

O ASTROLÁBIO E A TRIGONOMETRIA: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O CONTEÚDO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Fábio Antunes Brun de Campos

Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT) – Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso (IFMT) – Pontes e Lacerda – MT
fabio.campos@plc.ifmt.edu.br

RESUMO

O artigo apresenta um relato de experiência realizada com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Júlio Müller, na cidade de Várzea Grande – MT. Para isso, foram elaboradas aulas teóricas e práticas para o conteúdo de Razões Trigonométricas sobre a perspectiva da Aprendizagem Significativa Crítica apresentada por Moreia. Os alunos construíram um Astrolábio e através deste, foram desenvolvidas atividades práticas para o estudo dos conceitos de razões trigonométricas. O trabalho desenvolvido com os alunos apontou indícios de que houve aprendizagem significativa crítica e ainda mostrou que a abordagem teórica formal, aliadas com as aulas práticas contribuem para que o aluno perceba a matemática em sua vida e não apenas nos livros ou na escola.

Palavras-chave: Aprendizagem, Trigonometria, Astrolábio

THE ASTROLABE AND THE TRIGONOMETRY: A PROPOSAL FOR THE CONTENT OF TEACHING TRIGONOMETRIC REASONS

ABSTRACT

The article presents an experience report with the students of the 1st year of the High School of the Júlio Müller State School, in the city of Várzea Grande - MT. For that, theoretical and practical classes were elaborated for the content of Trigonometric Reasons on the perspective of Critical Significant Learning presented by Moreia. The students constructed an Astrolabe and through this, practical activities were developed to study the concepts of trigonometric ratios. The work developed with the students pointed to indications that there was significant critical learning and even showed that the formal theoretical approach, allied with the practical classes contribute to the student perceive the mathematics in their life and not only in the books or at school.

Keywords: Learning, Trigonometry, Astrolabe

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um relato de experiência realizada com cinco turmas de 1º ano do ensino médio regular da Escola Estadual Júlio S. Muller, localizada na cidade de Várzea Grande, Mato Grosso.

Atuando como professor regente dessa instituição foi possível perceber que, no ano letivo de 2015, o conteúdo de Trigonometria não seria trabalhado em nenhuma turma do ensino médio com os alunos dessa escola. Contudo, segundo os Parâmetros Curricular Nacionais - PCN a importância desse conteúdo está relacionada às aplicabilidades e as possibilidades de interdisciplinaridade do conteúdo com outras áreas do conhecimento ampliando a visão do aluno de que a matemática não é uma disciplina que só pode ser percebida dentro de uma sala de aula.

Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000 p. 44)

A Matemática é vista pela sociedade como um componente curricular complexo, que poucos dominam e que muitos nunca irão compreender. Ao lecionar, os professores de matemática geralmente recebem alguns questionamentos por parte dos alunos sobre os conteúdos abordados, tais como: Onde vou utilizar esse conteúdo em minha vida? Por que estamos aprendendo isso? Para que ser? Como comenta Bortoli (2012), “é comum meus alunos julgarem os assuntos trabalhados em sala de aula como conteúdos afastados da realidade, desnecessários e de pouca aplicabilidade”. Isso pode acontecer por diversos motivos, entre eles: a real complexidade da matemática principalmente no que se refere à matemática abstrata ao se estudar a álgebra por exemplo, a grade curricular ser extensa e hierárquica, pela falta de aplicação por parte dos professores, entre outros fatores.

Talvez um dos maiores desafios que os professores de matemática enfrentam seja este; que o aluno ao estudar a disciplina de matemática perceba que o aprendizado adquirido na escola venha ser aplicado em seu cotidiano e ele possa usar esse aprendizado em sua vida. Nesse sentido, uma possível solução para esse problema seria os próprios professores de Matemática buscarem para cada conteúdo apresentado aos alunos, mostrar algumas aplicações do mesmo, na própria matemática, em outras ciências ou ainda, em alguma situação problema que envolva a realidade do aluno. Segundo Mendes, et. al. (2009),

A matemática quando apresentada de forma contextualizada e objetiva possibilita a estruturação do pensamento lógico e do raciocínio, despertando a curiosidade e o interesse. Mas, para que isso ocorra é necessário trabalhar com a realidade próxima do aluno em exemplos relacionados com o cotidiano do educando. (MENDES, et. al. 2009)

Para Oliveira (2014),

A matemática, tradicionalmente, considerada uma disciplina difícil carrega a grande responsabilidade de lapidar nosso pensamento crítico e desenvolver nossa autonomia intelectual, proporcionando-nos operar além das questões postas pelos livros didáticos; sua práxis converge para atitudes de confiança, ampliação da realidade, percepção da beleza, evolução do processo de questionamentos, construção do pensamento abstrato, construção de hipóteses e teses. (OLIVEIRA, 2014 p. 3)

A utilização da resolução de problemas é concebida como uma estratégia metodológica para se combater a aprendizagem mecânica. Segundo Onuchic; Allevato, (2011) “Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz”.

Pensando na Teoria da aprendizagem significativa crítica e nos tópicos comentados acima, pode-se perceber que a teoria da Aprendizagem Significativa Crítica nos incita a promover um ensino em que o aluno aprenda não só para ser promovido de uma turma para a outra, mas para que esse aluno possa compreender os significados do que se aprendeu avaliando criticamente os conceitos aprendidos em sala e sendo capaz de aplicá-los em sua vida. Para Mato Grosso (2012) “A aprendizagem significativa, ao ser externalizada, vem impregnada de leitura de mundo do estudante”.

Segundo Moreira,

Na aprendizagem significativa, o aprendiz não é um receptor passivo. Longe disso. Ele deve fazer uso dos significados que já internalizou, de maneira substantiva e não arbitrária, para poder captar os significados dos materiais educativos. Nesse processo, ao mesmo tempo que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças e diferenças e reorganizar seu conhecimento. Quer dizer, o aprendiz constrói seu conhecimento, produz seu conhecimento. (MOREIRA, 2010 p. 5)

Para facilitar a aprendizagem significativa crítica Moreira apresenta alguns princípios facilitadores para que se alcance esse estágio, sendo eles:

1. Princípio do conhecimento prévio. Aprendemos a partir do que já sabemos. A aprendizagem significativa, no sentido de captar e internalizar significados socialmente construídos e contextualmente aceitos, é o primeiro passo, ou condição prévia, para uma aprendizagem significativa crítica. Quer dizer, para ser crítico de algum conhecimento, de algum conceito, de algum enunciado, primeiramente o sujeito tem que aprendê-lo

significativamente e, para isso, seu conhecimento prévio é, isoladamente, a variável mais importante. [...] Não é difícil aceitar que aprendemos a partir do que já sabemos e que, portanto, nosso conhecimento prévio, seja qual for ele (subsunçores, esquemas, construtos, representações, modelos mentais,...), é a principal variável a influenciar a aquisição significativa de novos conhecimentos. [...]. 2. Princípio da interação social e do questionamento. Ensinar/aprender perguntas ao invés de respostas. A interação social é indispensável para a concretização de um episódio de ensino. Tal episódio ocorre quando professor e aluno compartilham significados em relação aos materiais educativos do currículo. O compartilhar significados resulta da negociação de significados entre aluno e professor. Mas essa negociação deve envolver uma permanente troca de perguntas ao invés de respostas. [...] Quando o aluno formula uma pergunta relevante, apropriada e substantiva, ele utiliza seu conhecimento prévio de maneira não-arbitrária e não-literal, e isso é evidência de aprendizagem significativa. Quando aprende a formular esse tipo de questões sistematicamente, a evidência é de aprendizagem significativa crítica. [...]. 3. Princípio da não centralidade do livro de texto. Do uso de documentos, artigos e outros materiais educativos. Da diversidade de materiais instrucionais. O livro de texto simboliza aquela autoridade de onde "emana" o conhecimento. Professores e alunos se apóiam em demasia no livro de texto. Parece, como dizem Postman e Weingartner, que o conhecimento está ali à espera de que o aluno venha a aprendê-lo, sem questionamento. [...] A utilização de materiais diversifica dos, e cuidadosamente selecionados, ao invés da "centralização" em livros de texto é também um princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica. [...] Não se trata, propriamente, de banir da escola o livro didático, mas de considerá-lo apenas um dentre vários materiais educativos. Seguramente, há bons livros didáticos em qualquer disciplina, mas adotar um único como livro de texto, vai contra a facilitação da aprendizagem significativa crítica. [...]. 4. Princípio do aprendiz como perceptor/representador. Muitas práticas escolares têm sido criticadas por considerarem os alunos como receptores da matéria de ensino. Na teoria da aprendizagem significativa argumenta-se que a aprendizagem receptiva, i.e., aquela em que o novo conhecimento é recebido pelo aprendiz, sem necessidade de descobri-lo, é o mecanismo humano por excelência para assimilar (reconstruir internamente) a informação (Ausubel et al., 1978, 1980, 1983; Ausubel, 2000), porém ela não implica passividade; ao contrário, é um processo dinâmico de interação, diferenciação e integração entre conhecimentos novos e pré-existentes. 5. Princípio do conhecimento como linguagem. [...] Cada linguagem, tanto em termos de seu léxico como de sua estrutura, representa uma maneira singular de perceber a realidade. Praticamente tudo o que chamamos de "conhecimento" é linguagem. Isso significa que a chave da compreensão de um "conhecimento", ou de um "conteúdo" é conhecer sua linguagem. Uma "disciplina" é uma maneira de ver o mundo, um modo de conhecer, e tudo o que é conhecido nessa "disciplina" é inseparável dos símbolos (tipicamente palavras) em que é codificado o conhecimento nela produzido. Ensinar Biologia, Matemática, História, Física, Literatura ou qualquer outra "matéria" é, em última análise, ensinar uma linguagem, um jeito de falar e, conseqüentemente, um modo de ver o mundo. [...] Aprender um conteúdo de maneira significativa é aprender sua linguagem, não só palavras -- outros signos, instrumentos e procedimentos também -- mas principalmente palavras, de maneira substantiva e não-arbitrária. Aprendê-la de maneira crítica é perceber essa nova linguagem como uma nova maneira de perceber o mundo. O ensino deve buscar a facilitação dessa aprendizagem e, aí, entra a cena o princípio da interação social e do questionamento: a aprendizagem da nova linguagem é mediada pelo intercâmbio de significados, pela clarificação de significados, enfim, pela negociação de significados que é feita através da linguagem humana. 6. Princípio da consciência semântica. Este princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica implica várias conscientizações. A primeira delas, e talvez a mais importante de todas, é tomar consciência de que o significado está nas pessoas, não nas palavras. Sejam quais forem os significados que tenham as palavras, eles foram atribuídos a elas pelas pessoas. Contudo, as pessoas não podem dar às palavras significados que estejam além de sua experiência. Observa-se aí, outra vez, a importância do conhecimento prévio, i.e., dos significados prévios na aquisição de novos significados. Quando o aprendiz não têm condições, ou não quer, atribuir significados às palavras, a aprendizagem é mecânica, não significativa. A segunda conscientização necessária, e muito relacionada à primeira, é a de que as palavras não são aquilo ao qual elas ostensivamente se

referem. [...]. 7. Princípio da aprendizagem pelo erro. É preciso não confundir aprendizagem pelo erro com o conceito de aprendizagem por ensaio-e-erro, cujo significado é geralmente pejorativo. Na medida em que o conhecimento prévio é o fator determinante da aprendizagem significativa, ela, automaticamente, deixa de ser o processo errático e atóxico que caracteriza a aprendizagem por ensaio-e-erro. A ideia aqui é a de que o ser humano erra o tempo todo. É da natureza humana errar. O homem aprende corrigindo seus erros. Não há nada errado em errar. Errado é pensar que a certeza existe, que a verdade é absoluta, que o conhecimento é permanente. [...] a característica fundamental do modelo mental é a recursividade, ou seja, a capacidade de auto-correção decorrente do erro, da não funcionalidade do modelo para seu construtor. Quer dizer, construímos um modelo mental inicial e o corrigimos, recursivamente, até que alcance uma funcionalidade que nos satisfaça. [...]. 8. Princípio da desaprendizagem. Este princípio é importante para a aprendizagem significativa crítica por duas razões. A primeira delas tem a ver com a aprendizagem significativa subordinada. Nesse processo, como já foi dito, o novo conhecimento interage com o conhecimento prévio e, de certa forma, ancora-se nele. É através dessa interação que o significado lógico dos materiais educativos se transforma em significado psicológico para o aprendiz. [...] A segunda razão pela qual é importante aprender a desaprender está relacionada com a sobrevivência em um ambiente que está em permanente e rápida transformação. Quando o ambiente é estável, ou muda muito lentamente, a sobrevivência depende fundamentalmente da aprendizagem de estratégias e conceitos desenvolvidos no passado. A missão da escola nesse caso é a de transmitir e conservar tais estratégias e conceitos. No entanto, quando o meio está em constante, profunda e rápida transformação, ocorre o inverso: a sobrevivência depende crucialmente de ser capaz de identificar quais dos velhos conceitos e estratégias são relevantes às novas demandas impostas por novos desafios à sobrevivência e quais não são. Desaprender conceitos e estratégias irrelevantes passa a ser condição prévia para a aprendizagem. [...]. 9. Princípio da incerteza do conhecimento. Este princípio é, de certa forma, síntese de princípios anteriores, em particular daqueles que têm a ver com a linguagem. Definições, perguntas e metáforas são três dos mais potentes elementos com os quais a linguagem humana constrói uma visão de mundo (Postman, 1996, p. 175). A aprendizagem significativa destes três elementos só será da maneira que estou chamando de crítica quando o aprendiz perceber que as definições são invenções, ou criações, humanas, que tudo o que sabemos tem origem em perguntas e que todo nosso conhecimento é metafórico. (MOREIRA, 2010, p. 8-16)

Entendendo que o ensino da matemática não pode mais ser encarado como um componente curricular preso as salas de aula de uma escola, a prova de um aluno ou da simples obrigatoriedade de se aprender para nunca mais utilizar e ainda entendendo a importância do conteúdo de Trigonometria, este trabalho apresenta uma metodologia que visa mediar o tradicional quadro e giz com atividades com materiais concretos para se abordar o conteúdo de trigonometria.

Para contribuir com esse processo, o trabalho pretende buscar na Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica condições para que o aluno possa compreender a importância da Trigonometria, e ainda, fazer com que o aluno perceba que o estudo da matemática se consolida para facilitar a vida do homem em suas ações “corriqueiras”.

PROCEDIMENTOS

O conteúdo de Trigonometria é um conteúdo extenso, que inicialmente deve ser trabalhado no ensino fundamental e depois no ensino médio através das razões trigonométricas, funções trigonométricas e aplicações. Contudo fazendo um breve levantamento de quantos alunos já tinham visto ou estudado esse conteúdo no ensino fundamental, foi possível perceber que aproximadamente 90% deles não conheciam a palavra Trigonometria, nem os nomes e representações das razões seno, cosseno e tangente. Sendo assim, para que os alunos tivessem um melhor aproveitamento do conteúdo de Trigonometria foi escolhido trabalhar o conteúdo através das Razões Trigonométricas.

Para Mato Grosso,

A trigonometria é normalmente apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo mecânico e algébrico das identidades e equações, [...] O que deve ser assegurada são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolve as medições, em especial os cálculos de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondam a fenômenos periódicos. (MATO GROSSO, 2012 p. 146)

Sendo assim, inicialmente foi proposto aos alunos que participassem do processo de aprendizagem com suas conjecturas iniciais com o quê o aluno já conhece. Nesse momento buscou-se o desenvolvimento do primeiro princípio apresentado por Moreira a busca do conhecimento prévio, dos subsunçores, que é quando se busca os saberes que os alunos adquiriram durante a vida escolar ou fora dela para solucionar um problema, mas que através deste, pode-se também encontrar a solução ou uma boa aproximação para a resolução do problema.

Para isso, foi utilizada uma situação problema, que segundo Borasi (1986) apud Miranda (2010) é uma estratégia em que o contexto é pouco explícito e se faz necessário explorar a situação através do problema apresentado, permitindo a reformulação de um ou vários novos problemas. Nessa proposta o problema pode apresentar mais de uma solução.

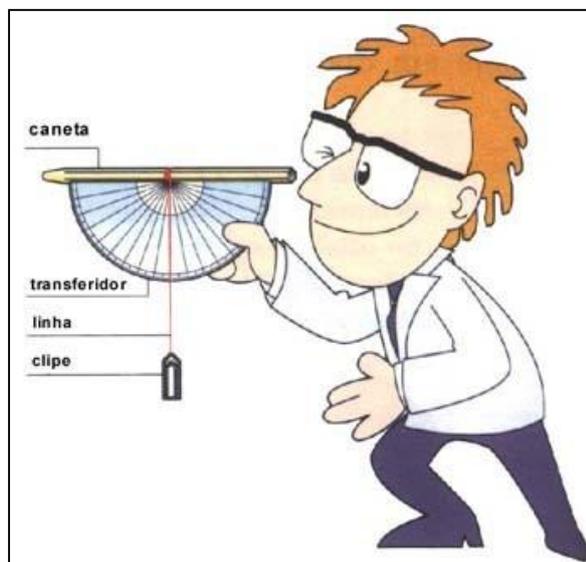
Logo, a situação problema apresentada para os alunos foi: Como medir a altura da caixa d'água da escola? Surgiu então a seguinte resposta: “É só subir na caixa d'água e medir, com uma corda ou algo parecido”. Então, foi lançado um outro problema para complementar o primeiro e posteriormente mostrar que a matemática poderia ser utilizada para resolve-lo. O segundo problema foi: Como seria possível medir a altura da caixa d'água da escola, sem subir na mesma? Respostas: “poderíamos jogar uma corda na caixa d'água”; “medir a sombra que ela faz e tentar calcular a sua altura”.

Logo após ter apresentado os problemas e feito um breve comentário sobre a resolução deles por meio das respostas, foram apresentadas as razões seno, cosseno e tangente no quadro e giz, com aulas expositivas. Que seria o conteúdo estudado e que mais tarde trabalharíamos para resolver o problema da caixa d'água. Mostrando com isso, que uma das finalidades da matemática e contribuir para a resolução de problemas do cotidiano.

Ao abordar as razões trigonométricas no quadro e giz, pretendeu-se desenvolver o 5º princípio, o princípio do conhecimento como linguagem, onde se apresentou os símbolos, a forma de se representar os ângulos e a forma de escrita para se organizar e resolver os possíveis problemas. Segundo Moreira (2010), “Ensinar Biologia, Matemática, História, Física, Literatura ou qualquer outra "matéria" é, em última análise, ensinar uma linguagem, um jeito de falar e, conseqüentemente, um modo de ver o mundo”.

No final de uma das aulas, foi apresentado aos alunos um instrumento (veja figura 1) que utilizaríamos para tentar resolver o problema da caixa d'água, o instrumento chamado Astrolábio.

Figura 1: Astrolábio



Fonte: Disponível:

https://www.google.com.br/search?q=astrol%C3%A1bio&rlz=1C2AVNG_enBR675BR675&biw=1366&bih=667&source=lnms&tbm=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwj51vAgrLLAhULGpAKHfsgAQcQ_AUIBigB#tbm=isch&q=astrol%C3%A1bio+como+fazer&imgc=dl0f44E5Vxm-nM%3A Acesso em: Mar 2016.

Segundo Medeiros; Medeiros; Júnior, (2004)

Desde o início do século XV, os portugueses praticavam a navegação orientando-se pelas posições das estrelas no firmamento. Para determinarem as alturas daqueles astros, (ângulos da linha de visada do astro com o horizonte), eles utilizaram, nas viagens oceânicas, dentre outros instrumentos, a Balestilha, o Quadrante e o Astrolábio, (MEDEIROS; MEDEIROS; JÚNIOR, p. 560, 2004)

Ainda segundo esse autor, dentre esses instrumentos citados o Astrolábio era o mais sofisticado para a determinação das posições dos navegadores em relação à posição do Sol, através de semelhança de triângulos.

O Astrolábio era, assim, algo como um Quadrante no qual era marcado um mapa do céu. Isso facilitava a obtenção dos resultados finais esperados, pois ele atuava, também, como uma espécie de régua de cálculo das posições estelares. (MEDEIROS; MEDEIROS; JÚNIOR, p. 561, 2004)

Apesar de serem interessantes os aspectos históricos referentes ao Astrolábio e seu modo de utilização, a intenção não foi estudar a história desse instrumento como ponto de partida para uma intervenção pedagógica, mas mostrar que o cálculo da altura da caixa d'água poderia ser feito de forma prática com o auxílio desse instrumento que construiríamos e que este tinha como base um instrumento que já havia sido utilizado em outros tempos. E a partir da utilização desse instrumento construído, poderia ser calculada a altura da caixa d'água, sem precisar subir na mesma.

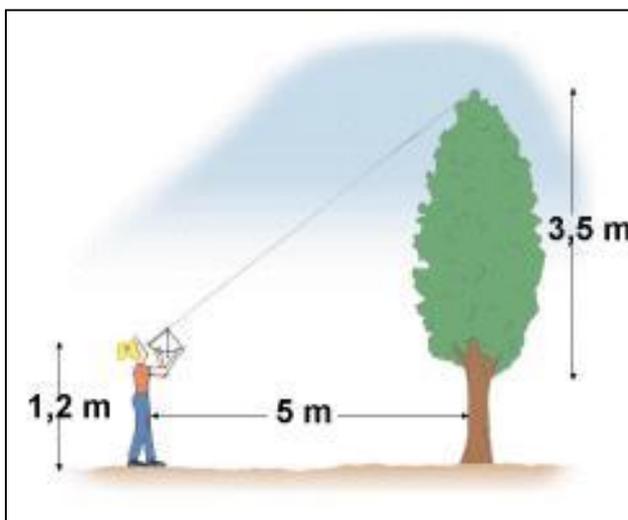
É importante lembrar que os aspectos históricos podem fomentar e auxiliar no ensino que busca uma aprendizagem significativa. Sendo assim, foi comentado com os alunos que esse instrumento servia para astrônomos da antiguidade se localizar principalmente em alto mar.

Para que não se perdesse o foco do trabalho que era fazer com que os alunos desenvolvessem os cálculos para chegar à medida da caixa d'água utilizando o instrumento e fazendo uso as razões trigonométricas, no início das aulas eram trabalhadas a parte formal, conceitual do conteúdo e foram reservadas em três aulas aproximadamente 15 min para que eles pudessem construir os instrumentos. Fazendo com que eles desenvolvessem sentimentos, envolvendo-se com o que ainda iriam utilizar.

O instrumento Astrolábio daria a possibilidade de encontrar um ângulo agudo (α) de um triângulo retângulo imaginário. E, sabendo a medida de um ângulo agudo e a medida do cateto adjacente a esse ângulo agudo, fazendo uso da razão trigonométrica tangente de α , é possível determinar a medida do cateto oposto ao ângulo α , que corresponde à altura do triângulo imaginário. Procedimento similar a esse é necessário para a determinação da altura

da caixa d'água. Nesse caso, foi aplicado o 3º princípio da aprendizagem significativa, o da não centralidade do livro texto.

Figura 2: Aula Prática



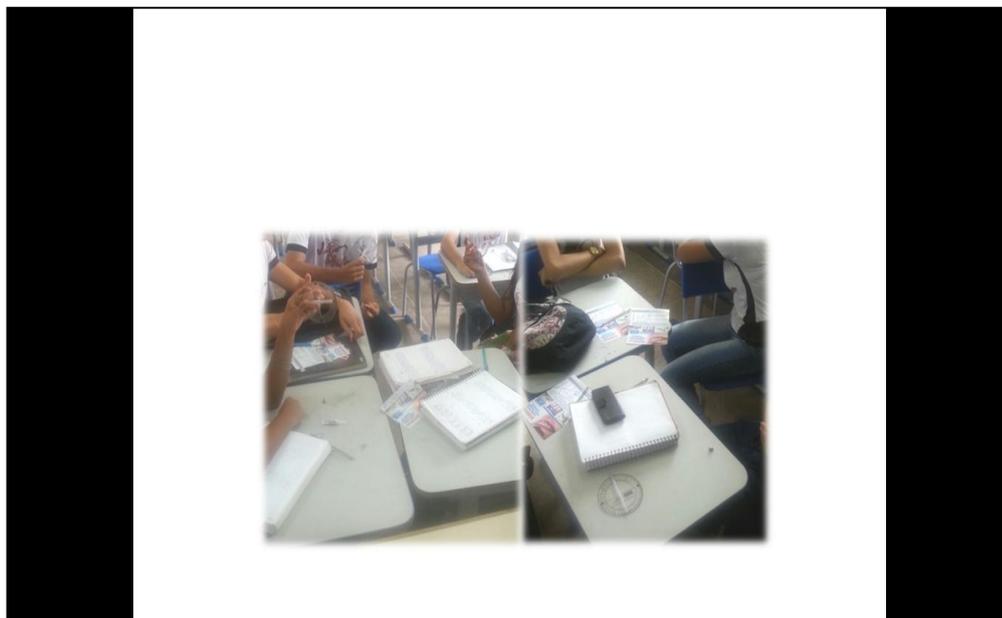
Fonte: Disponível em:

https://www.google.com.br/search?q=astrol%C3%A1bio&rlz=1C2AVNG_enBR675BR675&biw=1366&bih=667&source=lnms&tbn=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwj51vAgrLLAhULGpAKHfsgAQcQ_AUIBigB#tbm=isch&q=astrol%C3%A1bio+como+fazer&imgc=Rweg3GMDORu8wM%3A Acesso em: Mar de 2016.

Após a construção e explicação através de um esquema similar o da figura III, as turmas de 1º ano do ensino médio foram divididas em grupos de 3 ou 4 integrantes para que em grupo eles construíssem um Astrolábio para cada integrante do grupo. A intenção nesse caso era provocar no aluno a predisposição em aprender a construir o instrumento de medida que seria utilizado posteriormente e, conseqüentemente, a predisposição para aprender a utilizar o astrolábio para calcular a altura da caixa d'água da escola. Segundo Oliveira (2014) “a predisposição para aprender, colocada por Ausubel como uma das condições para ocorrer a aprendizagem significativa, está intimamente relacionada com a experiência afetiva que o aprendiz tem no evento educativo”.

Para a construção de cada Astrolábio foram utilizados os seguintes materiais: um transferidor, uma caneta, um chumbo de pesca, aproximadamente 30 cm de linha de anzol e cola instantânea (Cianoacrilato). Na figura 3 a seguir são apresentadas fotos de alguns astrolábios construídos pelos alunos.

Figura 3: Astrolábios construídos pelos alunos



Fonte: Autor.

É importante salientar que construir um material não implica em a aprendizagem significativa ou construção da aprendizagem. Para Ausubel “a aprendizagem não é sinônimo de aprendizagem de material significativo”. O processo de construção do conhecimento é geralmente, um processo muito mais elaborado ou ainda um processo que necessita de vários recursos, entre eles, a construção de um material. Para Moreira (2010) o aluno, “deve fazer uso dos significados que já internalizou, de maneira substantiva e não arbitrária, para poder captar os significados dos materiais educativos”.

Através dos exercícios em sala de aula, com atividades no caderno foi possível fornecer outras aplicações do conteúdo através de resoluções de problemas apresentado nos livros didáticos, foi possível construir, nesse momento, um novo conhecimento prévio que oportunizasse a resolução do problema da caixa d’água através dos conhecimentos adquiridos em sala.

A intenção dessa atividade foi dar suporte para que os alunos elaborassem suas perguntas e fosse capaz de resolve-las autonomamente. Com isso trabalhando 2º, o 6º e o 7º princípios facilitadores à aprendizagem significativa que são o princípio da interação social, o princípio da consciência semântica e o princípio da aprendizagem pelo erro. Esse processo levou cerca de 4 aulas de 50 mim cada.

Depois dessas aulas, foi feita uma discussão para montar um esquema de como o astrolábio deveria ser manuseado. Todo o esquema discutido foi registrado no quadro e nos cadernos. Os grupos foram novamente divididos e foi realizada a coleta de dados. A figura 4, mostra alguns desses momentos da coleta de dados.

Figura 4: Alunos Medindo a Caixa D'água



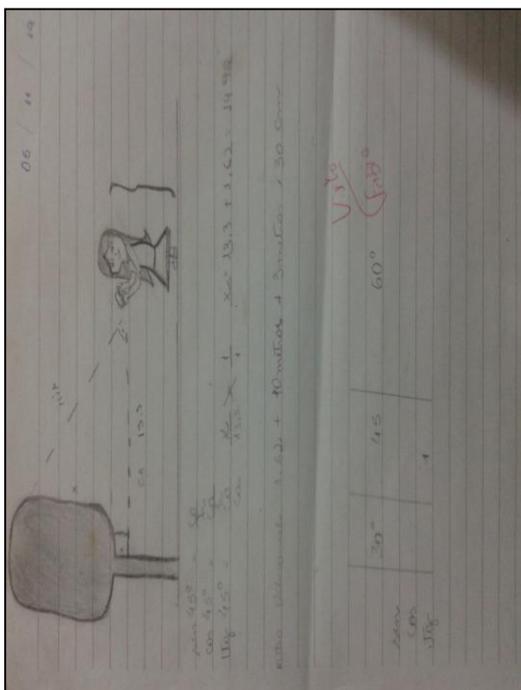
Fonte: autor.

De acordo com o esquema montado (observar figura 5), para determinar a medida da caixa d'água os alunos deveriam: determinar o ângulo agudo realizado com o auxílio do Astrolábio, mirando a extremidade mais alta da caixa d'água; medir a altura do olho do observador em relação ao solo, no instante da determinação do ângulo agudo; medir a distância horizontal do olho do observador até a caixa d'água. Como eles já estavam com o esquema no caderno, alguns alunos começaram a resolver o problema no próprio local, mas a atividade foi levada para sala de aula onde se fizeram as correções e discussões dos valores obtidos.

Nesse momento foram realizadas as avaliações, pois a altura da caixa d'água era de 15m. Contudo, os alunos chegaram a valores aproximados como apresentado na figura 5, que a aluna chegou em 14,92. Os alunos foram instigados a entender o motivo dos diferentes valores, que estão relacionados a imprecisão do equipamento, a falta de habilidade com o instrumento, cálculos errados entre outros fatores ambientais, humanos e dos aparelhos de medição utilizados. A atividade ainda proporcionou a retomada do conteúdo de média

aritmética para a percepção dos valores. Entre tanto, através da interação entre os colegas e professor os valores encontrados por cada grupo se aproximou da realidade e a média dos valores deixou ainda mais claro que a altura da caixa d'água era de 15m de altura.

Figura 5: Caderno de uma aluna com a atividade



Fonte: autor.

A prática realizada serviu também como avaliação dos conceitos teóricos discutidos em sala, contudo a atividade não computava pontos significativos na média dos alunos. Eles estavam motivados, pré-dispostos a realizar a atividade, pela curiosidade de testar o aparelho e de descobrir a altura da caixa d'água.

Para que esse procedimento não fosse apenas uma situação problema que resolvesse o problema isolado de medir a caixa d'água da escola, mas para que alunos percebessem o sentido, o significado do conteúdo de razões trigonométricas, foi pensado em fazer uma visita ao lixão da cidade de Várzea Grande e medir as alturas dos possíveis morros de lixo do local. Onde subir nos morros de lixo não seria uma opção agradável.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desenvolver o conhecimento em determinado indivíduo, não é seguir uma receita de bolo. Cada indivíduo aprende de uma forma e em um tempo particular. A afirmação de que os alunos compreenderam o assunto trabalhado significativamente ou não, necessitariam de uma avaliação mais aprofundada com mais instrumentos de avaliação e ainda assim não considero que seria possível mensurar a aprendizagem. Pois não acredito que o conhecimento possa ser medido.

Contudo, foi possível perceber alguns indícios de que houve aprendizagem significativa crítica e ainda, que o mais fundamental enquanto professor não é atingir o aprendizado em massa através de uma teoria, mas estar disposto enquanto professor, a buscar atividades, estratégias didáticas e metodologias que assegurem a aprendizagem significativa crítica durante o processo diário de sua prática pedagógica.

Talvez o indício mais preponderante de aprendizagem significativa crítica tenha sido quando uma aluna muito entusiasmada com o desenvolvimento dos cálculos disse: “posso levar para casa o Astrolábio professor? Eu quero medir a altura da minha casa, a altura da caixa d’água de lá, a altura da mangueira do quintal da minha casa...” ou ainda quando fomos ao lixão e eles começaram a medir alturas de árvores naturalmente como forma de brincadeira.

Durante o trabalho pôde-se perceber que alguns princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica não foram mencionados, alguns deles realmente não foram abordados e outros foram um pouco mais aplicados do que outro. Todavia se o professor se dispuser em buscar na sua metodologia atingir o máximo de facilitadores de aprendizagem possível, o aprendizado almejado só tende a melhorar.

A proposta prevista para a aula e desenvolvimento do conteúdo de Razões Trigonometria foi satisfatório. Utilizar essa metodologia mostrou quão importante é a mediação entre a teoria e prática. A teoria por si só pode transformar a aula enfadonha e a prática sem teoria inútil. Sendo assim espera-se que outros professores possam enxergar, com este trabalho, uma forma de mesclar suas aulas de matemática com práticas e teorias, e fazer com que o ensino além de útil para a vida, se faça divertido, instigante e que o saber matemático se torne almejado pelos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN 2000: Matemática.** Brasília – DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>> Acesso em: Jan. 2016.

BORTOLI, G. **Um Olhar Histórica nas Aulas de Trigonometria: Possibilidades de uma Prática Pedagógica Investigativa.** Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Ciência Exatas. UNIVATES, Lajeado, 2012. Disponível em: <<https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/281/1/GladisBortoli.pdf>> Acesso em: Jan. de 2016.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F.; JÚNIOR, F. M. N. **Pedro Nunes e o Problema Histórico da Compreensão da Medição das Frações.** Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências, campus de Bauru. São Paulo, 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/17.pdf>> Acesso em: Jan. 2016.

MENDES, P. W. et. al. **Uso de Material Concreto no Ensino de Trigonometria.** IX Congresso Nacional de Educação – EDUCARE III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia. PUCPR, 2009. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3164_1725.pdf> Acesso em: Jan. 2016.

OLIVEIRA, C. A. C. **Trigonometria: O Radiano e as Funções Seno, Cosseno e Tangente.** Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional PROFMAT/CCT/UFCG. Campina Grande, 2014. Disponível em : <<http://www.mat.ufcg.edu.br/PROFmat/TCC/CarlosAndre.pdf>> Acesso em: Jan. 2016.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Boletim de Educação Matemática ISSN 0103-636X. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. São Paulo, 2011. Disponível em: <<http://base.repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1>> Acesso em: Jan. de 2016.

MATO GROSSO. Secretaria de Estado e Educação. **Orientações Curriculares: Área de Ciências da Natureza e Matemática: Educação Básica.**/ Mato Grosso. Cuiabá: Gráfica Print, 2012.

MIRANDA, C. J. V. **Aprendizagem da Trigonometria no Triângulo Rectângulo Através da Resolução de Problemas.** Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa. Lisboa, 2010. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/artigo_catarina_miranda.pdf> Acesso em: Jan. de 2016.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa Crítica.** Versão revisada e estendida de conferência proferida no III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Lisboa (Peniche), 11 a 15 de setembro de 2000. Publicada nas Atas desse Encontro, pp. 33-45, com o título original de Aprendizagem significativa subversiva. Publicada também em Indivisa,



Boletín de Estudios e Investigación, nº 6, pp. 83-101, 2005, com o título Aprendizaje Significativo Crítico. 1ª edição, em formato de livro, 2005; 2ª edição 2010; ISBN 85-904420-7-1. Disponível em: < <http://docplayer.com.br/8628046-Aprendizagem-significativa-critica-1.html>> Acesso em: Jan. de 2016.