



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
CURSO DE PEDAGOGIA

SAFIRA AQUINO GOMES SOARES

**Uma experiência com frações e régua de Cuisenaire na
formação de professores
dos anos iniciais.**

Rio de Janeiro/RJ

Maio/2014

SAFIRA AQUINO GOMES SOARES

**Uma experiência com frações e régua de Cuisenaire
na formação de professores dos anos iniciais.**

Monografia apresentada para obtenção do título de licenciado em pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO.

Orientação: Prof^ª. Dr^ª. Ana Maria Carneiro Abrahão

Rio de Janeiro/RJ

Maio/2014

Dedico este trabalho às minhas filhas, Ágatha e Nina, pedaços do meu coração fora do meu corpo e que inspiram a vontade de me tornar uma educadora cada dia melhor!

E a meu pai Bruno e minha avó Wanda que me ensinaram, cada um a seu modo, a ver o mundo como possibilidade de se construir o melhor, não só para mim mas também para os outros.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os professores ao longo da vida que contribuíram para minha educação, não só escolar, mas na formação da pessoa que sou. Agradeço aos chefes e colegas de trabalho pela paciência e compreensão sobre momentos em que precisei estudar um pouco mais. Aos grandes amigos que conheci na faculdade que pretendo levar para o resto da vida, vocês com certeza foram um estímulo nos momentos de incertezas e dúvidas. Agradeço a todas as pessoas que se revezaram para ficar com minhas filhas para que eu pudesse ir todas as noites nos últimos quatro anos e meio à Urca, sem vocês nada disso teria sido possível. Agradeço à minha família por todo o apoio nos momentos difíceis em que cheguei a duvidar de mim mesmo. Às minhas filhas, um agradecimento especial por terem compreendido as minhas ausências, minha correria, graças a vocês também esse meu sonho se torna mais real e bonito. Agradeço a Deus por tudo, sempre, obrigada!

RESUMO

Professores dos anos iniciais muitas vezes têm dificuldades em abordar certos conteúdos matemáticos, sendo de fundamental importância a problematização desses conceitos nos cursos de formação inicial e continuada. Os Números Racionais, particularmente em forma de frações, são conceitos que requerem maiores abstrações, por isso defende-se a utilização de situações diversificadas para uma compreensão mais significativa e uma aprendizagem mais completa. Assim, o presente trabalho traz os resultados de uma investigação experimental que teve por objetivo refletir sobre o conceito de frações por meio de uma abordagem teórico-prática. É feita uma revisão da literatura sobre o ensino da divisão de um inteiro em frações, particularmente sob a forma da relação parte-todo. Além disso, são discutidos pressupostos do uso do material concreto para a construção dos conceitos matemáticos. Com a abordagem prática se pretende perceber quais relações os educadores em formação estabelecem com a manipulação das régua de Cuisenaire e as possíveis contribuições desse material para a compreensão do conceito de frações. Para tanto foi aplicada uma sequência didática sobre o assunto com estudantes do Curso de Pedagogia o que permitiu constatar que o contato com práticas e materiais concretos possibilitou que conhecimentos fossem construídos ao longo da atividade, obstáculos problematizados e respostas esperadas surgissem contribuindo para uma formação de qualidade.

Palavras-chave: Formação de professores. Anos iniciais. Régua de Cuisenaire. Ensino de Frações.

ABSTRACT

Teachers in the early years often have difficulties in addressing some mathematical content, which is paramount in the questioning of these concepts in courses of initial and continuing education. The Rational Numbers particularly in the form of fractions are concepts that require higher abstractions for a more meaningful understanding. For this matter, we argue the use of different situations to collaborate in a more complete learning. Thus, this paper presents the results of an experimental investigation which aimed to reflect on the concept of fractions through a theoretical and practical approach. A review of literature on the teaching of an entire divided into fractions is made, particularly in the form of part-whole relationship. Moreover, the assumptions are discussed using concrete materials for the construction of mathematical concepts. With practice approach one seeks to understand what relations are established by educators in training when they handle Cuisenaire rods. We also try to understand the possible contributions of this material for understanding the concept of fractions. At the end, we applied a teaching sequence on the subject of fractions in two groups of Pedagogy students. This allowed us to observe that the contact with the concrete materials enabled the knowledge to be constructed along the activity, the expected responses been problematized, and obstacles arising, all of this contributing to a quality training of these future teachers.

Key words: Educators in training. Elementary school. Cuisenaire Rods. Fractions Teaching.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	7
1.1	O caminho ao problema	7
1.2	Relevância e Contribuições da investigação	10
1.3	Formulação do problema.....	11
1.4	Objetivos da pesquisa.....	11
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	13
2.1	Os professores dos anos iniciais e o ensino da matemática.....	13
2.2	O ensino de frações e os obstáculos de aprendizagem	15
2.3	As régua de Cuisenaire e o ensino de frações.....	18
3	METODOLOGIA	22
4	A EXPERIÊNCIA COM AS RÉGUAS DE CUISENAIRE E O ENSINO DE FRAÇÕES.....	25
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	30
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
	REFERÊNCIAS	34
	ANEXOS.....	36
	ANEXO 1.....	36

1 INTRODUÇÃO

1.1 O caminho ao problema

O interesse pela área de educação matemática foi suscitado primeiramente pela curiosidade em relação à aversão que a maioria dos meus colegas do curso de Pedagogia demonstravam ter em relação a esse Campo do saber. Muitos diziam ter escolhido a área de Humanas por não ter muita facilidade com os conhecimentos matemáticos, muitos tendo enfrentado dificuldades durante a vida escolar. Mas sabendo-se que a docência nos anos iniciais prevê o ensino de matemática, de que forma a formação universitária poderia contribuir para aproximar esses alunos desse componente curricular? Como seria a prática docente desses futuros educadores? Seria possível contribuir para a formação desses futuros professores de forma que os auxiliasse no processo de ensino aprendizagem de um conteúdo com o qual se sentem pouco a vontade?

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCN, (BRASIL, 1997), já em sua apresentação apontam esta aparente contradição:

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. (ibidem, p. 15)

É interessante observar que antes mesmo de iniciar o processo de escolarização, as crianças já têm contato com a matemática em seu cotidiano. Pergunte a uma criança de 2 ou 3 anos a sua idade e provavelmente ela irá responder indicando a quantidade com seus dedos. Brincam, contam, veem números a sua volta, falam em quantidades. Mas o que acontece em sala de aula que dificulta as crianças de estabelecerem conexões entre esses números presentes em seu cotidiano dos quais falam espontaneamente e os conteúdos matemáticos apresentados pelos professores?

De fato, a escola tem sido a principal responsável por apresentar os conhecimentos sistematizados em conteúdos curriculares. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental esta tarefa cabe a professores formados pelo curso de Pedagogia ou oriundos do Curso Normal. Esses muitas vezes sentem dificuldades em abordar conceitos matemáticos. Mônica Vasconcellos de Oliveira Farias (2009), em sua tese de doutorado investiga os saberes mobilizados por professores recém-formados em suas práticas de ensino de matemática e revela que:

Dentre tudo o que foi exposto destacamos que os sujeitos entrevistados, (...) tinham a expectativa de aprender conteúdos matemáticos da Educação Básica e

pretendiam superar medos e dificuldades ligadas a essa área. Como acreditavam que tais expectativas não foram atendidas, sentiam-se limitados e inseguros diante da possibilidade de ensinar aquilo que não dominavam.(FARIAS, 2009, p. 80)

Estudos indicam a ampla utilização do livro didático como a principal estratégia de ensino utilizada pelos professores em sala de aula. Apesar da ênfase na necessidade de se utilizar materiais diversificados, Farias aponta que, na prática, os professores recém-formados tendem a reproduzir as experiências escolares experimentadas durante a época de aluno:

As menções revelaram que as aulas de Matemática realizadas no período escolar aconteciam de forma padronizada e mecanizada, baseadas na reprodução de soluções apresentadas pelo professor, cujos materiais utilizados eram especialmente o caderno, o livro didático ou a apostila.(FARIAS, 2009, p. 184)

Como graduanda do curso de Pedagogia que ainda não atua em sala de aula, me pergunto de que forma é possível motivar professores a experimentar diferentes práticas pedagógicas que consigam auxiliar os alunos na compreensão mais aprofundada e significativa dos conhecimentos matemáticos.

Ao longo da minha formação pude entrar em contato com os materiais concretos e me espantei positivamente com a necessidade de reconstruir meu raciocínio para poder saber como utilizá-los adequadamente. Mesmo com certa facilidade em operar com a matemática, pude perceber que trata-se de uma forma automatizada e de aplicação de técnicas porém ao entrar em contato com os materiais concretos mostrou-se necessário raciocinar conceitualmente.

Desta forma, a temática do uso dos materiais concretos se apresentou como uma possibilidade de auxiliar futuros professores como eu a trabalharem em sala de aula, como alternativa à exclusividade dos livros didáticos. Dentre os diversos materiais existentes, as régua de Cuisenaire foram eleitas para a presente investigação por serem um material encontrado na maioria das escolas, porém pouco conhecido e divulgado entre os educadores. E ainda, apresentarem um visual interessante e colorido que agrada aos alunos, podendo se tornar um jeito diferente e prazeroso de aprender matemática.

Ao mesmo tempo, esse material possibilita o trabalho de diversos conceitos matemáticos como adição, subtração, noção de dobro, metade e inclusive frações, que vai ser abordado no presente trabalho. O foco nesse conteúdo específico está relacionado ao fato de que o ensino de frações geralmente está associado a ideias de “barrinhas de chocolate” ou de “pizza”, além do pouco uso de frações no cotidiano, o que pode contribuir para uma maior dificuldade de

compreensão pelos alunos. A utilização de diferentes recursos didáticos pode auxiliar no processo de ensino das frações (LOPES e PATRÍCIO, 2013).

Sérgio Lorenzato (2009) cita vários nomes, como Comenius, Vygotsky, Freinet, entre outros, que ao longo da História da Educação ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como facilitador da aprendizagem. Portanto, a utilização de material concreto é indicada para o ensino de matemática nos anos iniciais e me interessa compreender quais as relações que alunos de um curso de formação de professores estabelecem entre o uso das régua de Cuisenaire e o ensino de frações.

Sendo assim, neste trabalho investigamos possibilidades de aprendizagem matemática por meio de abordagem teórico-prática que inclui o uso de material concreto. Com o estudo teórico pretende-se perceber algumas implicações que envolvem o ensino de matemática nos anos iniciais, particularmente a divisão de um inteiro em frações sob a forma da relação parte-todo. Além disso, pensa-se em discutir alguns pressupostos do uso do material didático manipulável, também referido como MD por Lorenzato (2009), para a construção dos conceitos matemáticos. Com a abordagem prática pretende-se perceber as relações que educadores em formação estabelecem com o uso das régua de Cuisenaire e o ensino de frações no aspecto relação parte-todo e as possíveis contribuições desse material para a compreensão do conceito de frações.

Para tanto, foi elaborada e aplicada uma sequência didática sobre o assunto em um grupo de estudantes da disciplina de Matemática na Educação II, do Curso de Pedagogia da UNIRIO. Foi realizada uma observação participante onde os sujeitos, com apoio das régua de Cuisenaire, discutiam e colaboravam entre si para realizarem a sequência didática proposta. No relato dessa experiência investigativa serão apresentados os resultados obtidos e lições aprendidas na descrição e análise da aplicação da sequência didática, que contextualiza a experiência.

Ainda no capítulo 1 apresentamos as justificativas que evidenciam a relevância do estudo, além das questões que guiam nossa investigação e os objetivos propostos. No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão da literatura sobre estudos que investigam as práticas de ensino de matemática e dificuldades dos professores dos anos iniciais nessa disciplina. Também destacam-se as principais implicações que envolvem a compreensão do conceito de frações e a noção de obstáculo epistemológico. O capítulo é finalizado com as possíveis contribuições dos materiais concretos para o ensino de matemática e os pontos a serem observados pelos professores para a sua utilização. No capítulo 3 a metodologia utilizada no estudo é apresentada, sendo

contextualizada a experiência, descrição dos sujeitos, instrumento para coleta dos dados e os procedimentos utilizados. No capítulo 4, apresenta-se o relato da aplicação da sequência didática com destaque para as respostas obtidas e a observação das discussões em grupo. Nos Capítulos 5 e 6 são apresentados os resultados e as possíveis conclusões obtidas a partir do nosso trabalho.

1.2 Relevância e Contribuições da investigação

No âmbito da Educação Matemática, a formação de professores para as séries iniciais deve proporcionar espaços para a reflexão de que os conteúdos precisam ser úteis para os alunos, ajudando-os a compreender, explicar e organizar a realidade. Desta forma, o presente trabalho trata-se de uma oportunidade para que futuros professores, ao entrarem em contato com um dos aspectos do ensino de frações e a utilização de material didático manipulável, reflitam sobre as implicações, dificuldades e benefícios de seu uso em sala de aula.

A necessidade de se intensificar a pesquisa em Educação Matemática que tenha foco nas dificuldades encontradas no ato de ensinar de forma a buscar caminhos que possam diminuí-las é, como afirma Iglioni (1999), um incentivo para o desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática. O professor, compreendido como o mediador do conhecimento, perante o aluno que se torna o sujeito de sua formação precisa cada vez mais buscar sentidos e alternativas para o que faz, e ser um organizador do conhecimento e da aprendizagem:

Ser professor hoje é viver intensamente o seu tempo com consciência e sensibilidade. Não se pode imaginar um futuro para a humanidade sem educadores. Os educadores, numa visão emancipadora, não só transformam a informação em conhecimento e em consciência crítica, mas também formam pessoas. (...) eles fazem fluir o saber – não o dado, a informação, o puro conhecimento- porque constroem sentido para a vida das pessoas e para a humanidade e buscam, juntos, um mundo mais justo, mais produtivo e mais saudável para todos. Por isso, eles são imprescindíveis. (GADOTTI, 2003, p. 3)

Se por um lado os Números Naturais são mais facilmente compreendidos e operacionalizados pelos professores e com conseqüente maior facilidade em sua transposição didática, os Números Racionais se constituem em um conceito que requer fortes abstrações para sua correta compreensão:

Dentre os conteúdos típicos da matemática do ensino básico, os Números Racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio, pois, embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos Naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada. (CAMPOS e RODRIGUES, 2007, p.69).

Portanto, pretende-se aqui criar possibilidades de superação de problemas em um conteúdo matemático que muitas vezes é apresentado de maneira mecânica e automatizado, sem oferecer o pleno conhecimento dos aspectos relevantes do conceito de Números Racionais. Sobre o estudo das frações e seus significados, Drechmer e Andrade (2011) indicam que uma abordagem que propicie o contato deste conteúdo com situações diversificadas colaboram para uma melhora expressiva na relação aluno-conteúdo, favorecendo a aprendizagem.

Dessa forma esse estudo se justifica, na medida em que visa proporcionar momentos de reflexão sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis (MD) para o ensino do conceito de divisão de um inteiro em frações nos anos iniciais.

1.3 Formulação do problema

Professores dos anos iniciais muitas vezes apresentam dificuldades em abordar certos conteúdos matemáticos em sala de aula, sendo de fundamental importância a problematização desses conceitos nos cursos de formação de professores. Os Números Racionais e a sua forma fracionária são conceitos que requerem maiores abstrações para sua correta compreensão e a abordagem através de situações diversificadas é defendida como forma de colaborar para a aprendizagem desse conteúdo pelos alunos. Desta maneira, de que forma as régua de Cuisenaire podem ser utilizadas para o ensino de frações? Se a utilização de material concreto é indicada para o ensino de matemática nos anos iniciais, quais as relações que alunos de um curso de formação de professores estabelecem entre o uso das régua de Cuisenaire e o ensino de frações? Quais as principais dificuldades que cercam a compreensão das frações na relação parte-todo? De que maneira as régua de Cuisenaire podem contribuir para problematizar o ensino desse conteúdo?

1.4 Objetivos da pesquisa

O objetivo geral dessa pesquisa é investigar as possibilidades do uso das régua de Cuisenaire no ensino e na aprendizagem do conceito de frações no âmbito de formação de professores dos anos iniciais. Com a intenção de compreender o problema proposto, temos como finalidades alcançar os seguintes objetivos mais específicos:

- ✓ Analisar as bases teórico-epistemológicas do uso de materiais concretos na formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais;

- ✓ Perceber as relações que educadores em formação estabelecem com o uso do material e o ensino de frações;
- ✓ Perceber as possíveis contribuições do uso deste material para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, mais particularmente de frações, de forma mais significativa.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Os professores dos anos iniciais e o ensino da matemática

Por muito tempo, o ensino tradicional tem-se restringido a aulas expositivas, cópias, memorização e resolução de exercícios repetidamente. Identificada por Paulo Freire (1983) como “concepção bancária da educação”, ou simplesmente educação bancária, esse modelo consiste na transmissão de um conhecimento hierarquicamente disposto, no qual o professor é o centro do processo ensino-aprendizagem, uma vez que “detém o conhecimento” e o “deposita” no aluno. Os conteúdos são desintegrados entre si, com baixa conexão entre os diversos saberes o que dificulta para o aluno estabelecer vínculos entre tais conhecimentos e entre esses e a vida. Por sua vez o aluno, aqui, passa a ser entendido como um polo acrítico onde o conhecimento, disposto em níveis, deve ser absorvido.

Em Matemática, sob essa concepção, o ensino se volta para a apreensão das operações matemáticas e conceitos apresentados pelo professor em sala de aula e descolados de qualquer postura de investigação da realidade pelo aluno. Os conteúdos são vistos como um produto final e acabado, sendo enfatizado o uso do livro didático que exerce papel central no processo de ensino-aprendizagem e aprender matemática se resume a repetir corretamente o conhecimento já estabelecido. Esta escolha está permeada pelas concepções do professor sobre o que é ensinar matemática e irá influenciar o desenvolvimento cognitivo e afetivo do aluno:

Para muitos de nós, a matemática foi ensinada assim e, por isso, não conseguimos admirar a beleza e harmonia dela, nem ver nela um essencial instrumento para cotidianamente ser colocado a nosso serviço. Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção de sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2009, p. 25)

Destarte, não se admite mais que o processo de ensino deva limitar-se a transmissão de técnicas operacionais. Um dos princípios preconizados no PCN para a área de matemática é que a atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade”. (BRASIL, 1997, pág. 19). Todavia, as pesquisas em educação têm mostrado que a realidade das práticas docentes está longe de se direcionar para uma aprendizagem mais significativa.

Em sua dissertação de mestrado Macarani se preocupou em investigar quais estratégias de ensino são utilizadas por professores dos anos iniciais, isto é, quais as práticas que norteiam o

processo de ensino-aprendizagem, elencando quais atividades podem contribuir ou não para a aquisição do conhecimento, além de propor diferentes alternativas e metodologias para a melhoria do ensino. Sua observação se voltou para as estratégias de ensino referentes ao cotidiano das crianças, ao uso do material concreto e à aprendizagem lúdica, à resolução de problemas, livro didático, história da matemática e diversos recursos disponíveis. Em sua investigação, pode ser percebida uma discrepância entre o que as professoras afirmavam ser importantes para uma aprendizagem significativa e suas práticas:

As estratégias utilizadas pelas professoras parecem ter se perdido pela falta de relação entre objetivos previstos e o enfoque dado à aprendizagem significativa. As professoras, a meu ver, consideram importante que o ensino da matemática esteja (co)relacionado com a problematização e a contextualização do cotidiano do aluno, mas não realizam suas práticas com esta intencionalidade. (MACARINI, 2007, p. 89)

Ao investigar os primeiros contatos de alguns professores com a prática em sala de aula, Farias percebeu um sentimento de limitação nesses docentes frente às dúvidas e dificuldades dos alunos na aprendizagem de certos conteúdos matemáticos e defende:

Para que dificuldades dessa natureza sejam minimizadas, os cursos de formação precisam propiciar aos acadêmicos o estudo dos conhecimentos que serão por eles ensinados nas escolas. Afinal, lacunas nessa área podem interferir e comprometer tanto o preparo e o encaminhamento das aulas, como a escolha e o uso dos materiais didáticos, por exemplo. (FARIAS, 2009, p. 117)

De fato, o aprofundamento dos conteúdos matemáticos possibilita aos professores uma maior margem de ação para que possam ensinar e elaborar estratégias diversificadas frente às eventuais dificuldades apresentadas pelos alunos. Além dos conteúdos matemáticos, a pesquisadora destaca que os cursos de formação devem proporcionar o contato com as diversas metodologias, com propostas inovadoras, problematizar as práticas que vivenciaram ao longo da educação básica de forma a tentar romper com a reprodução de alguns modelos e a construção de novas práticas que promovam uma aprendizagem favorável. Sendo assim, os cursos de formação estarão contribuindo para a análise de um dos elementos que constituem o ensino da matemática, que consiste em “ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções”. (BRASIL, 1997, p. 9)

Desta forma, acredita-se que proporcionar aos futuros professores o movimento de pensar suas práticas, concepções sobre a matemática e objetivos didáticos poderá contribuir para uma melhora na qualidade do processo de formação desses futuros professores e de certa maneira influenciar positivamente sua atividade docente. Sendo assim, nos interessa investigar

de que forma a apresentação de uma sequência didática abordando o uso das régua de Cuisenaire pode provocar reflexões sobre o processo de ensino-aprendizagem de frações.

2.2 O ensino de frações e os obstáculos de aprendizagem

Em relação aos conteúdos matemáticos de Números e Operações, sabe-se que a prática docente nos anos iniciais deveria estar voltada para proporcionar experiências que possibilitem ao aluno perceber a existência de diversas categorias numéricas criadas em função dos diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar. Sendo assim, a aproximação com as diversas situações-problemas levariam o aluno a ampliar seu conceito de número. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1997), o objetivo principal do ensino de frações é levar os alunos a perceber que os Números Naturais já não são suficientes para resolver determinados problemas, sendo com isso levados a construir o significado do Número Racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.

Geralmente o conjunto dos Racionais é introduzido de forma mais sistemática no segundo ciclo do Ensino Fundamental (4º e 5º ano), sendo recomendado que sejam apresentadas situações-problemas em que as soluções não estejam no campo dos Números Naturais levando os estudantes a aproximação com a noção de Número Racional e à compreensão de seus diferentes significados e suas formas de representação decimal e fracionária. Sabendo-se que no dia-a-dia é muito mais usual a representação decimal, em medidas e sistema monetário, por exemplo, fica ainda mais necessário e oportuno apresentar as frações em situações diversificadas, o que demanda tempo, abordagem adequada e conhecimento por parte dos professores das peculiaridades do ensino de frações.

Nunes et al. (2003 apud DRECHMER; ANDRADE, 2011) abordam o conceito de frações em cinco aspectos que ela pode assumir: número, relação parte-todo, medida, quociente e operador. Indicam ainda a necessidade da compreensão dos diferentes aspectos que as frações podem assumir para uma melhor compreensão desses números. A relação parte-todo se refere a um todo dividido em n partes iguais onde cada uma das partes é representada como $1/n$. Essa relação implica uma dupla contagem, onde o denominador representa o número de partes que o inteiro foi dividido e o numerador quantas partes foram consideradas (DRECHMER; ANDRADE, 2011). Dentre os aspectos possíveis, a compreensão da relação parte-todo é muitas vezes utilizada para a introdução do conceito de frações e frequentemente abordada pelos livros didáticos, sendo de suma importância a problematização desse aspecto para a compreensão e

operacionalização com frações em todos os demais aspectos, influenciando todo o curso da aprendizagem seguinte.

No campo da educação matemática, há uma concordância que a construção do conceito de fração não ocorre de maneira tão natural como ocorre com os Números Naturais, sendo necessária uma variedade de estratégias e situações didáticas para que haja uma aprendizagem significativa deste objeto matemático (CAMPOS e RODRIGUES, 2007; DANTAS, 2005; LOPES e PATRICIO, 2013; DRECHMER e ANDRADE, 2011).

As dificuldades que surgem da aprendizagem dos Números Racionais têm despertado o interesse de educadores visto que o “fato de serem uma extensão dos Números Naturais, entretanto, não impede que os Números Racionais apresentem algumas peculiaridades que têm trazido ao longo do tempo dificuldades à sua aprendizagem” (CAMPOS e RODRIGUES, 2007, p. 73). Se por um lado os Números Naturais são mais facilmente compreendidos e operacionalizados pelos professores e com conseqüente maior facilidade em sua transposição didática, o mesmo não acontece com os Racionais.

Dentre os conteúdos típicos da matemática do ensino básico, os Números Racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio, pois, embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos Naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada. (CAMPOS e RODRIGUES, 2007, p.69).

Os autores destacam a importância da compreensão da ideia de *unidade* como um dos elementos fundamentais na construção do conceito de fração. Discutem ainda que as dificuldades apresentadas pelos alunos em compreender a ideia de unidade associada ao conceito de número racional tem relação direta com as práticas geralmente utilizadas em sala de aula. Destacam, ainda, o duplo papel desempenhado pelo número 1 no conjunto dos Racionais, “que serve tanto como unidade divisível que forma a base de comparação, quanto a base conceitual para a formação dos inversos multiplicativos, além, de ser o elemento neutro da multiplicação” (p.77). E ainda afirmam que em muitos livros didáticos, a ideia de fração é introduzida como uma breve apresentação de uma situação estática em que se define por dupla contagem as partes em que o todo foi dividido e o número de partes tomadas. “O traço para representar a fração, o numerador e o denominador surgem como uma convenção, e dessa forma, pode-se chegar à ideia de fração passando ao largo da necessária reflexão sobre a fixação da unidade” (p. 89).

Além disso, apontam a tendência dos alunos a fazer generalizações sobre as frações baseadas nos conhecimentos para operacionalização dos números Naturais e destacam a importância da oferta de situações que promovam a efetiva participação dos alunos e a necessária mediação para que se estabeleça a relação entre essa ação e a linguagem matemática e simbólica. Sendo assim, nos interessa compreender se as régua de Cuisenaire podem auxiliar a diversificar a prática docente para a introdução do conceito de frações e ao mesmo tempo, problematizar as questões sobre os aspectos das frações levantados na literatura, auxiliando na compreensão mais completa do conceito por parte dos futuros professores.

Os estudos analisados dialogam com o presente estudo ao apontar para a especificidade do ensino das frações nos anos iniciais e para a tendência da abordagem de uma forma pouco significativa e mecanizada, voltada para a utilização de algoritmos e operações sem a real compreensão dos números fracionários. Também nos indicam a necessidade de uma atenção nos cursos de formação quanto ao ensino de frações, principalmente o contato com metodologias e a reflexão necessária sobre estratégias diferenciadas para que os futuros professores possam depois aplicá-las em sala de aula.

Um conceito que pode auxiliar a compreender as dificuldades encontradas na aprendizagem dos Números Racionais é o de obstáculo epistemológico, introduzido na didática da Matemática por Brousseau em 1976, inspirado nas ideias do filósofo francês Bachelard. Durante o processo de conhecer ocorrem erros e conflitos que levam o aluno a parar o processo de pensamento e de elaboração dos conceitos, sendo tais perturbações próprias do processo cognitivo. É em termo de obstáculos que se assenta o conhecimento científico, “que é no ato mesmo de conhecer que aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, as perturbações e as lentidões, nas quais se mostram as causas de estagnação e de inércia do pensamento, as quais ele denomina obstáculo epistemológico” (IGLIORI, 1999). No ensino de conceitos matemáticos, Brousseau identifica nos obstáculos epistemológicos a explicação para os erros recorrentes e não aleatórios cometidos pelos alunos.

(...) mas estes erros não são devido ao acaso, fugazes, erráticos, eles são reprodutíveis, persistentes. Além do mais, estes erros, em um mesmo sujeito, estão ligados entre si por uma fonte comum, uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correto, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo um domínio de ação (BROUSSEAU, 1983 apud BARROSO e FRANCO, 2013, p.7).

Assim, os conhecimentos dos Números Naturais podem se constituir em obstáculos para o conhecimento dos Números Racionais, isto é, durante a aprendizagem dos Racionais podem ocorrer obstáculos epistemológicos advindos do ensino e das aprendizagens anteriores

relacionadas a conhecimentos pertinentes aos Números Naturais, que formam uma espécie de nó de resistência para a apreensão do conceito de frações. Acredita-se que esses nós podem ser identificados pelos erros que aparecem no curso da aprendizagem. Artigue (1990 apud IGLIORI, 1999) cita exemplos dos processos produtores de obstáculos em matemática tais como: generalização abusiva, a regularização formal abusiva, a fixação sobre uma contextualização ou uma modelização familiar e a aderência exclusiva a um ponto de vista. Identificar estes obstáculos é uma tarefa imprescindível para o educador uma vez que, ao mesmo tempo em que podem impedir o aluno de progredir na aprendizagem, podem ser também produtores de conhecimentos novos e fatores de progresso. Sendo assim, para a aprendizagem dos conceitos referentes às frações é necessário de certa forma romper com o conhecimento anterior para advir o novo conhecimento.

Tendo visto os aspectos relacionados ao conceito de divisão de um inteiro em frações e sob a ótica dos obstáculos que podem surgir ao longo da aprendizagem, de que forma o professor pode identificá-los e utilizá-los para alavancar o processo de aprendizagem? Os materiais concretos podem auxiliar a trazer a tona as dificuldades dos alunos e proporcionar uma aprendizagem mais significativa das frações?

2.3 As régua de Cuisenaire e o ensino de frações

O uso do material concreto tem cada vez mais sido apontado como ferramenta capaz de auxiliar no processo de aprendizagem de matemática e na formação dos conceitos matemáticos de forma mais significativa, tal que seja possível aos alunos perceberem a importância daquilo que estão aprendendo e estabelecerem conexões com demais disciplinas e seu cotidiano.

A utilização de materiais manipulativos faz com que seja mais fácil para os alunos compreenderem o trabalho com Números Racionais e facilita na expressão desse conteúdo para formas mais abstratas. O importante é o professor saber selecionar bem os materiais concretos para conseguir os objetivos desejados de acordo com cada tema. O material manipulativo pode ter uma relação facilitadora para os conceitos matemáticos. (DANTAS, 2005)

A escolha do uso de materiais didáticos manipuláveis, ou simplesmente MD como se refere Lorenzato (2009), para a abordagem de determinado conteúdo se refere a uma opção metodológica do professor. Esta opção depende de uma investigação da forma correta de manuseio e do conteúdo apropriado a ser ensinado com a ajuda desse material. O sucesso ou não da experiência está vinculada a essa relação. Segundo esse autor, a eficiência do material concreto está mais relacionada ao professor do que ao material em si:

O modo de utilizar cada MD depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar. Um professor que concebe a matemática como um conjunto de proposições dedutíveis, auxiliadas por definições, cujos resultados são regras ou fórmulas que servem para resolver exercícios em exames, avaliações, concursos, seguramente poderia, utilizando-se apenas do quadro-negro, mostrar ou provar aos alunos que a soma dos três ângulos dá 180 graus e, em seguida, dar alguns exercícios para auxiliar a memorização dessa propriedade. (LORENZATO, 2009, p. 25)

Desta forma, podemos perceber que está em jogo a concepção de ensino de cada professor e o curso de formação é o locus para a discussão sobre as diferentes maneiras de ensinar. Entendemos que a opção pela estratégia de uso dos materiais concretos proporciona uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos matemáticos, desmistificando esta disciplina e reaproximando os alunos ao mundo da matemática. Para que isso ocorra é necessária a ação do professor para que os alunos relacionem essa experiência concreta com a matemática formal, afinal, “a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (LORENZATO, 2009, p.21).

O que se propõe a discutir aqui são maneiras de como esses professores em formação compreendem o uso das régua no ensino de frações, a partir de suas próprias experiências utilizando e se aproximando do material, de forma a refletir sobre metodologias de ensino. No presente estudo, foi visto que nos cursos de formação de professores há a necessidade de proporcionar o contato dos alunos com estratégias de ensino diferenciadas e que o ensino de frações é um conteúdo que vem apresentando dificuldades na abordagem pelos professores dos anos iniciais. Concordamos que o uso de materiais concretos pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa da matemática e com isso a forma como os alunos conceberão a matemática ao longo da vida escolar. Sobre as potencialidades do material:

Todo M tem um poder de influência variável sobre os alunos, porque esse poder depende do estado de cada aluno e, também, do modo como o MD é empregado pelo professor. Assim, por exemplo, para um mesmo MD há uma diferença pedagógica entre a aula em que o professor apresenta oralmente o assunto, ilustrando-o com um MD, e a aula em que os alunos manuseiam esse MD. O MD é o mesmo, mas com os resultados do segundo tipo de aula serão mais benéficos à formação dos alunos porque, de posse do MD, as observações e reflexões deles serão mais profícuas, uma vez que poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas e, mais facilmente, memorizar os resultados obtidos durante suas atividades. (LORENZATO, 2009, pág. 27)

Também concordamos com a premissa de que a utilização do material pode auxiliar e proporcionar uma compreensão do conceito e criar conexões entre os conhecimentos, desde que se leve em conta a importância da articulação entre a escolha do material, o conteúdo a ser

estudado e o público a que se destina. Desta forma, para conceitos como frações é necessário que o material proporcione reflexões e pontes entre o concreto e as representações simbólicas. Assim, como destaca esse autor, se o material se destina às quatro primeiras séries do ensino fundamental, “o apelo ao tátil e visual ainda deve manter-se forte, mas os materiais devem visar mais diretamente à ampliação de conceitos, à descoberta de propriedades, à percepção da necessidade do emprego de termos ou símbolos, à compreensão de algoritmos, enfim, aos objetivos matemáticos”. (Ibidem, p. 9)

As régulas de Cuisenaire são materiais didáticos manipuláveis encontrados em muitas escolas públicas e acredita-se que a utilização deste material para a abordagem do conceito de fração pode ser uma alternativa que proporcione uma compreensão mais significativa do aspecto de unidade e divisão em fração. E, especificamente para a formação de professores, tal alternativa possibilita ter acesso às particularidades que envolvem o ensino de frações, ao mesmo tempo em que constrói o próprio conhecimento tanto do conteúdo quanto à metodologia. Tal trabalho favorece que o futuro professor, ao longo de sua jornada profissional, experimente utilizar-se também de materiais concretos, ampliando as experiências relevantes para seus alunos aprenderem matemática.

O material de Cuisenaire consiste em um conjunto de 10 régulas de madeira de tamanhos diferentes pintadas cada uma de uma cor. A menor das barras mede 1 cm e a maior tem 10 cm. A ilustração abaixo apresenta as cores e a correspondência com os Números Naturais das régulas de Cuisenaire.

COR	NÚMERO REPRESENTADO
Branco (ou cor de madeira)	1
Vermelho	2
Verde-claro	3
Rosa (ou lílãs)	4
Amarelo	5
Verde-escuro	6
Preto	7
Castanho	8
Azul	9
Cor de laranja (ou cor de madeira)	10

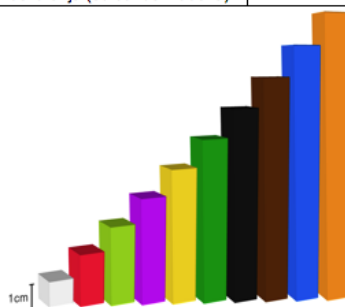


Figura 1- A escala de Cuisenaire nos Números Naturais.
Fonte: Site da Ed. Positivo, 2014.

O material pode ser usado com os alunos durante todas as fases dos anos iniciais do ensino fundamental, sendo recomendado que comece a aproximação dos alunos com as régua, de forma a familiarizá-lo com o material e a exploração e reflexão sobre a escala de cores e tamanhos. Sua utilização didática engloba a compreensão de conceitos dos Números Naturais, as operações dentro desse conjunto e também o ensino de frações. Tal flexibilidade se deve ao fato de que não é o material concreto em si que vai fazer com que surja o conceito, mas a manipulação adequada, as atividades bem selecionadas e o alcance dos objetivos didáticos apropriados que permitem que ocorra a aprendizagem:

Os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão as suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam (PASSOS, 2009, p. 81).

Este é um aspecto importante a ser analisado na experiência em curso, de que forma os alunos-professores compreendem que a construção do conceito não surge do material em si, mas com a manipulação do material os alunos vão construindo pouco a pouco o conceito de fração e sua divisão de maneira mais significativa.

Cabe ressaltar que as reflexões construídas no presente capítulo sobre a formação de professores e o ensino da matemática nos anos iniciais, mais especificamente o conceito de fração e a utilização das régua de Cuisenaire como possibilidade para uma aprendizagem significativa do conceito da divisão do inteiro em frações servirão como base para a análise dos resultados alcançados com a realização da pesquisa de campo em sala de aula no curso de formação.

No capítulo seguinte, será apresentada a metodologia adotada para a realização do estudo, os sujeitos da pesquisa, o universo do estudo e os procedimentos utilizados no processo de coleta de dados.

3 METODOLOGIA

O objetivo deste estudo é investigar junto a alunos do curso de formação de professores dos anos iniciais algumas contribuições do uso das régua de Cuisenaire na aprendizagem significativa do conceito de frações como divisão de um inteiro. Assim, no presente capítulo, será apresentada a discussão teórico-metodológica adotada na investigação. Acredita-se que as régua de Cuisenaire podem facilitar o processo de ensino-aprendizagem de frações e que a abordagem destes materiais durante o curso de formação de professores auxiliará na reflexão por parte dos sujeitos. A investigação se dará por meio de uma pesquisa de campo qualitativa por meio da observação participante durante a aplicação de uma atividade didática elaborada sobre a temática “Ensino de frações com régua de Cuisenaire”.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), as questões que se propõem a investigar e seus objetivos são os principais elementos a serem considerados pelo investigador para a escolha do tipo de pesquisa de campo a ser adotado. De fato, a opção pela observação participante no presente estudo se baseia na possibilidade de observação dos fenômenos tais quais ocorrem, isto é, estar em uma sala de aula de formação de professores, observando suas considerações e procurando compreender os significados que os sujeitos dão à realidade estudada. Para que possamos compreender melhor os fenômenos a serem investigados, os dados foram coletados por meio da observação e da gravação de áudios e imagens durante a aplicação do questionário misto elaborado para a investigação em colaboração com a professora da disciplina e pela análise das respostas dadas.

A sequência didática aplicada é composta por 13 questões (ver Anexo I) e considera a divisão de inteiros diversificados em frações iguais. Envolve a representação da quantidade em frações, reconhecendo as partes e o inteiro e a elaboração de afirmações e sentenças matemáticas relacionadas aos conceitos abordados. Todas as atividades são desenvolvidas a partir do manuseio das régua de Cuisenaire. Para esse estudo, a nossa intenção é obter dados a partir das respostas dadas às questões presentes na sequência didática e por meio das interações entre os sujeitos e suas percepções durante a realização das atividades, bem como durante o manuseio do material Cuisenaire.

Desta forma, foi elaborada a sequência didática (Anexo I) a ser realizada em duas turmas da Pedagogia como forma de investigar as possíveis relações que os alunos-professores fazem com o uso das régua de Cuisenaire e o conceito de frações. Tal atividade tinha por objetivos

refletir sobre o significado do número racional e de sua representação fracionária. A sequência foi organizada em quatro momentos:

1º momento: Reconhecendo o material Cuisenaire no conjunto \mathbb{N} ;

2º. Momento: Divisão de frações do inteiro utilizando o material Cuisenaire;

3º momento: Mudando o inteiro;

4º momento: Debatendo as ideias.

Com essa atividade buscou-se identificar as dificuldades e as contribuições da utilização do material Cuisenaire para a compreensão do conceito de unidade e inteiro dividido em frações. Foram estabelecidas seguintes categorias de análise:

1. Principais dificuldades encontradas para conceituar frações;
2. Contribuições das régua de Cuisenaire para as resoluções das questões propostas;
3. Percepções dos sujeitos sobre a experiência com as régua de Cuisenaire para o ensino das frações.

A fim de auxiliar na elaboração das categorias a serem analisadas durante a experiência foi realizado um pré-teste com a própria sequência didática, com duas estudantes do ensino fundamental, uma do 8º ano e outra do 4º ano. Além disso, o pré-teste foi aplicado em duas professoras dos anos iniciais atuantes na rede pública do município do Rio de Janeiro. A atividade forneceu dados importantes para ajustes da sequência didática e apresentou uma primeira ideia de como seria seu desenvolvimento, tendo sido assim incorporado um primeiro momento de aproximação com as régua de Cuisenaire e ajustes nos enunciados de algumas questões.

Nesse procedimento, foi possível observar que as professoras e a aluna do 8º ano tenderam a responder às questões utilizando-se dos algoritmos para cálculo das operações, isto é, pouco se apoiaram na utilização das régua para fornecer as respostas. A aluna do 4º ano que ainda está construindo o conceito de frações apresentou mais dificuldades em relacionar as partes da fração diretamente com as operações. Quase que intuitivamente, se baseou no material concreto para responder às questões e assim construir o conceito envolvido na atividade.

Partimos da hipótese que o material auxilia em uma compreensão mais expressiva do conceito e conseqüentemente a operação com frações de forma mais significativa e não de

maneira automatizada, com memorização de técnicas e procedimentos operatórios. Além disso, para os futuros professores dos anos iniciais favorece a compreensão das dificuldades e especificidades que envolvem o processo de ensino-aprendizagem das frações.

O estudo foi realizado com um total de 21 alunos do sétimo período do curso de Pedagogia da Escola de Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, UNIRIO, matriculados na disciplina Matemática na Educação II. O curso de licenciatura em Pedagogia dá ênfase na formação para o magistério e traz em seu projeto político-pedagógico o compromisso com a formação de professores para a rede pública no intuito de colaborar com a melhoria da qualidade da educação pública do país. Um dos objetivos da disciplina Matemática na Educação II é relacionar a experimentação, a reflexão e a comunicação no processo de ensino e aprendizagem matemática utilizando materiais concretos variados e registros de representações conceituais.

No capítulo a seguir relatamos a experiência da aplicação da sequência didática com os estudantes de Pedagogia, analisadas as respostas às questões que compunham a atividade, bem como foram transcritos alguns trechos das gravações das negociações entre os alunos para a compreensão do conceito de divisão de um inteiro em frações e a sua relação com o material.

4 A EXPERIÊNCIA COM AS RÉGUAS DE CUISENAIRE E O ENSINO DE FRAÇÕES

O teste foi aplicado em um único encontro realizado em dois turnos, nas turmas do curso vespertino e noturno. Em um primeiro momento, a professora da disciplina realizou uma aula expositiva sobre formas significativas de abordar o conceito de número fracionário, onde um deles era o significado parte-todo. Em seguida, foi apresentada a proposta da atividade com as régulas de Cuisenaire e a turma foi dividida em grupos, para facilitar o manuseio do material e a observação das formas de raciocínio e negociações utilizadas pelos estudantes para a compreensão e a realização da tarefa.



**Figura 2. Alunos de Pedagogia utilizam as régulas de Cuisenaire na divisão do inteiro em frações.
Fonte: Acervo do projeto, 2014.**

Os 21 alunos divididos em grupos resultaram em 7 formulários preenchidos. É importante destacar que o procedimento foi realizado em grupo por isso as questões e dúvidas surgiram principalmente nas trocas e negociações entre os sujeitos e entre os sujeitos e a observadora significando que as respostas são resultado das trocas e ajustes realizados durante a atividade.

Foi apresentado o material Cuisenaire e solicitado que os sujeitos manipulassem as régulas e se familiarizassem com o material. Então, foi informado que estaríamos operando no campo dos Números Racionais e que a partir de agora qualquer uma das peças poderia ser considerada o nosso inteiro, isto é, a unidade que seria dividida em partes iguais.

Para iniciar, foi solicitado que se tomassem as régulas laranja e vermelha, sendo formado um inteiro, que chamaremos de primeiro inteiro. Além disso, foi solicitado que cada grupo pegasse uma régua branca e informado que esta significava a menor parte que o inteiro seria

dividido. Em seguida, os grupos responderam às questões de 1 a 6 (ver Anexo I) relacionadas a este inteiro dividido em frações, utilizando como apoio o próprio material Cuisenaire. No momento seguinte os alunos já estavam familiarizados com as regras do uso do material e com as perguntas levantadas.

Foi solicitado então que tomássemos outra régua (verde escura) como o nosso inteiro, que denominamos segundo inteiro e novamente a branca representou a parte que o inteiro seria dividido. Os grupos então responderam às questões de 7 a 12.

A foto abaixo se refere aos dois inteiros utilizados na atividade:



Foto 3: primeiro inteiro (régua vermelha e laranja) e segundo inteiro (régua verde).
Fonte: acervo da pesquisa, 2014.

Para resolver a questão 1 “Quantas reguinhas brancas cabem no trem laranja e vermelho?” grande parte dos sujeitos utilizaram o material e fizeram uma fileira com as régua brancas ao lado do inteiro formado pelo vermelho e laranja para responderem sem dificuldades a quantidade de 12 partes.

Na questão número 2 e 7, “qual o valor numérico da régua branca?”, a primeira tendência foi responder que uma régua branca valia 1, isto é, uma unidade. Em grupo, as discussões se voltaram para compreender que aquela régua significava uma parte do inteiro maior e não um “número solto”. Com o auxílio da manipulação do material, todos os grupos conseguiram compreender a relação da parte-todo do conceito de frações e responder em frações o quanto valeria 1, 2 ou 5 régua brancas, isto é, as respostas obtidas foram $1/12$, $2/12$, $5/12$ e $1/6$, $2/6$ e $5/6$.

As questões 3 e 9 solicitavam que fossem substituídos os termos “régua brancas, laranja e vermelha e verde” pelos seus valores numéricos. A resposta esperada para a questão 3 era formar a frase “Quantos $1/12$ cabem em $12/12$?” e responder que eram 12, isto é, os alunos

deveriam substituir as cores das régua pelos seus valores assumidos na relação estabelecida na atividade. Duas das respostas consideradas erradas ocorreram na hora de atribuir valor aos inteiros. As duas respostas erradas foram “Quantos $1/12$ cabem em 12? $12/12$ ”. Nela, se pretendia observar se os alunos conseguem estabelecer a relação entre a parte tomada e as partes em que o inteiro foi dividido, compreendendo a relação que se estabelece nas frações. A maioria conseguiu estabelecer corretamente os valores das régua, mas dois grupos permanecerem fixados no valor da régua laranja e vermelha como se estivessem trabalhando nos Números Naturais, isto é, atribuíram o valor do inteiro como 12 e erraram toda a relação matemática.

A outra questão em que foi obtida resposta errada, a questão 5, também solicitava que se apontasse o valor da régua formada pelas peças vermelha e laranja, para tal a resposta dada foi separar o laranja do inteiro como partes, evidenciando mais um problema de interpretação do enunciado. Mesmo assim, era possível observar que a maior dificuldade para os sujeitos foi deixar de relacionar as régua com seus valores assumidos no conjunto de Números Naturais:

Eu fiquei com o 12, por que pra mim o valor que era, era 12, perceber que não era 12 pra mim, poxa...(Aluna 1)

Em um grupo, alunos negociavam entre eles para compreender qual o valor que as régua assumiam, principalmente o inteiro. A aluna (Aluna 3) que defendia que era $12/12$ ponderou: “Eu acho que ele tem 12 partes, $1/12$, $1/12$, $1/12$, isto é, 12 vezes $1/12$ eu acho que é $12/12$...”. Todo este raciocínio ela baseava no manuseio do material enquanto que a aluna que achava que valeria 12 não conseguia argumentos para fundamentar o seu raciocínio.

Esta tensão ficava bem evidente nas discussões para a resolução da questão 4, que solicitava que se escrevesse uma sentença afirmativa sobre a relação parte-todo com o primeiro inteiro. Foram obtidas quatro respostas que afirmaram “caber 12 de $1/12$ em $12/12$ ”, onde as partes receberam o valor numérico correto e expressaram uma relação verdadeira. Tais respostas foram fruto de negociações intra-grupos e apoiados amplamente nas régua de Cuisenaire para ratificar ou refutar a linha de raciocínio.

De todos, somente um grupo apresentou uma resposta considerada incorreta, afirmando haver 12 unidades em 1 inteiro. Foi o mesmo grupo que havia errado a questão 3, ao dizer que o inteiro valia 12.

As questões 6 e 12 solicitavam então que formassem uma sentença matemática que expressasse as relações abordadas. Dois grupos apresentaram a sentença $12/12=1$ e quatro grupos apresentaram a soma de frações ($3/12+3/12+3/12+3/12 = 12/12$ ou $10/12 + 2/12 = 12/12$ e ainda $1/12+1/12+...+1/12= 12/12$).

De fato, durante a resposta do questionário algumas alunas vislumbraram outras divisões com diferentes tamanhos de parte. A aluna (Aluna 8), que relatou ter muita dificuldade com matemática, estava buscando uma forma de responder à questão nº 6 sobre sentença matemática. Para tanto, ela utilizou régua verde-clara para significar as partes que o inteiro formado pela régua laranja e vermelha foi dividido e expressou sua sentença matemática da seguinte forma “ $3/12 + 3/12 + 3/12 + 3/12 = 12/12$ ”.

Interessante observar que no segundo inteiro, após os grupos já estarem familiarizados com o material e com as questões, as sentenças de igualdade de inteiros passaram a expressar soma de frações, bem como apareceram divisão ($6/6:1/6=6$) e multiplicação ($6 \times 1/6=6/6$), sem nenhuma resposta considerada erro.

Frente a todas as negociações acima expostas para que chegassem às respostas satisfatórias foi verificado que os questionários respondidos resultaram em poucas respostas erradas. As questões 1, 2, 7, 8 e 11 após as diversas negociações entre os sujeitos apresentaram respostas consideradas corretas. Apenas as questões 3, 5 e 9 apresentaram 1 (uma) resposta considerada não válida cada. As questões 4, 6, 10 e 12 são questões abertas e por isso foram analisadas separadamente, com apenas os erros acima citados.

Ao término da atividade, foi solicitado aos sujeitos que debatessem sobre as suas impressões e sobre as contribuições e dificuldades no manuseio das Régua para o ensino das frações. Os depoimentos a seguir indicam que os alunos acreditam que o trabalho com material concreto auxilia na aprendizagem:

Eu tenho muita dificuldade (...) a visualização pra mim é... facilita. Acho que até a pensar! Se você usa, assim, se usasse mais, fico imaginando as crianças também, né...(aluna 3)

Qualquer, (...) o que você nomear (das régua) vai ser o inteiro, pode ser o menor, maior, você vai conseguir. (...) O inteiro vai ser esse e aí você vai conseguindo dividir ele. (...) Você pega um inteiro e vai pegar os quadradinhos e você vai conseguir ver quais as partes que você tem naquele (aluna 4)

A criança (...) você falar que isso aqui representa um todo, um inteiro [pega uma régua preta] e cada desse representa uma parte do todo [pega uma régua branca], e mostrar pra ela, manusear, fica mais fácil do que ela ficar só no campo do abstrato, né (aluno 5)

Foi relatada a dificuldade de fazer a relação entre o material e a linguagem matemática que se quer trabalhar, isto é da necessidade de transpor do concreto para o simbólico, papel fundamental que será exercido pelo professor ao mediar a atividade e o conhecimento, a

possibilidade de uso em sala de aula e suas vantagens, além das peculiaridades relativas ao material utilizado e os conteúdos que se quer trabalhar em sala de aula.

Uma aluna (Aluna 4) perguntou sobre as diferenças entre os valores assumidos pelas peças do material dourado e das régua de Cuisenaire. Ela ponderou que no material dourado, cada peça tem um valor de unidade, de 10, de 100 etc. Questionou então se nas régua isso não acontecia. Informei que ambos materiais podem ser usados tanto para os Naturais quanto para os Racionais, mas que eles tem estruturas diferentes. Queríamos desmistificar e desconstruir a concepção de que esse material só serve para trabalhar os Naturais. Nesse caso o Cuisenaire se mostrou mais apropriado. Sendo assim, esta forma de uso estaria relacionada aos objetivos do trabalho docente, assim como defendido por Lorenzato (2009).



Foto 4: Estudantes utilizam as Régua de Cuisenaire voltada para frações.
Fonte: acervo da Pesquisa, 2014.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O objetivo do trabalho foi investigar o uso das régua de Cuisenaire para abordar o conceito de fração na relação parte-todo junto a alunos do Curso de Pedagogia. Se buscava compreender de que forma o material poderia contribuir para o ensino de frações e quais as percepções dos alunos no contato com as régua voltadas para o trabalho com frações. Foi levantada a hipótese que o trabalho com o material de Cuisenaire para a abordagem do conceito de divisão de um inteiro em frações pode provocar reflexões nos sujeitos sobre as particularidades que cercam esse conteúdo, ao mesmo tempo em que auxilia em sua formação, uma vez que as dificuldades conceituais que cercam as frações podem vir à tona com a utilização do material, tornando possível a aprendizagem correta do conteúdo.

A análise da experiência nos permitiu constatar que assim como a literatura levantada apontou, o contato com práticas e materiais ao longo da formação de professores pode auxiliar em uma formação de qualidade. A realização da atividade permitiu aos alunos uma oportunidade de troca de saberes, reflexões sobre características importantes envolvendo frações e sobre a utilização de materiais concretos, auxiliando o futuro professor a compreender dificuldades e dúvidas dos alunos durante a aprendizagem de frações e principalmente as contribuições do uso do material concreto.

Apoiadas na literatura sobre o ensino de frações observamos a existência de certos erros não-aleatórios e obstáculos epistemológicos que podem surgir durante a aprendizagem das frações. Foi possível observar que as principais dificuldades dos alunos foi compreender a ideia do inteiro e a sua representação fracionária. Geralmente, os sujeitos tenderam a nomear o inteiro como 12 ou 6, valores assumidos pelas régua nos Números Naturais. Podemos dizer que houve o que Artigue (1990 apud IGLIORI, 1999) identificou como uma “contextualização ou modelização familiar”, isto é, por saberem que as régua assumiam um valor no conjunto dos Números Naturais, fixavam-se nesse conhecimento, com dificuldades de compreender a relação estabelecida nesse novo contexto dos Números Racionais. As questões que, mesmo após as negociações e apoio no material, obtiveram respostas consideradas erradas demonstram que a ideia do inteiro dividido em frações é uma questão que assim como foi explicitado por Campos e Rodrigues (2007) merecem uma atenção dos educadores, sendo as régua de Cuisenaire um bom instrumento auxiliar na identificação dessa dificuldade de maneira significativa.

A fixação em conhecimentos anteriores pode ser estendida inclusive aos materiais, como na relação que uma aluna fez entre as régua de Cuisenaire e o material dourado, onde a

problematização dessa fixação tornou possível trazer para a discussão a relação entre escolha do material e o conteúdo que se quer trabalhar e a compreensão de que o conceito não está previamente no material, mas ele irá ser construído na manipulação e relacionado aos objetivos escolhidos, assim como apontaram Lorenzato e Passos (2009).

O apoio necessário nas régua para a realização da atividade forçou uma desestabilização das informações prévias, onde as trocas e o uso do material possibilitaram que os conhecimentos fossem sendo construídos ao longo da atividade, os obstáculos epistemológicos problematizados e as respostas esperadas surgissem. Esperava-se que os sujeitos percebessem essa potencialidade do material, o que de fato fica evidente na fala de alguns alunos:

Fica muito mais simples quando você pega o material e começa a trabalhar, comparar, utilizar. Então isso, essas possibilidades, essa diversidade de usar o material ajuda muito na proposta, na resposta. (Aluna 6)

O material ajuda (...) a primeira vez que eu peguei o material, eu tive um pouco de dificuldade, mas assim, agora, quando você começa a contextualizar, fazer uma relação com o material, acho que você realmente entende o que você tá fazendo, não vai só pela regra que o professor passa para você. Com o material consegue montar tudo aquilo que o material tá representando. (aluna 7).

Como tenho muita dificuldade, acredito que pensei como uma criança mesmo. Eu fui manuseando, fui pegando, fui tendo o feeling de ir seguindo o raciocínio. Que aí a gente discutiu quantas pecinhas... Foi isso que eu mais gostei, tá ali o concreto que me ajudou a formar as questões (aluna 8).

Podemos dizer que pelas ações realizadas e pelas falas relatadas na experiência, os sujeitos conseguiram perceber aspectos relevantes apontados nos estudos que embasaram os presentes trabalhos relacionados ao uso do material concreto no ensino da matemática. Foi citada pelos sujeitos a possibilidade de visualização como um facilitador da aprendizagem, importante para verificar e compreender propriedades, assim como as formas de utilização dos materiais. Foi citada também a importância e necessária ação mental complementar ao manuseio dos materiais.

Ao observar a divisão do inteiro formado pelas régua laranja e vermelha feita em 4 partes pela aluna 11 que afirmou ter muita dificuldade, interroguei o grupo das novas relações que se estabeleceram, quanto cada pedaço passou a valer e sobre a simplificação de $\frac{3}{12}$ para $\frac{1}{4}$, portanto mostrando a partir do material outra regra e operação válida para as frações que também fazemos de forma mecanizada e agora compreendida mais significativamente.



Foto 5: Divisão do inteiro em quatro partes.

Fonte: acervo da pesquisa, 2014.

Sendo assim, podemos também afirmar que o uso do material proporcionou a reflexão sobre características e propriedades importantes das frações, auxiliando o futuro professor a compreender as dificuldades e dúvidas dos alunos durante o curso do processo de aprendizagem da representação fracionária.

Dessa forma, sentimo-nos inclinados a concluir que a utilização das réguas de Cuisenaire para o ensino da divisão de um inteiro em frações proporcionou uma reflexão positiva para um grupo de alunos do curso de Pedagogia. Eles puderam problematizar o ensino de frações e perceber as contribuições do uso das réguas de Cuisenaire para o ensino de matemática mais significativo, confirmando a hipótese inicial do presente estudo. Cabe ressaltar que as conclusões aqui apresentadas são resultado da análise dos dados obtidos no presente trabalho e a esse universo se circunscreve.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nosso estudo investigamos se os alunos-professores relacionam o uso do material Cuisenaire a uma prática que pode favorecer uma aprendizagem mais significativa para certos conceitos matemáticos. A experiência proporcionou a discussão e reflexão conjunta sobre aspectos envolvidos no conceito de frações e no uso das régua de Cuisenaire, sendo possível ter acesso a algumas das dificuldades existentes no processo didático desse conteúdo. Pudemos confirmar que tal fato pode contribuir para uma prática de ensino mais significativa, favorecendo que o aluno alcance a continuidade da aprendizagem, superando eventuais obstáculos e construindo conhecimentos adequadamente.

O trabalho realizado permitiu a percepção e entendimento de que o material concreto está a serviço do professor e do ensino, podendo mudar de função e de significado de acordo com o objetivo pretendido. Além disso, da experiência com as régua de Cuisenaire pode-se dizer que é um trabalho altamente gratificante tanto para quem conduz a atividade como para quem está construindo o conhecimento. De forma geral, todos os envolvidos destacaram o prazer advindo apesar de dificuldades eventuais.

Não são frequentes os estudos relacionando as régua de Cuisenaire e o ensino de frações e pode-se dizer que pesquisas nessa direção poderão contribuir para o campo da educação matemática, inclusive se direcionadas também aos alunos dos anos iniciais. Para tanto, é necessário que os cursos de formação proporcionem mais momentos como esse de experimentação de materiais concretos, inclusive com ofertas de um espaço próprio, como os Laboratórios específicos para o Ensino de Matemática.

Desta forma, podemos concluir que devem ser dadas oportunidades, em todos os ambientes de ensino-aprendizagem, para apropriação dos conhecimentos matemáticos. Não de forma repetitiva e mecânica, sem saber o que e por que se faz. Mas é possível oferecer uma aprendizagem na qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e assim se instrumentalizando para agir na história.

REFERÊNCIAS

BARROSO, M.M.; FRANCO, V.S. Obstáculos epistemológicos e didáticos: concepções teóricas e práticas de professores no uso de materiais manipuláveis. In: ENIEDUC. V ENCONTRO INTERDISCIPLINAR DE EDUCAÇÃO. Campo Mourão: UNESPAR, 2013. **Anais eletrônicos**. Campo Mourão: UNESPAR, 2013. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/anais/v_enieduc/data/uploads/mat/trabscompletos/mat04414814936.pdf>. Acesso em: abr. 2014.

BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN)**. Volume 3: Matemática, 1ª 4ª. Brasília. MEC/SEF. 1997.

BEZERRA, S.M.C.B.; FORZBERG, M.C.F. Sentidos e significados epistemológicos de jogos e matérias concretos no ensino de matemática. In: XVIEBRAPEM. Canoas: ULBRA, 2012. **Anais eletrônicos**. Canoas: ULBRA, 2012. Disponível em: <<http://matematica.ulbra.br/ocs/index.php/ebrapem2012/xviebrapem/paper/viewFile/414/146>>. Acesso em: abr. 2014.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R.. A ideia de unidade na construção do conceito no número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, V 2.4, p. 68-93, 2007. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12992>>. Acesso em: mai. 2014.

DANTAS, J.P. **O aprendizado sobre os números Racionais**. Brasília: UCB, 2005. Disponível em: < <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JosemaryPeixotoDantas.pdf>>. Acesso em: mai. 2014.

DRECHMER, P.A. de O.; DE ANDRADE, S.V.R. O estudo de frações e seus cinco significados. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife: 2011. **Anais eletrônicos**. Recife: 2011. Disponível em: < <http://www.lematec.net/CDS/XIIICIAEM/artigos/1660.pdf>>. Acesso em: mai.14.

FARIAS, M. V. de O. **Formação docente e entrada na carreira: uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2009. Tese (doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2009. 206 p.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. (Org.). **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. Coleção Formação de Professores.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 12ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

GADOTTI, Moacir. **Boniteza de um sonho: ensinar e aprender com sentido**. Novo Hamburgo: Feevale, 2003. 80 p.

IGLIORI, S. B. C. A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática. In: MACHADO, S. D. A.; et al. **Educação Matemática: Uma introdução**. SP: EDUC, 1999.

LOPES, A. T.; PATRÍCIO, R. S. O uso de jogos no ensino de frações. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, 2013. **Anais eletrônicos**. Curitiba, 2013. Disponível em: <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/126_1521_ID.pdf>. Acesso em: mai.14.

LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2ª ed. rev.. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores).

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores da matemática. In: LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. 2ª Ed. revista. (Coleção Formação de Professores).

RODRIGUES, F.C.; GAZIRE, E.S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n.2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p187/23460>>. Acesso em: mai. 14.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007.

VILELA, E. S. **Eu pesquiso, tu pesquisas, eles... E quem ensina e quem aprende matemática? Um estudo sobre a produção acadêmica do GT Educação Matemática – ANPED (2000- 2007)**. 2008. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

ANEXOS

ANEXO 1

Sequência Didática

O conceito de frações como divisão de um inteiro e as régua de Cuisenaire

Campo Matemático: Números e operações

Conteúdo: Números Racionais em sua representação fracionária

Objetivo: Construir o significado do número racional e de sua representação fracionária, com o apoio das régua de Cuisenaire.

Habilidades: Iniciar a formação do conceito de fração como um número e do conceito de frações para operar com significação no conjunto dos Racionais. Reconhecer fração como parte do todo, em um modelo contínuo;

Recursos: Material de Cuisenaire, papel, lápis, Datashow

Encaminhamento metodológico

1º momento: Reconhecendo o Material Cuisenaire no conjunto N

Deve-se considerar que os alunos já possuem um conhecimento sobre as régua de Cuisenaire e seus valores no conjunto dos Números Naturais. Caso isso não ocorra, deixar os alunos manusearem o material para descobrir o segredo das reguinhas. Em seguida, projetar a imagem abaixo para conhecimento e conferência/comparação do que foi feito pelos dos alunos.

- A turma será dividida em duplas ou trios, para facilitar o manuseio e a observação do pesquisador das formas de raciocínio e negociações utilizadas pelos estudantes para a compreensão do conceito e realização da tarefa.

2º. Momento: Divisão de frações do inteiro utilizando o material Cuisenaire

Cada grupo deve pegar uma régua laranja e uma vermelha, formando um trenzinho de dois vagões.

Este trem será considerado um inteiro

A seguir, cada grupo deverá pegar uma régua branca e será informado que esta significa a menor parte que o inteiro será dividido.

As perguntas abaixo deverão ser respondidas pelo grupo:

1. Quantas reguinhas brancas cabem no trem laranja e vermelho ?
2. Qual o nome numérico de uma régua branca? E de duas régua? E de cinco?
3. Responda à pergunta 1 em números: Quantos _____ cabem em _____?
4. Escrever uma sentença afirmativa que traduza a questão anterior.
5. Quais os nomes numéricos que podemos dar para o inteiro vermelho e laranja?
6. Escrever uma sentença matemática que traduza essa igualdade.

3º momento: Mudando o inteiro

7. Representar com o Cuisenaire quantas branquinhas há em uma verde escura?
8. Qual o valor numérico da branquinha?
9. Quantas vezes você tem a régua branca em uma verde?
10. Substitua os nomes e cores por números na pergunta anterior: Quantos _____ há em ____?
11. Escreva uma sentença matemática que traduza a questão anterior.
12. Quantas vezes você tem $\frac{1}{6}$ em um 1 ou em $\frac{6}{6}$?
13. Escrever uma sentença matemática que traduza essa igualdade.

4º momento: Debatendo as ideias.