ESCOLARIZAÇÃO E CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA DESENVOLVIDO NO CONTEXTO DO JOGO DO BICHO

Nadja Maria Acioly
da Faculdade de Filosofia do Recife

Analúcia Dias Schliemann
da Universidade Federal de Pernambuco

Este trabalho é parte da Dissertação de Mestrado da primeira autora, sob a supervisão da segunda, apresentada ao Mestrado em Psicologia da Universidade Federal de Pernambuco. Uma versão resumida do mesmo foi apresentada na *10th Psychology of Mathematics Education Conference*, em Londres, julho de 1986. Agradecemos ao CNPq, CAPES e INEP pelo suporte financeiro, a Márcia Regina Sá pela ajuda na coleta dos dados, a David Carraher pelas sugestões durante o planejamento e a realização do estudo e a Terezinha Carraher pela leitura e comentários sobre uma versão anterior deste artigo.

RESUMO

Estudos com crianças e adultos têm demonstrado que o conhecimento matemático pode desenvolver-se independentemente do ensino escolar. No entanto, os limites e o poder desse conhecimento não são ainda conhecidos. Além disso, sua relação com a matemática formal adquirida na escola ainda não é clara. O presente estudo analisou o uso e a compreensão de matemática entre cambistas do jogo do bicho que tinham de zero a 11 anos de freqüência à escola. Na primeira fase do estudo, 20 cambistas que trabalham na cidade de Recife foram observados enquanto lidavam com, pelo menos, dez clientes diferentes, calculando o valor a ser pago para várias apostas. Na segunda fase, cada um deles foi submetido a três séries de problemas semelhantes aos encontrados no trabalho, mas que envolviam números diferentes, questões formuladas diferentemente e conteúdos diferentes, e a uma entrevista sobre sua compreensão quanto aos aspectos probabilísticos e quanto à estrutura do jogo. Os resultados sugerem que, embora o conhecimento matemático possa desenvolver-se independentemente do ensino da escola, o uso desse conhecimento fora das situações específicas de trabalho parece depender da experiência escolar. A contribuição da instrução escolar não parece limitar-se ao uso de técnicas específicas e algoritmos, mas envolve uma habilidade mais geral para analizar e compreender as relações entre os elementos envolvidos no jogo como modelos matemáticos aplicáveis a outros conteúdos e situações.

SUMMARY

Mathematical knowledge developed independently from school instruction has been documented among children as well as among adults. However, the limits and strengths of this knowledge are not yet well known and its relationship to knowledge adquired in school remains to be clarified. This study analyzes mathematical knowledge among bookies who work in a special kind of lottery game and who had from none to eleven years of school instruction. Their performance and strategies in solving mathematical problems were analyzed at first while they solved problems at work. In a second phase they were asked to solve problems that differed from the ones they usually encounter in relation to: numbers involved, the way questions were asked, or their content. An interview explored their understanding of the probabilistic aspects of the game. Results suggest that, although mathematical knowledge may develop independently of school instruction, use of this knowledge outside the specific situations in which it occurs seems to depend on school experience. The contribution of school, however, was not found in the use of specific techniques such as algorithms to perform arithmetical operations, but rather in a more general ability to analyse and understand the relationships between the elements in the game as mathematical models that could be applied to other contents and situations.

Vários estudos têm demonstrado que o conhecimento matemático pode desenvolver-se independentemente do ensino escolar (Carraher, Carraher & Schliemann, 1982, 1985, 1987; Carraher & Schliemann, 1985; Ginsburg, 1977, 1978; Groen & Resnick, 1977, para estudos com crianças e Carraher, 1986; Lave, 1977; Schliemann, 1984, 1986; Scribner, 1984a, b, c, para estudos com adultos). No entanto, os limites e o poder deste conhecimento ainda não são conhecidos e sua relação com o conhecimento adquirido na escola ainda precisa ser esclarecida.

Tradicionalmente os estudos sobre o desenvolvimento cognitivo (Greenfield, 1966; Luria, 1976; Scribner & Cole, 1981; Sharp, Cole & Lave, 1979; Stevenson 1978 e a revisão de Rogoff, 1981) têm demonstrado que sujeitos escolarizados apresentam um melhor desempenho que os não escolarizados em tarefas destinadas a avaliar o desenvolvimento cognitivo. No entanto, como as tarefas utilizadas nesses estudos estavam, em geral, relacionadas com os conteúdos escolares, o significado desses resultados tem sido questionado (Sharp, Cole & Lave, 1979).

Por outro lado, pesquisas sobre o uso de matemática em situações especificamente relacionadas às atividades diárias de trabalhadores manuais sugerem que o papel da experiência prática pode ser tão importante quanto o papel da experiência escolar para o desenvolvimento desse tipo de conhecimento. O trabalho pioneiro nesta área é o estudo conduzido por Lave (Lave, 1977; Greenfield & Lave, 1982 e Reed & Lave, 1979) com alfaiates na Libéria. Como parte deste estudo, alfaiates com diferentes níveis de experiência no trabalho e com diferentes níveis de escolarização, foram submetidos, a entre outros problemas, tarefas de aritmética de dois tipos: relacionadas às atividades típicas da escola, ou relacionadas à prática de trabalho. Os resultados mostram que o desempenho nos problemas do tipo escolar foi fortemente afetado pela experiência escolar, enquanto que as soluções dos problemas relacionados ao trabalho refletiam uma contribuição maior de habilidades próprias da alfaiataria. Greenfield e Lave (1982), analisando as características da educação formal e informal, com base no estudo com alfaiates de Lave (1977) e no estudo com tecelões de Greenfield e Childs (1977), concluem que, em qualquer forma de educação, inclusive a educação escolar, a generalização é limitada a situações problemáticas claramente relacionadas às habilidades já existentes.

Pesquisas recentes com operários de uma usina de leite nos Estados Unidos (Scribner, 1984, a, b e c) e com marceneiros e aprendizes de marcenaria (Schliemann, 1984, 1986) mostram que sujeitos com mais experiência escolar, mas com nenhuma ou pouca experiência prática, apresentam desempenho inferior aos sujeitos com menor experiência escolar, mas com maior experiência de trabalho, quando resolvem problemas relacionados às suas atividades profissionais. Da mesma forma, o estudo de Carraher (1986), investigando o desempenho em problemas que envolviam as estruturas multiplicativas (Vergnaud, 1983), mostra que mestres de obras que lidam com problemas de conversão de medidas de uma planta (apresentadas em centímetros) para as medidas reais de uma sala (em metros), são extremamente eficientes na resolução de problemas semelhantes aos encontrados no trabalho, obtendo melhores resultados que um grupo de estudantes secundários que participou do estudo. No entanto, o estudo de Carraher também mostra que, quando são dados problemas com escalas não usuais, o desempenho dos mestres de obra é inferior ao apresentado nas escalas familiares sendo, um uma das escalas, inferior ao desempenho dos estudantes.

Em todos os estudos sobre o conhecimento matemático desenvolvido no trabalho, nenhuma relação entre nível de escolarização e desempenho na resolução de problemas semelhantes aos do trabalho foi encontrada. Isto se deve, em parte, ao fato de todos os sujeitos serem altamente eficientes nesse tipo de problema. Carraher (1986) analisa a relação entre a escolarização e o desempenho em problemas que diferem, de alma forma, dos encontrados na profissão, não encontrando qualquer correlação entre as duas variáveis. No entanto, dados obtidos por Petitto e Ginsburg (1982) sugerem que a compreensão dos princípios envolvidos nas operações aritméticas pode ser limitada entre sujeitos não escolarizados. Petitto e Ginsburg (1982) mostram primeiramente que adultos não escolarizados da tribo Dioula, que eram capazes de resolver problemas envolvendo adição e subtração, demonstravam uma compreensão nítida dos princípios envolvidos nessas operações, tais como a associatividade e a comutatividade. Entretanto, esses mesmos sujeitos não pareciam compreender o princípio de comutatividade aplicado à multiplicação: ao resolver problemas de multiplicação por adições sucessivas, eles nunca trocavam o multiplicando pelo multiplicador, uma estratégia que facilitaria enormemente a resolução de um problema como 6 x 100, após haver resolvido 100 x 6. Esses resultados indicam que, como sugere Resnick (1986), o conhecimento matemático desenvolvido independentemente da instrução escolar parece limitar-se à propriedade de composição aditiva dos números inteiros ou, para utilizar a expressão de Vergnaud (1982), ao domínio das estruturas aditivas. No entanto, os dados de Carraher (1986) mostram que mestres de obra não escolarizados resolviam problemas de escalas, que envolvem estruturas multiplicativas, mesmo quando essas escalas eram desconhecidas.

Uma outra questão, ainda não claramente analisada, é a de como o conhecimento adquirido na escola interage com o conhecimento prático. Saxe (1985) encontrou que crianças Oksapmim trazem para a escola técnicas de contagem tradicionais aprendidas em casa e criam novas estratégias de contagem, dentro do sistema tradicional, após participarem de atividades escolares. É possível que, ao resolver problemas relacionados ao seu trabalho, sujeitos adultos escolarizados usem, juntamente com as estratégias desenvolvidas no trabalho, procedimentos que não são conhecidos pelos sujeitos não escolarizados.

Este estudo, realizado em Recife, visou analisar os limites e o poder de generalização do conhecimento matemático desenvolvido no trabalho, bem como a contribuição da escolarização formal, versus a da experiência prática de trabalho, no desenvolvimento deste conhecimento. Os dados analisados referem-se ao uso e à compreensão de operações matemáticas no contexto do jogo do bicho. Os sujeitos do estudo são cambistas do jogo com níveis de escolarização que variavam de zero a 11 anos de freqüência à escola. Seu desempenho e estratégia são analisados durante a resolução de problemas na situação natural de trabalho e durante a resolução de problemas que diferiam daqueles usualmente encontrados no trabalho quanto aos números envolvidos, a forma como as questões eram apresentadas e o seu conteúdo. Eles foram também submetidos a uma entrevista sobre a estrutura e os aspectos probabilísticos do jogo do bicho.

O CONTEXTO DO JOGO

Apesar de constituir uma atividade ilegal em todo o país, o jogo do bicho é abertamente praticado no Estado de Pernambuco. A origem do jogo, como também seu nome, situa-se no fim do século passado quando o Jardim Zoológico do Rio de Janeiro, com o objetivo de atrair mais visitantes, decidiu imprimir bilhetes de entrada com figuras de animais realizando, ao fim do dia, o sorteio de um dentre 25 animais e distribuindo prêmios em dinheiro aos portadores de bilhetes com o animal sorteado. O sistema teve tanto sucesso que, em 1893 (Carradore, 1979), um sistema similar de apostas foi instalado na cidade criando uma nova fonte de renda para aqueles que atuam como cambistas. Hoje a estrutura do jogo é bem diferente de sua forma inicial, embora os números envolvidos continuem a ser associados com o nome de animais: cada um dos 25 animais representam um grupo de quatro números, de forma que o grupo um (1) é composto pelos números terminados em 01, 02, 03 e 04 e correspondem a avestruz, o grupo dois (2) é formado pelos terminados em 05, 06, 07 e 08 e correspondem à águia, e assim por diante, até o grupo 25 que é formado pelos números terminados em 97, 98, 99 e 00 que correspondem à vaca. O nome dos animais são utilizados para identificar o grupo e os números sorteados e podem ser fonte de inspiração para as apostas: se alguém sonha com uma vaca, deve apostar em números terminados em 97, 98, 99 ou 00.

No sistema atual de jogo no Estado de Pernambuco, ao fim de cada dia são sorteados cinco números de quatro dígitos cada um. São atribuídos prêmios para apostas que coincidem inteiramente com os quatro dígitos de um dos números sorteados, como também para apostas que coincidem com os três ou com os dois últimos dígitos desse número. No vocabulário próprio utilizado por cambistas e por apostadores do jogo, números de quatro dígitos são chamados milhares, números de três dígitos são chamados centenas e números de dois dígitos são chamados dezenas. Os cinco números de quatro dígitos que são sorteados ao fim de cada dia são identificados como primeiro, segundo, terceiro e quarto ou quinto prêmios, de acordo com a ordem do sorteio. Para designar os cinco prêmios ou números sorteados, os cambistas e apostadores usam a expressão "do primeiro ao quinto". Ao fazer uma aposta o cliente deve especificar o prêmio ou os prêmios aos quais a aposta se refere. Uma aposta que se refere apenas a um dos prêmios, ou a um dos números a serem sorteados, custará qualquer valor escolhido pelo apostador e o prêmio, calculado de acordo com este valor, será atribuído caso o número apostado apareça no sorteio ao qual a aposta se referiu. Uma aposta que se refere aos cinco prêmios custará cinco vezes o valor escolhido e o apostador será premiado se o número escolhido aparecer em qualquer dos sorteios. Os jogadores fazem suas apostas indo aos locais onde os cambistas mantêm seu ponto ou banca de jogo, muitas vezes apenas uma pequena mesa e uma cadeira na esquina de uma rua. O apostador deve informar ao cambista o número ou números nos quais ele deseja fazer sua aposta, se a aposta se refere a um ou a todos os cinco prêmios e que valor ele deseja apostar em cada número ou unidade de jogo. O cambista deve então escrever em um talão, com uma cópia em carbono, as características da aposta. A folha onde a aposta é escrita é entregue ao apostador e a cópia fica com o cambista.

Para aumentar as chances de ganhar, em geral, aposta-se em vários números ao mesmo tempo. Para que seja possível apostar em muitos números, sem ter que escrever todos eles, um conjunto de apostas pode ser solicitado estabelecendo-se um número e pedindo-se para apostar em todas as possíveis combinações de dois, três ou quatro dígitos daquele número. Para indicar que deseja apostar em todas as possíveis combinações o apostador usa a palavra invertida. Por exemplo: se um apostador pede para apostar na milhar invertida de 35210, no primeiro prêmio, significa que ele está apostando nos números 3521, 3512, 3520, 3502, 3510 etc., até 0125, o que faz um total de 120 números de quatro dígitos. Se qualquer um desses números aparecer no primeiro sorteio, o apostador ganhará uma quantia em dinheiro que será calculada de acordo com o valor apostado em cada um dos números de quatro dígitos.

Um exemplo de como um conjunto de apostas pode ser solicitado é o seguinte: "Eu quero botar 2 cruzados na milhar com centena invertida de 583492 (isto é, em todas as possíveis combinações de três e de quatro dígitos do número 583492), do primeiro ao quinto (isto é, em qualquer um dos cinco prêmios ou sorteios)".

O cambista que recebe esta ordem deve escrever no talão de jogo o número 583492, as letras que indicam milhar com centena invertida (M c/ C I) e a indicação de que é em qualquer um dos cinco prêmios (1º 5º). Além disso ele deve calcular o valor total a ser pago pelo apostador. Nesse exemplo, uma forma de encontrar esse total é a seguinte:

a) encontrar o número total de combinações de quatro (360) e de três dígitos (120) quando se tem seis dígitos diferentes, o que pode ser feito consultando-se tabelas como a apresentada na Figura 1.;

b) somar as quantidades acima, encontrando 480 como resultado;

c) multiplicar 480 por 5 (o número de prêmios ou sorteios), encontrando 2400 como resultado;

d) multiplicar 2400 por 2 (valor apostado em cruzados), encontrando 4800 como o valor total do jogo a ser pago pelo apostador.

FIGURA I

MILHARES INVERTIDOS
TABELA AMPLIADA

Quantidade de algarismos	SIMPLES	Um Par	Dois Pares	Três Pares	Quatro Pares	Cinco Pares	Um Terno	Dois Ternos	Três Ternos	Quatro Ternos	Cinco Ternos
4	24	12	6				4				
5	120	60	30				20				
6	360	192	102	54			72	14			
7	840	480	270	150			208	46			
8	1680	1020	606	354	192		500	126			
9	3024	1932	1206	738	444		1044	302	78		
10	5040	3360	2190	1398	876	540	1960	646	186		
11		5460	3702	2454	1596	1020	3392	1254	402		
12			5886	4050	2724	1800	5496	2246	798	252	
13				6318	4404	3000		3766	1470	508	
14					6756	4764		5958	2438	956	
15						7200			4046	2836	1620
16									6426	2836	1120
17										4532	1920
18										6900	3140
19										6900	4924
20										6900	7380

Quantidade de algarismos	Um Terno e Um Par	Um Terno e Dois Pares	Um Terno e Três Pares	Um Terno e Quatro Pares	Dois Ternos e Um Par	Dois Ternos e Dois Pares	Dois Ternos e Três Pares	Três Ternos e Um Par	Três Ternos e Dois Pares	Quatro Ternos e Um Par	COM REPETIÇÃO
4											1 – 1
5	10										2 – 16
6	38										3 – 81
7	114	62									4 – 256
8	286	162			70						5 – 625
9	626	370	216		174						6 – 1.296
10	1230	758	460		386	228					7 – 2.401
11	2218	1422	896	556	778	476		240			8 – 4.095
12	3734	2482	1620	1040	1446	916	572	492			9 – 6.561
13	5922	4082	2752	1824	2510	1644	1060	936	588		10 – 10.000
14		6354	4436	3028	4114	2780	1848	1668	1080	604	
15			6792	4796	6090	4468	3056	2808	1872	1100	
16				7236		6828	4828	4500	3084	1896	
17							7272	6864	4860	3113	
18									7308	4892	
19										7344	
20											

Os números quádruplos devem ser contados por tríplices para a verificação nesta tabela e ao número encontrado adiciona-se então um milhar por cada quadruplicata.

CENTENAS INVERTIDAS
TABELA AMPLIADA

Q. de Alg.	Simples	1 par	2 pares	3 pares	4 pares	5 pares	6 pares	7 pares	8 pares	9 pares	10 pares	50 DAS CENTENAS SOMADAS	
													0 – 1
													1 – 3
1												1	2 – 6
2												8	3 – 16
3	6	3										27	4 – 15
4	24	12	6									64	5 – 21
5	60	33	18									125	6 – 28
6	120	72	42	24								216	7 – 36
7	210	135	84	51								343	8 – 45
8	336	228	150	96	60							512	9 – 55
9	504	357	246	165	108							729	10 – 63
10	720	528	378	264	180	120						1000	11 – 69
11	...	747	552	390	282	195							12 – 73
12	...	...	774	576	420	310	210						13 – 75
13	...	...	...	801	600	436	318						14 – 75
14	...	...	...	...	828	624	462	336					15 – 63
15	...	...	...	...	...	855	648	483					16 – 69
16	...	...	...	...	...	...	892	672	504				17 – 63
17	...	...	...	...	...	...	...	909	696				18 – 55
18	...	...	...	...	...	...	...	...	963	720			19 – 45
19	...	...	...	...	...	...	...	...	...	963			20 – 36
20	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	990		21 – 36
													22 – 28
													23 – 21
													24 – 10
													25 – 6
													26 – 3
													27 – 1

Os números tríplices devem ser contados por duplos para a verificação nesta tabela e ao número encontrado adiciona-se então uma centena por cada triplicata.

Figura 1: Tabelas consultadas pelos cambistas para determinar o número de apostas solicitadas.

Uma análise externa do jogo sugere que, para lidar com os pedidos dos apostadores, o cambista deve ser capaz de resolver problemas envolvendo as quatro operações e ter conhecimento sobre combinatória e sobre probabilidades. Estes aspectos, junto com o fato de que os cambistas têm, em geral, muita pouca experiência escolar, tornam o jogo do bicho um contexto dos mais interessantes para o estudo do conhecimento matemático desenvolvido em ambientes naturais. Além disso, diferentemente de outros contextos, as operações realizadas são sobre números destituídos de referente concreto. As regras gerais do jogo são freqüentemente aprendidas por crianças quando realizam apostas para seus pais ou parentes. Ao iniciar o trabalho como cambista o jovem recebe treinamento mais sistemático atuando como auxiliar de um cambista mais experiente o qual corrige possíveis erros e calcula o valor das apostas mais complicadas. Este tipo de aprendizagem, em geral, possui as características discutidas por Greenfield e Lave (1982) para a educação informal, em oposição às características da educação formal.

MÉTODO

Sujeitos

Participaram do estudo 20 cambistas adultos, seis dos quais eram mulheres, tendo todos eles pelo menos dois anos de experiência prática. Seus níveis de experiência escolar distribuíam-se como segue: quatro jamais haviam freqüentado a escola, sete tinham de um a quatro anos de escolarização, cinco tinham de cinco a oito anos de freqüência à escola e quatro tinham entre nove a onze anos de escolarização.

Procedimento

Cada sujeito foi observado no trabalho enquanto atendia, em movimentos diferentes, de dez a 17 apostadores. Nesta fase de observação procurou-se caracterizar os tipos de problemas de matemática que apareciam no jogo, bem como as estratégias utilizadas pelos cambistas para resolvê-los. A investigação sobre as estratégias era feita através de perguntas que seguiam os princípios do método clínico piagetiano, com argumentações e contra-argumentações para esclarecer os processos de raciocínio dos sujeitos. Em uma segunda fase cada um deles foi submetido, em ordem aleatória, a três séries de problemas e a uma entrevista sobre diferentes aspectos do jogo. Nas duas primeiras séries os problemas apresentados eram problemas de aritmética e o examinador atuava como se fosse um jogador que queria realizar apostas que diferiam daquelas usualmente encontradas no trabalho pelo fato de envolverem números não redondos *(série a)* ou por serem solicitadas de uma forma que requeria o uso das operações inversas daquelas usualmente requeridas no trabalho *(série b)*. O terceiro conjunto de problemas *(série c)* explorava a compreensão do sujeito no que se refere à combinação entre elementos, através de problemas semelhantes ao do jogo, mas onde os elementos a combinar não eram números mas cores, letras ou colocações finais de cavalos em uma corrida. Finalmente, a entrevista explorava a compreensão dos sujeitos com relação aos aspectos probabilísticos do jogo. A apresentação dos problemas e das questões da entrevista era feita segundo os princípios do método clínico Piagetiano de forma a ser possível detectar as formas como as soluções eram ou não encontradas.

RESULTADOS

Resolução de problemas no trabalho

As observações dos sujeitos na situação natural de trabalho revelou que a maioria das apostas solicitadas a todos os cambistas, independementemente de seu nível de escolarização, requeria tipos semelhantes de cálculos. Em 90% dos casos os pedidos especificavam o valor a ser colocado em cada unidade da aposta e o cambista tinha que encontrar o número de unidades e calcular o valor total da aposta. Em 60,3% dos casos os valores apostados em cada unidade eram de um, cinco, dez ou cinqüenta cruzerios, quantidades que facilitavam o cálculo do valor total da aposta. Para encontrar o número possível de combinações de dígitos em um número os cambistas ou recorriam à memória ou procuravam as respostas nas tabelas do tipo apresentado na Figura 1. O desempenho durante as situações de trabalho observadas foi praticamente perfeito: apenas dois erros ocorreram no total de 609 problemas resolvidos durante as observações.

Para 68,6% dos problemas observados as soluções eram encontradas imediatamente pela utilização do conhecimento memorizado. Nestes casos os sujeitos com alguma escolarização apresentavam uma pequena vantagem sobre os que jamais haviam freqüentado a escola, resolvendo de memória 82,6% dos problemas, contra 67,1% entre os não escolarizados. Em 7,2% das apostas realizadas durante as observações nenhuma computação era necessária, por ser o pedido simples e direto. Em 2,8% dos casos não foi possível identificar a estratégia utilizada para resolução do problema. Para os 57 problemas restantes foi possível identificar quatro procedimentos diferentes: perguntar ao apostador, utilizar, em parte, procedimentos escritos aprendidos na escola, usar a estratégia de decomposição e usar a estratégia de agrupamentos repetidos. A Tabela 1 mostra a freqüência e o percentual de problemas resolvidos por cada um desses procedimentos em cada um dos grupos de sujeitos.

O primeiro procedimento consistia na verdade em não solucionar o problema mas em solicitar ao apostador que o fizesse. Isto aconteceu em apenas quatro das apostas observadas, todas elas apresentadas aos sujeitos não escolarizados. O segundo procedimento utilizava algoritmos escolares escritos. Os outros dois procedimentos foram utilizados por todos os grupos e eram procedimentos não escolares semelhantes aos encontrados por Carraher, Carraher e Schliemann (1987) sendo, conseqüentemente, designados como decomposição e agrupamentos repetidos.

Tabela 1

Procedimentos utilizados para resolver os problemas na situação natural, quando os resultados não eram memorizados.

Nível de Escolarização	Perguntar ao freguês	Algoritmos escolares	Decomposição	Agrupamento
Nenhuma	4(36,4)	0(0)	2(18,2)	5(45,4)
1 a 4 anos	0(0)	3(17,7)	3(17,7)	11(64,6)
5 a 8 anos	0(0)	11(52,4)	2(9,5)	8(38,1)
9 a 11 anos	0(0)	3(37,5)	1(12,5)	4(50,0)

No procedimento de decomposição os cambistas decompunham as quantidades envolvidas no problema em sub-totais que facilitavam os cálculos e, após realizar as operações requeridas, recompunham os totais. O exemplo seguinte ilustra as características desse procecimento:

Sujeito: LUS. Experiência escolar: cinco anos.

A. (Apostador): *Um milhar com centena invertido (mostra o número 7563 escrito) do primeiro ao quinto a um e cinqüenta (Cr$ 1,50).*

E. (Examinador): (após resolução do problema pelo cambista) *Como foi que você calculou essa?*

S. (Sujeito): *Veja, uma milhar invertida com quatro números sem par, quatro números diferentes, dá 24 milhar e 24 centena.*

E. *: Como?*

S.: *É só ver a tabela, se quiser, mas eu já sei. Se for a um cruzeiro*[1] *do primeiro ao quinto dá 240. Mas como é a um e cinquenta dá 360 cruzeiros.*

E.: *Por que?*

S.: *Porque eu sei que o milhar com centena invertido 7, 5, 6 e 3 a um cruzeiro, do primeiro ao quinto, dá 240. Como é a um e cinqüenta e cinqüenta é a metade de um dá mais 120. Aí soma. dá 360 cruzeiros.*

No exemplo acima o procedimento de decomposição foi utilizado de forma a que um problema que requeria o uso da multiplicação pudesse ser resolvido pelo uso exclusivo de adições memorizadas. Em uma situação escolar o problema seria provavelmente resolvido pelo uso das seguintes operações: 24 + 24 = 48; 48 X 5 = 240; 240 X 1,50 = 360. O cambista, tendo já memorizado o resultado das duas primeiras operações, resolveu a última decompondo 1,50 em 1 e 1/2; a 1 ele fez corresponder 240 e a 1/2, fez corresponder a metade de 240 que é 120. Adicionando 240 a 120, encontrou 360.

O procedimento de agrupamentos repetidos permitia resolver problemas que requeririam a multiplicação através de uma estratégia aditiva. Neste caso, subpartes de igual valor eram adicionadas para compor sub-totais, como no exemplo seguinte:

Sujeito: LUI. Experiência escolar: cinco anos.

A.: *Bote quatro milhares com centena no primeiro prêmio a quatro cruzeiros no milhar e vinte e oito na centena.*

S.: (resolvendo o problema): *Da milhar dá 16, porque 4, 8, 12, 16 cruzeiros. E da centena dá (pausa) 28 com 28 dá 56 e 56 com 56 dá 112. 112 e 16 dá 128.*

Neste exemplo os agrupamentos repetidos foram utilizados para calcular o resultado do que poderia ser expresso como uma multiplicação de 28 por 4. Para resolver o problema o cambista adicionou 28 a 28 e, após encontrar 56, adicionou 56 a 56 encontrando o resultado 112.

O procedimento de agrupamentos repetidos também permitia evitar a utilização da operação de divisão na resolução de problemas que o requeriam. Nesses problemas, que apareceram em apenas 10% das apostas realizadas durante as observações, o apostador dizia qual o valor total que ele queria pagar para a aposta completa e o cambista tinha então que encontrar o valor de cada uma das unidades da aposta. Sempre que isto acontecia, os cambistas resolviam o problema adotando sucessivamente diferentes valores para as unidades da aposta, valores estes que eram adicionados tantas vezes quantas eram as unidades, até que fosse encontrado um resultado idêntico ao valor total da aposta.

Em alguns casos os cambistas evitavam realizar operações complicadas, com resultados envolvendo centavos, modificando o problema, como no seguinte exemplo:

Sujeito: FER. Experiência escolar: quatro anos.

A.: *Bote aí 7471, milhar com centena invertida pra dar 50 cruzeiros.*

S.: *Aqui dá 12 milhar e 12 centena, 24. Bote dois cruzeiros em cada e bote dois cruzeiros em outra centena, no primeiro prêmio.*

A.: *Tá bom.*

E.: (após a saída do apostador): *Por que você fez assim?*

S.: *Olhe aqui. Tem 12 milhar e 12 centena, porque tem quatro números e um par* (o dígito 7 que é repetido). *Eu pensei assim: a dois cruzeiros dá 48. Ela queria 50. Mas eu pensei que ia ser difícil fazer as contas. Ia levar muito tempo, ia ser difícil. Sobrou dois que eu mandei ela botar em outra aposta.*

E.: *E se o freguês não aceitar?*

S.: *Isso nunca acontece. Às vezes a gente dá logo outro número e aí o freguês fica com medo de não apostar e perder.*

É interessante notar que alguns dos cambistas dispunham de calculadoras mas nenhum deles as utilizou para resolver os problemas durante as observações.

Como se viu até agora, nenhuma diferença importante que pudesse ser atribuída aos diferentes níveis de escolarização foi encontrada, uma vez que todos os cambistas eram extremamente eficientes ao resolver problemas no trabalho. Entretanto, quando o examinador solicitava, como uma forma de esclarecer a estratégia de resolução do problema, que o sujeito explicasse por que a solução apresentada era correta, os su-

1 Os dados do estudo foram coletados quando o "cruzeiro" ainda era a moeda corrente no Brasil.

jeitos escolarizados, em geral, apresentavam explicações mais elaboradas e explícitas que as apresentadas pelos que jamais haviam freqüentado a escola. Os dois exemplos seguintes ilustram essa diferença:

Sujeito: MAR. Experiência escolar: nenhuma.

Após receber o pedido para colocar cinco cruzeiros na milhar e na centena de dez números diferentes, do primeiro ao quinto, encontra imediatamente que 500 cruzeiros é o valor total da aposta. Quando o examinador lhe pede para explicar como ela sabe que o valor é 500 cruzeiros, trava-se o seguinte diálogo:

S.: *Cada uma dá 50. São dez, dá 500.*

E.: *Por que?*

S.: *Por que é milhar com centena. Se fosse milhar pura dava 250.*

F.: *Não entendi, não é do primeiro ao quinto?*

S.: *É só multiplicada por cinco. Eles dizem assim, quando é milhar pura é por cinco, mas quando tem centena tem que ser multiplicada por dez.*

E.: *Por que por dez?*

S.: *Porque é assim mesmo.*

Sujeito: MAL. Experiência escolar: 11 anos.

Após receber a ordem para colocar dois cruzeiros na milhar e na centena de cinco números diferentes, do primeiro ao quinto, encontra imediatamente o valor total da aposta que é de cem cruzeiros. Ao responder por que essa é a resposta correta, ela explica:

S.: *Isso é a coisa mais fácil. Do primeiro ao quinto, para cada cruzeiro que você bota num número tem que pagar dez cruzeiros.*

E.: *Por quê?*

S.: *Você multiplica por dez se é pra botar o mesmo tanto na milhar e na centena. Outro jeito de fazer é botar dois cruzeiros na milhar e dois na centena. Dá quatro. Você multiplica pelos cinco prêmios, dá vinte cruzeiros em cada número. 20, 40, 60, 80, 100. Agora, pra ser mais fácil, você faz assim: você já sabe, se for a um cruzeiro, faz dez porque você tem cinco na milhar e cinco na centena. Se for um, é dez, se for dez é cem. Quando você aposta na milhar com centena tudo é mais fácil. A gente multiplica por dez porque é duas vezes: milhar e centena. Assim vai mais rápido. Se não, tá na hora do outro freguês.*

Estes dois protocolos sugerem que ambos os sujeitos utilizam a seguinte regra: "Se um determinado valor em cruzeiro é apostado nas centenas e milhares, do primeiro ao quinto, então multiplica-se esse valor por dez". No entanto, ao tentar explicar porque deve-se multiplicar por dez, os dois sujeitos apresentam justificativas diferentes. O sujeito não escolarizado explica a aplicação da regra como resultado de uma ordem recebida, ou como um estado de coisas ("Eles dizem assim . . . Porque é assim mesmo"). O sujeito escolarizado analisa o problema decompondo a multiplicação por dez em uma multiplicação por dois e outra por cinco. Até que ponto essas diferenças indicam níveis diferentes de compreensão do problema, ou apenas formas diferentes de interpretar o pedido de explicação, não é possível saber a partir dos dados do presente estudo. É possível que a dificuldade dos cambistas não escolarizados situe-se apenas no nível da justificação verbal e não no da compreensão da estrutura dos problemas, uma vez que os procedimentos de cálculo que eles utilizam são bastante sofisticados e indicam uma boa compreensão das propriedades do sistema decimal e das operações. Os dados da segunda fase do estudo, apresentados a seguir, permitirão, embora sem possibilitar uma resposta definitiva, voltar a abordar a questão.

Os resultados desta primeira fase de observação natural podem ser resumidos como segue: independentemente do seu nível de escolarização, os cambistas são sempre extremamente eficientes ao resolver problemas de aritmética no trabalho; regras específicas parecem ser aplicadas para a resolução dos problemas relativos às apostas mais comumente encontradas; as soluções para as apostas mais comuns, envolvendo valores mais freqüentemente solicitados são memorizadas pelos cambistas; para encontrar o número total de arranjos ou permutações entre os dígitos de um número os cambistas dispõem de tabelas prontas não necessitando portanto lidar com detalhes da análise combinatória; quando a computação é necessária para resolver os problemas, os cambistas utilizam procedimentos orais de cálculo, desenvolvidos informalmente e que se baseiam em propriedades do sistema decimal e das operações; as justificativas apresentadas pelos sujeitos escolarizados, para as regras utilizadas na resolução dos problemas, diferem daquelas apresentadas pelos sujeitos não escolarizados.

Resolução de problemas de aritmética semelhantes aos do trabalho

Para analisar o poder e os limites do conhecimento matemático revelado pelos cambistas no desempenho de sua profissão, cada um dos 20 sujeitos foi submetido a duas séries de problemas semelhantes àqueles encontrados no trabalho. A primeira série *(série a)* era formada por seis problemas, enunciados da mesma forma como apareciam na maioria das apostas, mas onde os números envolvidos eram números não redondos. A segunda série *(série b)* era formada por outros seis problemas que envolviam números redondos mas que eram enunciados na forma que raramente ocorria no trabalho, isto é, onde o total de dinheiro a ser pago por toda a aposta era pré-estabelecido e o cambista tinha então que encontrar o valor de cada unidade da aposta.

O número médio de problemas corretamente resolvidos por cada sujeito no grupo não escolarizado foi de 2,25 para os problemas com números não redondos e de 3,25 para os problemas enunciados de forma diferente da que geralmente ocorria no trabalho. Para cada um dos três grupos de sujeitos escolarizados, o número de problemas resolvidos corretamente, por sujeito, em cada série, variava entre 4,00 e 5,50. As Tabelas 2 e 3 mostram a relação entre os níveis de escolarização e o número de problemas corretamente resolvidos. A correlação entre essas duas variáveis, em cada uma das *séries a* e *b* foi significativa (tau de Kendal = 0,30, z = 1,85, p = 0,05, para a *série a* e tau de Kendall = 0,34, z = 2,10, p = 0,02, para a *série b*).

Tabela 2

Número de sujeitos em cada grupo, segundo o número de respostas corretas aos problemas envolvendo números não redondos (*série a*).

Nível de Escolarização	Número de respostas corretas 0	1	2	3	4	5	6
Nenhuma	1	1	–	2	–	–	–
1 a 4 anos	–	–	–	2	1	3	1
5 a 8 anos	–	–	–	–	1	2	2
9 a 11 anos	–	–	1	1	–	1	1

Tau de Kendall = 0,30, z = 1,85, $p < 0,05$.

Tabela 3

Número de sujeitos em cada grupo segundo o número de respostas corretas aos problemas enunciados de forma diferente (*série b*).

Nível de Escolarização	Número de respostas corretas 0	1	2	3	4	5	6
Nenhuma	–	–	2	1	–	–	1
1 a 4 anos	–	–	1	–	1	3	2
5 a 8 anos	–	–	–	–	2	2	1
9 a 11 anos	–	–	–	–	1	–	3

Tau de Kendall = 0,34, z = 2,10, $p < 0,02$.

As dificuldades dos sujeitos não escolarizados revelam-se também nos tipos de erros cometidos: para 41,7% dos problemas das duas séries eles recusaram-se a tentar encontrar uma solução, como ocorre nos exemplos apresentados a seguir.

Sujeito: MAR. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Eu queria jogar essas três centenas (712, 468 e 217), do primeiro ao quinto, a 37 cruzeiros.*

S.: *Pronto! Agora lascou tudo.* (Ri muito). *São quantas mesmo?*

E.: *Três centenas do primeiro ao quinto a 37 cruzeiros.*

S.: *Não, não vai não, é o tal do quebradinho que é danado.*

E.: *E se chegasse uma pessoa para jogar desse jeito, como a senhora faria?*

S.: *Na cabeça.*

E.: *Na cabeça? De que jeito?*

S.: *Eu multiplicava na cabeça.*

E.: *Multiplicava que números?*

S.: *Multiplicava, no fim dava certo.*

E.: *E se eu dissesse que era a trinta?*

S.: *Eu pegava, pam, pam, dava o resultado.*

E.: *E qual era o resultado?*

S.: *Agora não dá não. Com 37* (pausa). *Qualquer conta na cabeça eu vou bem. Pode ter quebrado, pode não ter, eu tiro os quebrados e junto, no fim dá tudo certo. Mas hoje eu num tô mesmo pra conta.*

Sujeito: FEL. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Eu quero jogar nas centenas invertidas do primeiro ao quinto nesses três números (2143, 3178 e 2345). Eu tenho 25.200 cruzeiros; queria saber a quanto vai sair cada centena.*

S.: *Dá cada uma 24 centenas. A senhora quer jogar a 25.200 cada?*

E.: *Não, eu tenho 25.200 para jogar e queria saber a quanto sairia cada uma.*

S.: *Essa não dá para o meu pensar porque eu não sei fazer essas coisas assim.*

E.: *Assim como? Não quer tentar?*

S.: *É que eu sei fazer poucas conta só. Essa eu não sei não.*

Entre os cambistas escolarizados, esse tipo de recusa ocorreu em apenas 2,08% dos problemas da *série a* e em 5,21% dos da *série b*. Nos problemas da *série a*, que envolviam números não redondos, o erro mais comum entre os sujeitos escolarizados eram pequenos erros de computação, os quais ocorreram em 9,37% dos problemas. Outros tipos de erros, encontrados com pouca freqüência em todos os grupos, incluíam erros lógicos, onde a interpretação errada do problema levava à escolha de operações inadequadas e erros relacionados à magnitude do resultado como, por exemplo, apresentar o valor 1350 como resultado de um problema quando a resposta correta deveria ser 135.

Em dois problemas da *série b*, todos os sujeitos não escolarizados conseguiram encontrar a solução correta. Nesta *série b*, em lugar de estabelecer o valor da unidade da aposta para o cambista calcular o valor total, o enunciado do problema apresentava o valor total e o cambista devia encontrar o valor da unidade. Uma análise da forma como dois dos cambistas resolveram problemas desse tipo encontra-se nos protocolos seguintes:

Sujeito: MAR. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Eu tenho 1.500 cruzeiros pra jogar na milhar com centena desses três números (4721, 6534 e 6745), do primeiro ao quinto. Quanto vai ser cada um?*

S.: *Mas não é invertida, é simples, né?*

E.: *É.*

S.: *Vai a cinqüenta cruzeiros.*

E.: *Como a senhora descobriu tão rápido?*

S.: *A gente só se atrapalha quando tem negócio de oitenta cruzeiros, não sabe? Ah, aí dança.*

E.: *Mas como chegou o cinqüenta na sua cabeça?*

S.: *Devido ao costume, né? Porque chega uma pessoa e diz assim: bote uma milhar do primeiro ao quinto que importe 500. É só botar cinqüenta cruzeiros. O que atrapalha a gente é negócio de quebrado, né?*

Sujeito: MAR. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Tenho trezentos cruzeiros. Quero apostar nessas três dezenas, do primeiro ao quinto. Sai a quanto, cada?*

S.: *Três dezenas, do primeiro ao quinto* (pausa). *Dois vez cinco, dez* (pausa). *Pra dar trezentos cruzeiros.*

E.: *São três dezenas?*

S.: *Ah! São três. Tá vendo? Negócio fácil desse. Tô embatucada. Tô por fora. Três dezenas . . .*

E.: *Tenho trezentos cruzeiros.*

S.: (pausa) *Dá a duzentos cruzeiros.*

E.: *Duzentos? Como a senhora fez?*

S.: *2, 4, 6. Porque, se fosse a cem cada uma, só dava cinqüenta. Aqui é multiplicado por 2. 5 vezes 2, 10,* *sabe fia? Se fosse milhar com centena pra dar cem tinha que ser a dez. Mas como é dezena, é a vinte*... (parece estar em dúvida).

E.: *A vinte?*

S.: *É.*

E.: *A senhora multiplicou por cinco?*

S.: *Dá cem de cada. As três dá trezentos.*

E.: *A vinte ou a duzentos?*

S.: *Peraí. Não, é a vinte mesmo.*

A forma como o primeiro dentre os dois problemas acima foi resolvido, ao lado da dificuldade deste mesmo sujeito com outros problemas, sugere que os cambistas não escolarizados parecem haver aprendido no trabalho um conjunto de regras para lidar com as situações mais freqüentes, as quais envolvem números redondos cujos fatores podem ser mais facilmente encontrados. Entretanto, no segundo exemplo, apesar de demonstrar dificuldades para encontrar a solução, parece haver evidência de compreensão da estrutura do problema quando ela afirma: "Se fosse milhar com centena pra dar cem tinha que ser a dez. Mas como é dezena, é a vinte...". Os jogos de milhar com centena são mais comuns e ela conhece a regra para sua solução. Esse conhecimento parece interferir na busca da solução para um jogo apenas nas dezenas mas ela foi capaz de superar a dificuldade, ao que parece, a partir do raciocínio seguinte: se na milhar com centena tem-se cinco vezes duas unidades de jogo, ou seja, dez, no jogo apenas nas dezenas tem-se a metade disto: então o valor de cada unidade deve ser o dobro.

Esta análise sobre as relações entre a escolarização e o desempenho na resolução de problemas de aritmética que diferem, de alguma forma, daqueles encontrados no trabalho sugere que a escolarização tem como contribuição fundamental permitir aos sujeitos abordar problemas envolvendo qualquer tipo de número e qualquer tipo de enunciado. É possível que esse poder da escolarização seja resultado da prática com a utilização de algoritmos ensinados na escola os quais são aplicados a conteúdos variados e facilitam a resolução de qualquer operação, aplicada a qualquer conteúdo.

Uso de procedimentos escritos

Diferentemente do que ocorreu nas situações de trabalho observadas, ao tentar resolver os problemas apresentados nas *séries a e b*, os cambistas freqüentemente utilizaram procedimentos escritos. O uso de procedimentos escritos na *série a* ocorreu em 41,7% dos problemas apresentados aos cambistas não escolarizados (apenas um deles não utilizou procedimentos escritos nesta série) e em 69,8% dos problemas apresentados aos escolarizados. Na *série b*, em todos os grupos, a solução para aproximadamente metade dos problemas era procurada através da utilização do cálculo mental. Nenhum dos sujeitos não escolarizados utilizou procedimentos escritos ao tentar resolver os problemas da *série b* enquanto que, entre os sujeitos escolarizados, isto ocorreu em 32,6% dos problemas. Em todos os grupos os erros ocorriam mais freqüentemente quando os procedimentos escritos eram utilizados (27,2% de erros na *série a* e 38,7% na *série b*), do que quando a solução era procurada através do cálculo mental (20,0% de erros na *série a* e 3,2% na *série b*). No entanto, o uso de procedimentos escritos não se dava da mesma forma como ocorre na escola.

Na escola, operações determinadas pelo enunciado são resolvidas por escrito, seguindo uma seqüência mais ou menos fixa e, a cada parte do problema, corresponde uma única operação. Entre os cambistas, o uso dos procedimentos escritos ocorreu de forma diferente: ao resolver os problemas das *séries a e b*, o cálculo escrito apareceu como um instrumento auxiliar das estratégias de cálculo oral desenvolvidas no trabalho. Ao lidar com cada parte do problema, os sujeitos utilizavam, principalmente, as estratégias de decomposição e de agrupamento repetido para buscar a solução de cada parte do problema; quando, após a decomposição, ou ao adicionar os agrupamentos, os resultados não eram facilmente encontrados, o uso de algoritmos escritos facilitava a obtenção de resultados parciais. Os dois exemplos seguintes ilustram essa interação entre procedimentos orais e procedimentos escritos.

Sujeito: RIV. Experiência escolar: 11 anos.

E.: *Eu quero centena invertida no primeiro prêmio, a 32 cruzeiros cada, nesses três números (uma lista de três números de sete dígitos cada um, com um dígito repetido em cada um deles foi apresentada).*

S.: *Cada número dá 135 centenas* (pausa). *32 em cada* (pausa), *dá*... (começa a fazer os seguintes cálculos escritos, falando alto enquanto resolve as operações):

$$\begin{array}{r} 270 \\ +135 \\ \hline 405 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4050 \\ \times\ 3 \\ \hline 12150 \\ +\ 810 \\ \hline 12960 \end{array}$$

S.: *Dá 12.960.*

E.: *Como você fez as contas?*

S.: *Você tem três números, dá 405.*

E.: *Por que você fez essa soma?* (Aponta para a adição 270 mais 135).

S.: *Porque 135 mais 135 faz 270. Isso a gente já sabe. Aí basta juntar 135. Dá 405. É 32 em cada.*

E.: *Mas você não multiplicou por 32.*

S.: *Porque 405 por 10, você só tem que botar um zero. Depois você multiplica por 3. Dá 12.150. E 405, duas vezes, faz 810. Dá 12.960, certo? Assim é mais fácil.*

Neste exemplo, a forma "escolar" de resolver o problema consistiria na realização, por escrito, da multiplicação de 135 por 3 e, em seguida, da multiplicação do resultado obtido por 32. A forma como o cambista resolver consistiu, também, em encontrar, primeiramente, o resultado da multiplicação de 135 por 3. No entanto a operação de multiplicação não foi utilizada. Em lugar disso, decompondo 3 em 2 + 1, o cambista utilizou a imformação memorizada de que 135 mais 135 é igual a 270 e, com o auxílio do procedimento escrito, adicionou 135 a 270, obtendo 405 como resultado. A etapa seguinte, que deveria consistir na multiplicação de 405 por 32, foi subdividida em três passos, derivados da decomposição de 32 em 10 x 3 + 2: primeiramente 405 foi multiplicado por 10, aumentando-se um zero à sua direita; em seguida o resultado obtido (4050) foi multiplicado por 3, por meio do algoritmo da multiplicação, obtendo-se 12.150 que é o resultado da operação 405 x 30; finalmente 810, o resultado da multiplicação de 405 por 2 foi adicionado a 12.150, obtendo-se 12.960 como resultado da operação 405 x 32.

Sujeito: VER. Experiência escolar: 11 anos.

E.: *Bote 9.600 cruzeiros nas centenas e milhares invertidas, no primeiro prêmio, nesse número* (apresenta um número escrito com seis dígitos diferentes).

S.: (Escrevendo os cálculos abaixo e falando alto): *São 120 centenas e 360 milhares. Dá 480. Se fosse cinco em cada uma, daria 2.400. Vou aumentar um pouquinho. Se fosse a dez cruzeiros, dava 4.800. Se fosse a quinze . . . Vou somar. Dava 7.200. Ainda tem mais, tem que somar mais. Pronto, dá vinte. Eu somei de cinco em cinco.*

$$\begin{array}{r} 120 \\ +\,360 \\ \hline 480 \\ \times\,5 \\ \hline 2400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 480 \\ \times\,10 \\ \hline 4800 \\ +\,2400 \\ \hline 7200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2400 \\ +\,7200 \\ \hline 9600 \end{array}$$

Neste segundo caso, a primeira parte do problema foi resolvida por escrito, somando-se 120 a 360. A segunda parte do problema consistia em encontrar o resultado da divisão de 9.600 por 480. Como aconteceu em todas as fases do estudo, a divisão foi evitada através do uso do agrupamento repetido, onde a unidade básica a ser repetida era 480. O objetivo era encontrar qual o fator pelo qual 480 devia ser multiplicado para obter-se como resultado 9.600. Para isso multiplicações parciais por 5 e por 10 foram calculadas por escrito. Não obtendo ainda 9.600, a cambista passou a calcular, também por escrito, o resultado da multiplicação por 15 por meio da adição dos resultados das multiplicações por 5 e por 10. Por fim, foi calculado o valor da multiplicação por 20 adicionando-se, ainda por escrito, o resultado da última adição ao resultado da multiplicação por 5, obtendo-se então 9.600.

Em ambos os exemplos, os procedimentos inventados no trabalho eram utilizados pelos cambistas como estratégia principal que guiava toda a resolução do problema. No entanto, quando os resultados parciais não eram facilmente encontrados, o cálculo escrito era utilizado.

A análise do uso dos procedimentos escritos não parece indicar, ao menos nos problemas da *série a*, que o melhor desempenho dos cambistas escolarizados se deva ao uso dos algoritmos escolares, uma vez que a maioria dos não escolarizados também os usa como auxiliar na resolução dos problemas. É possível então que as dificuldades dos não escolarizados, evindenciadas freqüentemente na recusa de tentar encontrar uma solução, esteja na impossibilidade de aceitar que os procedimentos utilizados para a solução de problemas que ocorrem no trabalho são aplicáveis a outros problemas. O problema de transferência de um modelo matemático, conhecido através de aplicações à situações de trabalho, a situações diferentes, é objeto de análise da próxima sessão.

Resolução de problemas de combinatória com conteúdos diferentes

Nos problemas da *série c* pedia-se ao sujeito para determinar quantas permutações diferentes podem ser encontradas entre elementos como cores, letras ou colocações finais em uma corrida de cavalo e, após, para encontrar quais eram essas combinações. As permutações solicitadas, como se verá nos exemplos a serem discutidos, eram semelhantes àquelas comumente encontradas no jogo do bicho. Se o sujeito não conseguia encontrar o número possível de permutações, o examinador perguntava se o problema poderia ser resolvido da mesma forma como eram resolvidos os problemas do jogo. Se havia demonstração de dificuldade para encontrar a lista de possíveis permutações, o examinador pedia que o cambista tentasse encontrar a lista com números em lugar das letras ou cores.

Os quatro problemas dessa série foram primeiramente analisados para determinar se os sujeitos admitiam que o mesmo número de combinações possíveis para os dígitos eram válidos para os novos elementos contidos nos problemas. No grupo de sujeitos não escolarizados, para 69% dos problemas, a relação com o jogo do bicho não foi admitida. Entre os sujeitos com de um a quatro anos de freqüência à escola esta percentagem caiu para 33% e, para os sujeitos com cinco ou mais anos de escorização, a relação era sempre admitida ou cada uma das permutações era primeiramente encontrada, contando-se em seguida o número de permutações possíveis.

Para alguns cambistas não escolarizados, o fato de não conhecerem o conteúdo sobre o qual o problema era aplicado fazia com que se recusassem a tentar encontrar uma solução, como mostra o seguinte exemplo:

Sujeito: FEL. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Eu quero saber de quanto jeitos diferentes você pode combinar as letras da palavra casa, sem deixar nenhuma letra de fora e sem botar nenhuma outra letra.*

S.: *Esse é ainda mais pior porque eu não sei ler nada.*

E.: *Mas não precisa saber ler. Eu queria era que o senhor me dissesse de quantas formas diferentes eu poderia trocar o lugar das letras da palavra casa sem tirar e nem colocar nenhuma letra.*

S.: *Esse não dá não.*

E.: *E se o senhor fizesse como no jogo do bicho?*

S.: *Minha fia, esse é muito complicado porque a leitura é uma coisa mais difícil do que os números. Eu sei fazer poucas contas mas não sei ler nada. Nem meu nome eu faço direito.*

E.: *E se o senhor pensasse assim: que o C era o número 1, que o A era o número 2, que o S era o número 3 e o A o número 2, não daria pra fazer?*

S.: *Não, porque uma coisa é diferente da outra.*

Em outros casos, o cambista tentava encontrar as possíveis combinações e, efetivamente, encontrava algumas delas. No entanto, a relação com o jogo não era admitida, como no exemplo que se segue:

Sujeito: MAR. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Vamos fazer de conta que alguém lhe pedisse para fazer tantas camisas diferentes quanto pudesse usando em cada uma delas uma lista azul, uma lista vermelha e uma lista preta. Cada camisa tem que ter as três cores, mas elas têm que ser diferentes. Você tem que fazer as camisas diferentes, arranjando as cores de jeitos diferentes. Numa você pode botar vermelho em cima, preto no meio e azul em baixo. Na outra, azul em cima, vermelho no meio e preto embaixo. Quantas camisas diferentes você pode fazer assim?*

S.: *São só três cores, né? Eu não posso botar nenhuma outra cor, né?*

E.: *É.*

S.: *Três, não, filha?*

E.: *Quais são?*

S.: (após longa pausa): *Azul em cima, preto no meio, vermelho em baixo. Preto em cima, vermelho no meio e azul em baixo. Vermelho em cima, azul no meio e preto em baixo.*

E.: *Só são essas três?*

S.: *Acho que só.*

E.: *A senhora não acha esse problema parecido com o do jogo não?*

S.: *Oxe! Do bicho?*

E.: *Sim. Se fosse uma centena invertida com três números, quantas centenas davam?*

S.: *Seis.*

E.: *Não é igual?*

S.: *(Após pausa): Mas com cor é diferente. Só dá três mesmo. Não tem mais nenhuma não.*

A interferência do nível de conhecimento sobre o domínio ao qual pertenciam os elementos a serem permutados evidencia-se no exemplo seguinte:

Sujeito: BAL. Experiência escolar: nenhuma.

E.: *Agora eu quero saber de quantas formas diferentes você pode arrumar essas letras da palavra casa* (mostra letras escritas: C A S A), *sem que se repita a arrumação.*

S.: *Casa. Também não sei.*

E.: *Tá vendo? A gente tem essas letras, C,A,S,A. Depois pode arrumar C, S, A, A. E depois de outro jeito.*

S.: *Não sei não. Casa. Porque letra C tem muita letra pro camarada emendar.*

E.: *Mas tem que ser com essas letras* (mostra as letras escritas no papel): *A, C, S, A; A, S, C, A, né?*

S.: *É, entendi.*

E.: *Queria saber de quantas formas diferentes a gente podia trocar essas letras, sem tirar nem botar nenhuma letra e sem repetir a arrumação.*

S.: *Dá muita coisa. Se for inverter essas letras dá muita coisa.*

E.: *Quantas dá, invertida?*

S.: *Tem que mudar. Aí tem casa, aí tem asa, né?*

E.: *São quatro letras, né? Pra inverter.*

S.: *A. com a letra C tem muito nome, agora pro camarada inverter esses nome é que dá problema.*

E.: *Mas só usando essas quatro letras.*

S.: *Eu sei. Casa. Eu não faço dessa também.*

E.: *E se por acaso isso fosse números? 1, 2, 3, 2. Se fosse essa milhar invertida. Quanto ia dar?*

S.: *Dava doze.*

E.: *Doze? porque?*

S.: *Porque tem dois par. É como essas letra aqui. Tem quatro par.*

E.: *Por que?*

S.: *Porque C, A, A e mais C.*

E.: *Não, essa é S.*

S.: *Pois bem, tem três.*

E.: *E um par, né?*

S.: *É.*

E.: *Então ia dar doze também?*

S.: *É. Porque tem casá, né? Pega essas letra.*

E.: *Será que ia dar doze também, se combinasse tudinho?*

S.: *É, não sei também se dá asa, casá.*

E.: *Não precisa formar palavra, entendeu? É só juntar essas letras misturando, como faz com os números.*

S.: *Casa, casá. Não tem.*

E.: *Com os números dá doze.*

S.: *É , com os números dá doze. Como aqui também pode dar doze. Mas eu tô por fora.*

E.: *Né a mesma coisa não?*

S.: *É, mas é pra gente caçar os nome.*

Para este cambista, apesar da relação entre combinar letras no problema e números no jogo do bicho ser admitida espontaneamente, encontrar quais são as possíveis combinações torna-se tarefa impossível uma vez que ele busca formar palavras.

A análise sobre a possibilidade de aplicação do modelo matemático da combinatória a elementos diferentes daqueles do jogo, parece evidenciar que, para os sujeitos não escolarizados, a experiência com o modelo, proporcionada pela prática de trabalho, não permite facilmente considerá-lo como geral e aplicável a qualquer conteúdo. Para a maioria dos sujeitos não escolarizados, na maioria dos casos, o resultado das combinações entre números parece ser visto como algo específico da prática do jogo do bicho, não sendo portanto aplicável a elementos diferentes de números. À medida em que a experiência escolar aumenta, a transferência do modelo para outros conteúdos torna-se mais fácil. Como somente os cambista com nove, dez ou 11 anos de freqüência à escola podem ter recebido instrução formal sobre análise combinatória, a influência escolar não pode ser atribuída à instrução escolar específica sobre esse tema.

Uma segunda análise sobre a compreensão da combinatória consistiu na classificação das respostas dada pelos sujeitos a três dos problemas da *série c,* os quais envolviam permutação de três ou de quatro elementos, em termos de estágios de desenvolvimento, seguido a análise proposta por Piaget e Inhelder (1951). Nesta análise, no estágio I há ausência completa de sistematização. Este estágio se subdivide em estágio IA, onde o sujeito não é capaz, nem mesmo por ensaios e erros, de encontrar todas as permutações possíveis entre três elementos, experimentando dificuldade em admitir que se possam fazer várias permutações com os mesmos elementos e estágio IB onde, empiricamente, por ensaios e erros, o sujeito pode vir a encontrar seis combinações possíveis para três elementos, mas não está certo de que não é possível encontrar nenhuma outra além das seis. No estágio II há a descoberta empírica de sistemas parciais. Como o estágio I, o estágio II se subdivide em estágio IIA, quando é possível, empiricamente, encontrar as seis combinações possíveis para três elementos, sabendo que não é possível encontrar nenhuma outra, sem contudo haver generalização dos procedimentos quando existem mais de três elementos a combinar o estágio IIB, onde o sujeito começa a generalizar para quatro elementos a sistematização descoberta para três. Finalmente, no estágio III há a descoberta do sistema, com soluções sistemáticas. O estágio III também se subdivide em dois: e IIIA e IIIB. No estágio IIIA, inicia-se a descoberta de que, se para três elementos, encontra-se um certo número de combinações, com quatro o número de combinações vai ser maior e de que se, com três elementos, cada um pode ser agrupado com os outros dois de duas formas diferentes, com quatro elementos, basta encontrar o número de combinações possíveis com um dos elementos para, a partir daí, saber-se o número total de combinações; no estágio IIIB o sujeito descobre a lei de permutações em geral, para qualquer número de elementos. Como os problemas apresentados aos cambistas na *série c* envolviam apenas três ou quatro elementos, não foi possível analisar se qualquer deles apresentava desempenho a nível do estágio IIIB.

Como mostra a Tabela 4, com exceção de um sujeito, os cambistas com menos de cinco anos de escolarização classificaram-se no nível pré-operacional (IA e IB). Entre os sujeitos com cinco ou mais anos de escolarização, 77,7% classificaram-se no nível das operações concretas (IIA e IIB) ou no nível das operações formais (IIIA). A correlação entre as variáveis escolarização e estágio foi alta e significativa (Tau de Kendall = 0,58, z = 3,51, p = 0,001).

Tabela 4

Número de sujeitos em cada grupo segunda a classificação nos estágios Piagetianos, ao resolver os problemas de permutação.

Nível de Escolarização	Estágios 1A	1B	2A	2B	3A
Nenhuma	2	2	–	–	–
1 a 4 anos	4	2	1	–	–
5 a 8 anos	1	1	1	1	1
9 a 11 anos	–	–	–	2	2

Tau de Kendall = 0,58, z = 3,51, p < 0,001.

Compreensão de probabilidades no jogo

Nas atividades do jogo a probabilidade tem um papel importante. As pessoas apostam em determinados números várias vezes, elas apostam em todas as possíveis combinações de dígitos em um número, o valor dos prêmios está relacionado à probabilidade de ocorrência do tipo de aposta. O contato constante com esses aspectos do jogo deveria proporcionar alguma compreensão sobre probabilidade bem como sobre a estrutura do jogo. Um questionário, aplicado oralmente investigou a compreensão dos sujeitos com relação a esses aspectos. As questões eram: Se todo dia você apostar em uma certa dezena, quantos dias, em média, você acha que você tem que jogar para ganhar? Você acha que uma mesma milhar pode ser sorteada quatro vezes numa mesma semana? Se uma pessoa jogar no bicho durante dez anos, ela ganha mais do que se não jogasse? Alguns jogos são melhores da gente jogar, se a gente quizer apostar bem? Qual o tipo de jogo que dá mais lucro ao banqueiro? Quais os jogos que as pessoas jogam mais? Por que? Por que no terno e no duque de grupos vocês multiplicam o valor apostado por 10 e não por 5, já que as apostas envolvem os cinco prêmios?

As respostas a essas questões foram classificadas em duas categorias: respostas lógicas e respostas empíricas. O número médio de respostas lógicas por sujeito, em cada grupo, aumentava claramente em função da experiência escolar, como se pode ver na Tabela 5.

Tabela 5

Percentagem de respostas lógicas e respostas empíricas em cada grupo.

Nível de Escolarização	Empíricas	Lógicas
Nenhuma	89%	11%
1 a 4 anos	84%	16%
5 a 8 anos	63%	37%
9 a 11 anos	25%	75%

As respostas classificadas como empíricas eram aquelas que consideravam a possibilidade de ocorrência de um determinado número num sorteio como um problema de sorte do apostador, ou como um fato generalizável a partir de suas observações. As respostas abaixo, dadas por um mesmo sujeito, ilustram essa categoria:

Sujeito: JOS. Experiência escolar: um (1) ano.

E.: *Se cada dia você apostar numa certa dezena, quantos dias, em média, você acha que você deve apostar para ganhar?*

S.: *Isso é difícil de saber porque é sempre um problema de sorte. Porque, às vezes, uma dezena é sorteada e depois ela leva um ano pra aparecer de novo. Tudo depende da sorte. Eu tenho um cliente que aposta na mesma dezena todo dia. Uma vez ela deu duas vezes na mesma semana.*

E.: *Tem números que são melhores de jogar, porque aparecem mais que outros?*

S.: *Tem. É cavalo e jacaré (números terminados em 41, 42, 43, 44 e em 57, 58, 59 e 60).*

E.: *Por que?.*

S.: *Porque eles aparecem toda semana.*

E.: *Por que?*

S.: *Eu sei porque estou acostumado.*

As respostas lógicas, mesmo que não demonstrassem um conhecimento formal sobre probabilidades, relacionavam a possibilidade de ocorrência de um determinado número em um sorteio com a possibilidade de ocorrência de todos os possíveis números em uma categoria. O exemplo a seguir ilustra esse tipo de resposta:

Sujeito: LUS. Experiência escolar: cinco anos.

E.: *Se o senhor apostasse todo dia numa dezena, quantos dias, em média, o senhor levaria para ganhar?*

S.: *Não sei a forma de calcular e se pode mesmo calcular uma média exata. Vamos ver: o banqueiro joga com 99 dezenas e eu jogo com uma. Há muita possibilidade de não dar, apesar de haver uma possibilidade em 99. Não sei não. Acho que tem que relacionar isso.*

É interessante notar que este sujeito, provavelmente, jamais ouviu falar sobre probabilidades na escola, uma vez que este tópico não é objeto de ensino no 1º grau. No entanto, ele foi capaz de analizar o jogo em termos probabilísticos.

Novamente, como foi o caso nas análises anteriores, os dados obtidos através da entrevista evidenciam que a influência da experiência escolar não se limita aos assuntos estudados em classe. É possível então sugerir-se que o que a escola promove é uma forma diferente de análise e de compreensão das experiências diárias.

DISCUSSÃO

Os resultados deste estudo mostram que, embora o conhecimento matemático possa desenvolver-se independentemente da instrução escolar, o uso desse conhecimento em situações que diferem das situações específicas em que foram originados parece tornar-se mais efetivo com a crescente experiência escolar.

A contribuição da experiência prática reflete-se primeiramente no desenvolvimento de regras e na memorização de fatos que representam caminhos mais simples e fáceis para resolver os problemas. Em segundo lugar, a prática contribui para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental efetivas, as quais são utilizadas quando o resultado do problema não está memorizado. Estas estratégias, utilizadas tanto por cambistas não escolarizados como pelos cambistas escolarizados, além de extremamente eficazes, revelam uma boa compreensão das propriedades do sistema numérico decimal. Finalmente, como resultado da prática de trabalho, os cambistas desenvolvem conhecimentos além dos que lhes são ensinados na escola.

A contribuição da instrução escolar não se revelou, como se poderia esperar, no uso de técnicas específicas, como os algoritmos para resolução das quatro operações, ou no conhecimento de conteúdos específicos ensinados na escola, mas sim em uma habilidade mais geral para analisar e generalizar os modelos matemáticos implícitos na resolução dos problemas que ocorrem no contexto do jogo. Estes resultados assemelham-se aos obtidos por Scribner e Cole (1981) em sua análise sobre o papel da escolarização, em oposição à alfabetização adquirida fora da escola, na promoção de mudanças cognitivas. Da mesma forma que os sujeitos alfabetizados, mas não escolarizados, analisados por Scribner e Cole, os cambistas não escolarizados, que haviam aprendido a resolver problemas no contexto específico do jogo do bicho, conseguiam lidar apenas com problemas muito semelhantes aos que encontravam no trabalho, tendo dificuldades em aplicar o modelo válido para os números no jogo a outros conteúdos. Além disso, quando solicitados a justificar os procedimentos utilizados para resolver problemas aritméticos, eles não conseguiam analisar as operações que eram capazes de realizar para justificá-las verbalmente. Para estes sujeitos, o conhecimento matemático que desenvolveram parece ser visto como exclusivamente aplicável à situação do jogo. Já os sujeitos escolarizados resolviam melhor as tarefas que se diferenciavam das do trabalho, aplicavam o modelo matemático presente no jogo a outros conteúdos, e, com a crescente escolarização, analisavam as diversas atividades do jogo de forma a poder justificar mesmo seus aspectos mais complexos.

As dificuldades experimentadas pelos cambistas que nunca haviam freqüentado a escola parecem poder ser atribuídas, pelo menos em parte, à crença de que eles podem resolver apenas o conjunto específico de problemas anteriormente aprendidos. Além disso, eles parecem conceber as propriedades do sistema com o qual trabalham como específicas do jogo e não como um modelo matemático que pode ser aplicado a outros domínios. Diferentemente, os cambistas escolarizados abordavam qualquer problema como um problema que eles poderiam solucionar uma vez que envolviam os mesmos princípios gerais dos problemas com os quais estavam acostumados a lidar. Como já foi enfatizado por Scribner e Cole (1973), uma das diferenças entre a aprendizagem informal e a aprendizagem escolar parece estar na generalidade dos instrumentos proporcionados pela escola, em contraste com a especificidade daqueles aplicados em situações de aprendizagem informal. Esta distinção é, provavelmente, a base para a explicação das diferenças de desempenho entre os sujeitos com diferentes níveis de experiência escolar.

Como aconteceu no estudo de Saxe (1985) entre os Oksapmim da Nova Guiné, os sujeitos escolarizados do presente estudo, ao resolverem problemas fora da situação de trabalho, utilizavam, ao lado das estratégias desenvolvidas no trabalho, procedimentos aprendidos na escola. Esses procedimentos mais formais eram modificados e, em interação com os procedimentos informais, eram utilizados como instrumentos que proporcionavam formas mais rápidas e mais fáceis de resolução dos problemas. Este uso dos procedimentos escolares adequa-se à definição de amplificador cultural proposta por Cole e Griffin (1980) uma vez que a matemática formal aparece como um instrumento que permite melhor organizar o cálculo, sem, no entanto, alterar a compreensão do sujeito.

Como são desenvolvidas as estratégias informais para resolução de problemas e como, entre várias, uma estratégia é selecionada pelo sujeito ao procurar a solução de um determinado problema é certamente um tópico de relevância teórica e pedagógica que deve ser objeto de pesquisas futuras. Para isto, ao lado de estudos etnográficos sobre a formação de cambistas e o treinamento de aprendizes, o modelo de escolha de estratégias proposto por Siegler (1986), pode constituir-se numa abordagem das mais fecundas.

Como, por outro lado, a escola, que em tantos outros estudos vem se revelando ineficaz na tentativa de desenvolver adequadamente as habilidades necessárias à resolução de problemas de matemática, parece ter um efeito benéfico justamente nessa área? Esta é uma pergunta que não pode ser respondida com base nos dados do presente estudo mas que, por sua importância, merece algumas considerações, a título de hipóteses. A escola, apesar de fracassar ao tentar ensinar à criança técnicas efetivas para resolver problemas na vida real, parece contribuir efetivamente para uma melhor compreensão do conhecimento matemático implícito na solução de problemas práticos e para o uso desse conhecimento como modelos aplicáveis a diferentes situações. Scribner e Cole (1973) já discutiram alguns dos possíveis mecanismos que proporcionam à escola o poder de promover diferentes formas de pensar. No entanto, até agora, nenhuma análise empírica proporcionou resposta definitiva para esse problema que tem importantes implicações tanto para as teorias cognitivas como para a prática da educação. Na escola a criança aprende técnicas e algoritmos específicos, freqüentemente utilizados automaticamente, sem compreensão dos princípios subjacentes às suas regras (ver Carraher, Carraher e Schliemann, 1982, 1987). O ensino de resolução de problemas, como mostra Figueiredo (1985), é feito inadequadamente, através da cópia de problemas já resolvidos que serviriam de modelos, do uso de palavras-chave e da memorização, em detrimento da compreensão. No entanto, ao freqüentar a escola, a criança ou o adulto parecem poder aprender uma forma de lidar com modelos matemáticos como abstrações aplicáveis a quaisquer conteúdos. Ao que tudo indica, isto não ocorre através do ensino explícito mas parece ser uma construção própria do aluno ao entrar em contato com os diferentes conteúdos escolares. Apesar da escola não enfatizar a relação entre os diferentes conteúdos que podem ser tratados segundo um mesmo modelo, é possível que o aluno, por si só, o descubra, através da reflexão própria sobre as várias atividades do dia a dia escolar. Mas é também possível que esta descoberta somente ocorra para os conteúdos com os quais o aluno lida na prática, resolvendo problemas reais, em situação de trabalho, como é o caso dos conteúdos relacionados ao jogo do bicho para a amostra analisada neste estudo. Uma hipótese derivada destas considerações é a de que a escola, sem a prática, não proporcionaria o mesmo tipo de compreensão encontrada entre os cambistas do presente estudo. Esta hipótese está sendo testada em um novo estudo que estamos desenvolvendo e os dados preliminares parecem indicar sua comprovação.

Em contraste com o que ocorre na escola, no trabalho, os modelos utilizados são sempre aplicados a um mesmo tipo de conteúdo. Bassok e Holyoak (1986) já demonstraram como a aplicação de um modelo escolar a diferentes conteúdos contribui para a generalização do modelo, enquanto o uso do mesmo modelo em um único conteúdo dificulta sua generalização. No caso dos cambistas que jamais haviam freqüentado a escola, ou que o haviam por menor período de tempo, tanto as operações aritméticas como os aspectos relacionados à análise combinatória ou à probabilidade, eram instrumentos matemáticos utilizados para resolver situações específicas do jogo do bicho, não lhes sendo, provavelmente, proporcionadas outras experiências que utilizassem os mesmos procedimentos. Seu conhecimento matemático, diferentemente do que ocorre entre os cambistas mais escolarizados, não se constitui portanto como modelos matemáticos abstratos que podem ser aplicados a uma infinidade de situações diferentes.

IMPLICAÇÕES PARA A EDUCAÇÃO

As possíveis implicações educacionais destes resultados devem levar em consideração os dados obtidos por Schliemann (1984, 1986), em um estudo onde foi analisado o desempenho de marceneiros profissionais e aprendizes de marcenaria, ao resolver um problema de matemática relacionado à atividade prática de marcenaria. O problema consistia em encontrar qual a quantidade de madeira necessária para construir cinco camas, de acordo com um desenho que apresentava as dimensões de cada uma das peças. Embora o nível de escolarização dos aprendizes fosse, em geral, bem mais elevado (no mínimo, haviam cursado até a sexta série do 1º grau), os resultados dos marceneiros profissionais (que tinham de zero a oito anos de escolarização) foram claramente melhores que os dos aprendizes. Além disso, a forma como o problema era abordado pelos dois grupos era claramente diferente: enquanto os marceneiros profissionais procuravam solucionar o problema produzindo uma lista de peças que podiam ser encontradas no mercado, com as respectivas quantidades a serem compradas, os aprendizes tentavam encontrar as medidas de um único bloco de madeira do qual as partes das camas seriam cortadas. Estas duas abordagens correspondem, respectivamente, à forma como os profissionais resolviam problemas no trabalho e à forma como os aprendizes lidavam com problemas nas aulas de geometria que faziam parte do curso de marcenaria. Observações dessas classes revelaram que, embora elas fossem planejadas com o objetivo de proporcionar uma melhor compreensão dos aspectos práticos da marcenaria, elas não eram ministradas em conjunto com as tarefas práticas. Os problemas apresentados nas aulas eram problemas hipotéticos, que exigiam apenas uma resposta, a qual devia ser encontrada após a realização de uma série de cálculos escritos. Ao tentarem resolver o problema de determinar a quantidade de madeira necessária para construir cinco camas, os aprendizes abordavam a tarefa como se ela fosse uma tarefa escolar onde o objetivo era encontrar uma resposta única, através do cálculo escrito, sem considerar a sua viabilidade. Para os carpinteiros profissionais a tarefa era considerada como um problema real e a solução procurada era uma solução passível de ser realizada.

No presente estudo, com os cambistas do jogo do bicho, vimos um outro aspecto do problema: a prática, sem instrução escolar, pode gerar um tipo de conhecimento matemático que é visto como aplicável apenas às situações nas quais ele se originou.

Os dados ora obtidos com os cambistas do jogo do bicho, juntamente com os dados do estudo com marceneiros e aprendizes de marcenaria, levam a sugerir que a instrução formal em matemática ou, mais especificamente, em resolução de problemas, deve incluir aplicações a situações e problemas reais. Estas situações deveriam ser as mais variadas possíveis para evitar o desenvolvimento de um conhecimento válido apenas para um conteúdo específico.

Outra recomendação, semelhante àquela derivada dos estudos de Carraher (1986), Carraher, Carraher e Schliemann (1982, 1985, 1987) e Ginsburg (1977, 1978), é a de que a instrução escolar deve procurar relacionar a matemática formalizada que pretende ensinar com as estratégias informais desenvolvidas fora da escola, em situações práticas, como forma de dar significado aos modelos formais, proporcionando ao aluno oportunidade de compreensão em lugar de pura memorização.

Como estas duas recomendações serão operacionalizadas pela professora na sala de aula é ainda uma questão em aberto cuja resposta depende de um esforço conjunto de pesquisadores e professores em constante contacto com os alunos, desenvolvendo diferentes atividades e avaliando seus resultados. O reconhecimento, por parte do professor, do fato que o aluno desenvolve conhecimento matemático, fora das aulas de matemática, é o primeiro passo para a modificação dos métodos tradicionais de ensino que pressupõem que apenas na escola, através de atividades formais de ensino, se aprende matemática. Partindo dessa premissa, caberá ao professor criar situações-problema reais onde a criança possa aplicar o conhecimento de que já dispõe e desenvolver novos conhecimentos, utilizando métodos próprios. A transmissão das formas de representação simbólica e das regras de manipulação deverá ser feita evidenciando-se sua relação com os métodos próprios desenvolvidos pela criança. Para um mesmo modelo matemático deverão ser criadas várias situações reais diferentes para que o modelo matemático que se pretende transmitir seja visto como modelo geral, abstrato, aplicável às mais variadas situações. Essas situações, por sua vez é que permitirão à criança compreender o modelo, atribuindo-lhe significado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSOK, M. & HOLYOAK, K. *Schema-based interdomain transfer between isomorphic algebra and physics problems.* Cognitive Science, 1986. [prelo].

CARRADORE, H.P. *Folclore do jogo do bicho.* Piracicaba, Tribuna Piracicabana, 1979.

CARRAHER, T.N. Fom drawings to buildings: mathematical scales at work. *International Journal of Behavioral Development, 9,* 1986. [prelo].

CARRAHER, T.N., CARRAHER, D.W. & SCHLIEMANN, A.D. Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology* (3) : 21-9, 1985.

_________. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. *Cadernos de Pesquisa* (42): 79-86, ago. 1982.

_________. Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1987. [prelo].

CARRAHER, T.N., & SCHLIEMANN, A.D. Computation routines prescribed by schools: help or hindrance. *Journal for Research in Mathematics Education* (16): 37-44, 1985.

COLE, M. & GRIFFIN, P. Cultural amplifiers reconsidered. In: OLSON, D. *The social foundations of language and thought.* New York, W.W. Norton & Co, 1980.

FIGUEIREDO, A.M (1985). A resolução de problemas de matemática na escola de primeiro grau e o uso de palavras-chave como método de ensino. Recife, 1985. [Dissertação de Mestrado].

GINSBURG, H. *Children's arithmetic*: the learning process. New York, Van Nostrand Reinhold, 1977.

_________. Poor children, African Mathematics, and the problem of schooling. *Educational Research Quarterly* (2): 26-44, 1978.

GREENFIELD, P. & CHILDS, C. Weaving, color terms, and pattern representation: cultural influences and cognitive development among the Zinacantecos of Southern Mexico. *International Journal of Psychology* (11): 23-48, 1977.

GREENFIELD, P. & LAVE, J. Cognitives aspects of informal education. In: WAGNER, D. & STEVENSON, H. *Cultural perspectives on child development.* San Francisco, W.H. Freeman and Co. 1982.

GREENFIELD, P.M. On culture and conservation. *In:* BRUNER, J., OLVER, R. & GREENFIELD, P. Studies in cognitive development. New York, Wiley, 1966.

GROEN, G. & RESNICK, L. Can preschool children invent adition algorithms? *Journal of Educational Psychology* (69): 645-52, 1977.

LAVE, J. Cognitive consequences of traditional apprenticeship training in West Africa. *Anthropology and Educational Quaterly.* (7): 177-80, 1977.

LURIA, A. *Cognitive development:* it's cultural and social foundations. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1976.

PETITTO, A. & GINSBURG, H. Mental arithmetic in Africa and America: strategies, principles, and explanations. *International Journal of Psychology* (17): 81-102, 1982.

PIAGET, J. & INHELDER, B. *Genese de l'idée de hasard chez l'enfant.* Paris, Presses Universitaires de France, 1951.

REED, H.J. & LAVE, J. Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition. *American Anthropologist* (6): 568-82, 1979.

RESNICK, L. The development of mathematical intuition. In: PERLMUTTER, M., *Minnesota symposium on child development.* Hillsdale, N.J., Erlbaum, 1986, v. 19 [prelo].

ROGOFF, B. Schooling and the development of cognitive skills. In: TRIANDIS, H.C. & HERON, A. *Handbook of cross-cultural psychology.* Boston, Allyn & Bacon, 1981, v.4.

SAXE, G.B. Effects of schooling on arithmetical understandings: studies with Oksapmin children in Papua New Guinea. *Journal of Education Psychology* (77): 503-13, 1985.

SCHLIEMANN, A.D. *Escolarização formal versus experiência prática na resolução de problemas:* um estudo com marceneiros e aprendizes de marcenaria. 1986. [Psicologia: Teoria e Pesquisa] [prelo].

_________. Mathematics among carpenters and carpentry apprentices: Implication for school teaching. In: DAMEROW, P. et al. *Mathematics for all.* UNESCO, 1984. [Science and Technology Education Series, nº 2562].

SCRIBNER, S. Product assembly: optimizing strategies and their acquisition. *The Quartely Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition* (6): 11-99, 1984a.

_________. Organizing knowledge at work. *The Quartely Newsletter* of the Laboratory of Comparative Human Cognition (6): 26-32, 1984b.

_________. Studying working intelligence. In: ROGOFF, B. & LAVE, J. *Everyday cognition:* it's development in social context, Cambridge, MA, Harvard University Press, 1984c, p. 9-40.

SCRIBNER, S. & COLE, M. Cognitive consequences of formal and informal education. *Science* (182): 553-9, 1973.

_________. *The psychology of litteracy.* Cambridge, MA, Harvard University Press, 1981.

SHARP, D.W., COLE, M. & LAVE, C. Education and cognitive development: The evidence from experimental research. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 44* (1-2, serial nº 179), 1979.

SIEGLER, R. Unities across domains in children's strategy choices. In: PERLMUTTER, M., *Minnesota symposium on child psychology.* Hillsdale, NJ, Erlbaum, 1986, v. 19. [prelo].

STEVENSON, H.W. et al. Schooling, environment, and cognitive development: a cross-cultural study. *Monographs of the Society for Research on Child Development, 43* (3, serial nº 175), 1978.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *In:* CARPENTER, T.P., MOSER, J.M. & ROMBERG, T.A. *Addition and subtraction:* a cognitive perspective. Hillsdale, N.J., Erlabaum. 1982.

________. Multiplicative structures. In: LESH, R. & LANDAU, M. *Acquisition of mathematics:* concepts and process. New York, Academic Press, 1983.