valor final obtido através da Regra de Cramer

2398,80+2694,12+2694,12+2903,36+3119,97+3291,58=17101,95

A diferença entre os dois é de:

17102,04-17101,95=0,09

Portanto o valor para quitação deste terreno seguindo esta projeção será de R$ 17101,95 (dezessete mil cento e um reais e noventa e cinco centavos), ressaltando que este é um valor fictício, comparando este valor com a estimativa da imobiliária encontra a diferença de R$ 0,09 (nove centavos).

Confirmando assim que através da Regra de Cramer foi possível suprir todos os valores para x, y e z em todas as equações dos exemplos em estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o desenvolvimento deste artigo foi realizado uma breve pesquisa bibliográfica, o que possibilitou maior compreensão da historicidade de Sistemas de Equações Lineares, foi através das informações obtidas dos matemáticos contemporâneos bem como dos grandes matemáticos e pesquisadores do passado que foi possível chegar a Regra de Cramer como principal método de estudo deste trabalho. A partir daí pode viabilizar o estudo de Sistemas de Equações Lineares com aplicações simples e concisas com intuito de demonstrar que este conteúdo tem a sua aplicação prática.

No decorrer da pesquisa notou que este não é um conteúdo que fica restrito apenas a sala de aula, tendo em vista que todos os exemplos que foram demonstrados não estão aplicados ao ambiente escolar.

O principal motivo deste trabalho era a aplicação de Sistemas de Equações Lineares na aquisição de um terreno para encontrar o valor final pago ao quitá-lo e assim fazer simulação da compra de um segundo terreno, encontrando, também através da Regra de Cramer, o valor aproximado pago na quitação. Entretanto não foi possível afirmar com exatidão que chegou tanto ao valor real pago neste quanto naquele terreno, pois ambos dependem de taxas que oscilam conforme a inflação como ficou explicito, mas apesar dessa diferença encontrada foi sim possível fazer a estimativa do valor do bem adquirido.

Porém para estes exemplos encontrou valores aproximados para outros planos em andamento, mesmo que não seja por um período de doze meses como fora feito nos exemplos. É possível calcular, por exemplo, quanto o cliente do segundo terreno pagará na 55ª parcela ou quanto ele pagou na 31ª parcela. Fazendo por meio de simulações chegará ao valor final, pois as equações já estão prontas faltando apenas substituir os dados necessários.

Verificou que para explicar todo o processo utilizado para desenvolver a Regra de Cramer e aplicá-lo na prática do exemplo, o sucesso da explicação dependeu muito das pessoas que foram consultadas, que são pessoas interessadas em comprar terrenos ou que já compraram. Algumas tiveram mais facilidade em compreender o conteúdo matemático que outras, como discutido no início da pesquisa algumas ainda apresentam resistência em ver a aplicação Matemática fora de sala de aula.

A ênfase deste trabalho esteve em demonstrar que a Matemática é uma ciência que não se limita a um ambiente restrito sem aplicação ou finalidade. Ela é ampla em sua magnitude e todas as outras ciências estão relacionadas diretamente com ela, comprovando assim que para todos os conteúdos matemáticos estudados há no mínimo um campo para aplicação. Para Sistemas de Equações Lineares foram demonstrados aqui neste trabalho quatro áreas distintas para aplicação são elas: Administração de Empresas, Saúde, Física e Economia.

Como mencionado anteriormente o objetivo desta pesquisa foi alcançado em se tratando da aplicação e viabilidade da Aplicação de Sistemas de Equações Lineares e sua prática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus por nos ter dado proteção e sabedoria para o desenvolvimento deste trabalho, a nossa família pela paciência, atenção, compreensão e pelo incentivo, a professora Ms. Luzitânia Dall'Agnol por nos orientar, aconselhar e ter tido paciência, a professora Esp. Tatiane Patrícia Laquímia pela motivação e atenção, aos colaboradores que contribuíram para execução deste artigo e aos amigos que nos motivaram, nos fizeram rir e sempre acreditaram em nós. A todos vocês nosso muito obrigado.

REFERÊNCIAS

MIGUEL, José Carlos. **O processo de formação de conceitos em matemática: implicações pedagógicas. 2002.** Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/processo.pdf>. Acesso em: 01 de maio 2011.

HISTÓRIA dos Sistemas Lineares e Determinantes. Disponível em: <http://matematiques.sites.uol.com.br/historiasitemadeterminantes.htm>. Acesso em: 14 de agosto 2011.

ÍNDICE GERAL de PREÇOS do MERCADO - IGP-M
(Fundação Getúlio Vargas - FGV). Disponível em: <http://www.portalbrasil.net/igpm.htm>. Acesso em: 28 de agosto 2011.

PEREIRA, Luís Fernando Alves; HAFFNER, José Felipe. **Aula 1 – Sistemas de Equações Lineares.** Disponível em: <http://www.feng.pucrs.br/~gacs/new/disciplinas/asl/apostilas/Aula01.pdf>. Acesso em: 14 de agosto 2011.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed. Tradução Gomide, Elza F. São Paulo: EdigardBlucher, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3 ed. v. 2. São Paulo: Ática, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2008.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Domingues, Hygino H. São Paulo: Unicamp, 2004.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJIN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIRA, Nilze de. **Matemática:** Ciência e Aplicações; no Ensino Médio, Matemática. 2 ed. São Paulo: Atual, 2004.

LAY, David C. **Álgebra Linear e suas Aplicações**. 2. ed. Tradução CAMELIER, Ricardo; e IÓRIO,V. M. Rio de Janeiro: LTC, 1997.