

Versão Online ISBN 978-85-8015-079-7  
Cadernos PDE

VOLUME II

OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE  
NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE  
Produções Didático-Pedagógicas

2014



Secretaria de Estado da Educação  
Superintendência da Educação  
Departamento de Políticas e Programas Educacionais  
Coordenação Estadual do PDE



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**

## **A aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas**

Prof.<sup>a</sup> PDE: Leila Carla Machado da Silva  
Orientador: João Cesar Guirado

**MARINGÁ – PR  
2014**

**SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO  
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO  
DIRETORIA DE POLÍTICAS E PROGRAMAS EDUCACIONAIS  
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**

# **UNIDADE DIDÁTICA**

**LEILA CARLA MACHADO DA SILVA**

Produção Didática Pedagógica apresentada à Secretaria de Estado da Educação – SEED, na disciplina de Matemática, como parte dos requisitos do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE 2014/2015, em convênio com a Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Ms. João Cesar Guirado.

**MARINGÁ – PR**

**2014**

**1 FICHA DE IDENTIFICAÇÃO DA PRODUÇÃO DIDÁTICO – PEDAGÓGICA**  
**TURMA - PDE/2014**

Aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas	
Autor	Leila Carla Machado da Silva
Disciplina/Área (ingresso no PDE)	Matemática
Escola de Implementação do Projeto e sua localização	Colégio Estadual Duque de Caxias – EF/M Rua: Marechal Mascarenhas de Moraes, 925.
Município da escola	Maringá
Núcleo Regional de Educação	Maringá
Professor Orientador	João Cesar Guirado
Instituição de Ensino Superior	Universidade Estadual de Maringá – UEM
Relação Interdisciplinar	Ciências e Geografia
Resumo	<p>Esta Produção Didático-Pedagógica é requisito obrigatório do PDE, tratando-se da consolidação do que foi definido no Projeto de Intervenção Pedagógica. O objetivo é proporcionar reflexões para construção de uma nova prática, analisando os erros apresentados em avaliações, com uma metodologia diferenciada da que já foi aplicada, visando alcançar a formação integral do educando. Este projeto tem como justificativa as contribuições possíveis a serem dadas pela Matemática na formação integral do cidadão com reflexos de aplicações a este contexto, que necessitam ser amplamente compreendidas por todos, a fim de refletir a sua prática pedagógica. Aplicar uma matemática mais significativa, conforme a Teoria de Ausubel, utilizar das Tendências Matemáticas, em foco, a Etnomatemática e sua inserção em sala de aula, valorizando a cultura e a vivência dos alunos, procurando associá-los aos conteúdos programáticos, envolvendo temas políticos sociais e culturais em sala de aula. O método será uma pesquisa no Colégio Estadual Duque de Caxias, EF/EM de Maringá, em uma turma de oitavo ano que analisará o nível de conhecimento científico da turma para a aplicação de atividades individuais e/ou em grupos. Será realizada uma gincana como recurso pedagógico em uma das avaliações, com intuito de motivar os alunos a estudarem o conteúdo matemático.</p>
Palavras-chave	Educação, Matemática, Aprendizagem Significativa, Tendências Matemáticas.
Formato do Material Didático	Produção Didática
Público Alvo	Alunos do 8º ano do Ensino Fundamental

## 2 APRESENTAÇÃO

Este trabalho tem a finalidade de chamar a atenção dos professores para a necessidade de propiciar aos alunos uma aprendizagem significativa. Pretende-se utilizar de estratégias consolidadas nas tendências matemáticas, a fim de espaçar da nossa realidade a aprendizagem mecânica. Evidenciar a necessidade de novas estratégias metodológicas para sanar as dificuldades enfrentadas no ensino e na aprendizagem, e ao mesmo tempo, incentivar a utilização da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, instigando a preparação de atividades que adaptem a realidade de nossos alunos apoiados nas tendências matemáticas.

O caos no ensino da Matemática é proveniente de uma Matemática que foi ensinada de maneira tradicional e teórica, distante da realidade dos nossos alunos. Por outro lado, a maioria dos alunos não gosta da Matemática ou tem alguma dificuldade para aprendê-la. Muitos não gostam porque não aprendem e/ou não aprendem porque não gostam.

Seja qual for o motivo, os alunos quase sempre atribuem suas dificuldades a fatores externos e, muitas vezes, não têm consciência de que fazem parte desse processo e cabe á eles, juntamente com professores buscarem soluções para tais problemas.

Diante do exposto e à complexidade da situação, este trabalho tem como objetivo ampliar e aprimorar o conhecimento matemático dos alunos e, conseqüentemente, melhorar o rendimento escolar. A pesquisa tem por objetivo conhecer as dificuldades dos estudantes acerca das características do professor de Matemática que colaboram na aprendizagem desta disciplina. Percebe-se a necessidade de adequar procedimentos metodológicos de maneira a estimular o aprendizado matemático; estabelecer relações entre os conteúdos escolares e a vivência do aluno, como maneira de aproveitamento nas avaliações internas e externas com sucesso no aprendizado desta disciplina. Quanto á escolha metodológica busca-se no método quantitativo os embasamentos necessários para a realização desta pesquisa. As atividades a serem desenvolvidas, na forma de uma Unidade Didática, serão primeiramente um questionário para analisar o grau das dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo do oitavo ano conforme o livro

didático adotado pelo colégio. Será de cunho exploratório e investigativo para relacionar com ideias e processos, constituintes do pensar e fazer matemáticos.

Após o análise das dificuldades encontradas pelos alunos, aplicarei o conteúdo de maneira significativa com a realidade dos alunos. Conforme Gasparin (2005), em todo o processo de trabalho docente, num primeiro momento, o professor deve verificar o nível atual do conhecimento dos educandos sobre o tema a ser estudado, ou seja, seus conceitos cotidianos, no momento seguinte, constituir o que se espera que os alunos alcancem, isto é, quais conceitos científicos o aluno deverá apropriar-se, para tanto são necessárias várias ações didáticas do professor, situações desafiadoras e possíveis de serem realizadas pelos alunos; atividades permanentes; atividades coletivas; utilização de materiais didáticos.

Ratifico esse pensamento do Gasparin em minha produção didática, as atividades serão inseridas individuais ou/e em grupos, será proposto, que em uma das avaliações do primeiro semestre seja uma Gincana de Matemática com o conteúdo estabelecido em meu plano de ação para o oitavo ano como estratégia de sucesso na avaliação.

A implementação do trabalho será feita com alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental, do Colégio Duque de Caxias, do município de Maringá- PR, durante as aulas regulares da disciplina.

### **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Atualmente o ensino de matemática tem sido considerado um fracasso em nossa sociedade contemporânea. Na busca de melhorar o ensino de matemática e demonstrar resultados satisfatórios, realizo esse trabalho embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel, que em sua visão, a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos é a predisposição do aluno em aprender, Isto é, se fosse possível isolar uma única variável como sendo a que mais influencia novas aprendizagens, esta variável seria o conhecimento prévio, que permite dar significados a estes conhecimentos, ao mesmo tempo em que foi, fica mais estável, mais rico, mais elaborado. O que Ausubel mais enfatiza em sua teoria é ensinar a partir do que o aluno já sabe; em suas próprias palavras: “o mais importante fator isolado que influencia a

aprendizagem é o que o aprendiz já sabe. Determine isto e ensine-o de acordo” (Ausubel, 1980, p. 6).

Ainda com o pensamento de Ausubel, dizer que o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa de novos conhecimentos não significa dizer que é sempre uma variável facilitadora. Normalmente sim, mas pode, em alguns casos, ser bloqueadora.

É importante elucidar, que a aprendizagem significativa: não é sinônimo de aprendizagem “correta”. É importante cautela, pois a aprendizagem significativa não é basicamente, aquela que usualmente chamamos de “correta”. Quando o sujeito confere significados a um dado conhecimento, ancorando-o interativamente em conhecimentos prévios, a aprendizagem é significativa, independente de se estes são os aceitos no contexto de alguma disciplina de ensino, de se os significados atribuídos são também contextualmente aceitos, além de serem pessoalmente aceitos. As condições para a aprendizagem significativa são duas:

- O material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo;
- O aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender.

A primeira situação indica que o material de aprendizagem (livros, aulas, conjecturas, jogos...) tenha significado lógico (isto é, seja relacionável de maneira não arbitrária e não literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante) e o segundo, que o aprendiz tenha em sua estrutura cognitiva ideias âncora relevantes com as quais esse material possa ser relacionado. Quer dizer, o material deve ser relacionável à estrutura cognitiva e o aprendiz deve ter o conhecimento prévio necessário para fazer esse relacionamento de forma não arbitrária e não literal.

É importante enfatizar aqui que o material só pode ser potencialmente significativo, não significativo: não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, pois o significado está nas pessoas, não nos materiais.

É o aluno que atribui significados aos materiais de aprendizagem e os significados atribuídos podem não ser aqueles aceitos no contexto da matéria de ensino. Naturalmente, no ensino o que se pretende é que o aluno atribua aos novos conhecimentos, veiculados pelos materiais de aprendizagem, os significados aceitos no contexto da matéria de ensino, mas isso normalmente depende de um intercâmbio, de uma “negociação”, de significados, que pode ser bastante demorada. A segunda condição é talvez mais difícil de ser satisfeita do que a primeira: o aprendiz deve querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não

arbitrária e não literal, a seus conhecimentos prévios. É isso que significa predisposição para aprender.

Não se trata exatamente de motivação, ou de gostar da matéria. Por alguma razão, o sujeito que aprende deve se predispor a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos. Fonseca evidencia necessidade de uma nova postura na vivência da Matemática na sala

[...] a busca do sentido de ensinar e aprender Matemática remete às questões de significação da Matemática que é ensinada e aprendida. Acreditamos que o sentido se constrói à medida que a rede de significados ganha corpo, substância, profundidade. “A busca do sentido do ensinar-e-aprender Matemática serão, pois, uma busca de acessar, reconstituir, tornar robustos, mas também flexíveis, os significados da Matemática que ensinada-e-aprendida” (FONSECA, 2007, p.75).

Esta produção didática prioriza a realização de atividades significativas para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem nesse contexto educativo, que deve ter real compromisso com o fazer pedagógico como também prevalece às tendências matemáticas como apoio didático e contribui para a intervenção social da escola na sociedade e sua influencia no ambiente educacional.

Ressalta-se que, o aluno em seu cotidiano é instigado por uma inteligência fundamentalmente prática e que os enfoques realizados pela escola poderão interferir de forma significativa na aprendizagem do mesmo.

A escola não consegue relacionar a realidade dos alunos, com as praticas avaliativas do processo entre ensino e aprendizagem. Situações expostas na mídia afirmam frequentemente sobre a o desempenho dos alunos nas avaliações, a progressão na serie acontece, mas a defasagem de conhecimento é acumulada, isto é representado nas avaliações, porém não é culpa somente das avaliações e sim da organização do sistema de ensino, que afasta a realidade dos nossos alunos. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.28) ressalta que,

O conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contra exemplos, as conjecturas, as críticas, os erros e os acertos. Mas ele é apresentado de forma



descontextualizada, atemporal e geral, porque é preocupação do matemático comunicar resultados e não o processo pelo qual os produziu. A Matemática desenvolve-se, desse modo, mediante um processo conflitivo entre muitos elementos contrastantes: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o finito e o infinito, o discreto e o contínuo. Curioso notar que tais conflitos encontram-se também no âmbito do ensino dessa disciplina.

A realidade de nossa escola revela-se preocupada em buscar estratégias de ensino para obter resultados satisfatórios nas avaliações internas e externas. A essa didática pretende utilizar de estratégias como recurso educacional nas aulas de Matemática para os estudantes.

“Conceituo educação como uma estratégia da sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja o seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum” (D’AMBROSIO, 1996, p.68).

A mencionada Produção Didática pretende oferecer exercícios de maneira significativa e sugerir encaminhamentos que possam mudar ou pelos menos minimizar os problemas encontrados por professores que ministram aulas de Matemática, nas escolas estaduais.

Pretende-se, entretanto, promover atitudes que valorizem o estudo, a pesquisa, principalmente em relação à resolução de exercícios matemáticos em sala de aula, pois, acredita-se que, os alunos sentirão prazer em estudar e poderão mudar a realidade de traumas e fracassos escolares das crianças e dos jovens, quando em contato, com a matemática que, infelizmente, estão se ampliando e se consolidando no chão das escolas estaduais, nosso local de trabalho, onde atuamos como educadores.

Favorecer a participação efetiva dos alunos, e conseqüentemente a apropriação dos conteúdos curriculares planejados, além de subsidiar a escola para que esta assumisse a tarefa de inclusão destes alunos no processo ensino-aprendizagem, pois estes estavam à margem do processo, no contexto escolar, possibilitar ainda o desenvolvimento do aluno de forma mais integral, dando-lhe condições de maior interação social, equidade social, inclusão social e maiores possibilidades no exercício da cidadania.

As atividades foram todas contextualizadas e inseridas em situações do cotidiano do aluno, a fim de desenvolver o interesse nas aulas de matemática. Os

conteúdos a serem trabalhados no primeiro semestre do ano de 2015 estão nesta Produção Didática, em sequencia conforme planejamento do oitavo ano.

**Momento de reflexão**

Você já ouviu falar em **ângulos em toda a parte?**

Os **ângulos** estão somente nas páginas do livro de matemática?

**Ângulos?!**

**Preste atenção!!!**



Meia volta volver!



Ângulos na segurança!



Qual o melhor ângulo?



Ângulos nos números

Às vezes, pensamos que não sabemos onde encontrar os ângulos. Mas, se repararmos bem, os ângulos estão por toda a parte. Não existem apenas ângulos em imagens matemáticas, mas em lugares e coisas do dia a dia.

Mesmo que não vejamos, eles estão por toda a parte.

Tente identificar o maior número de ângulos nas figuras a seguir.





Fonte: [http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx?pgn\\_id=211://](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx?pgn_id=211://)

Acesso em: 02 Out. 2014.

A ideia de ângulo é apresentada sob diferentes enfoques, como a figura formada por duas semirretas de mesma origem, como a região do plano compreendida entre duas semirretas de mesma origem, juntamente com essas semirretas, como a figura formada pela rotação que leva uma semirreta sobre a outra, com origem em comum. No entanto, para o ano escolar objeto desta produção, adotaremos que ângulo é a região compreendida entre duas semirretas de mesma origem.

As semirretas são os lados do ângulo e o ponto comum às duas semirretas é o vértice, conforme figura a seguir:

**ÂNGULO** – é a abertura formada por dois raios divergentes que têm um extremo comum que se denomina vértice.

**ELEMENTOS DE UM ÂNGULO:**



Fonte da figura:

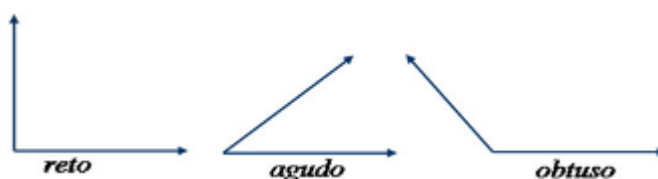
<http://pt.slideshare.net/porqueira/ngul>

os Acesso em: 20 Set. 2014.

Aqui é o momento de explorar situações do cotidiano em que aparecem os ângulos, tais como:

1. As posições dos ponteiros do relógio analógico;
2. A inclinação de rampas ou escadas;
3. A inclinação de telhados;
4. Nos encostos de cabeça nos bancos dos automóveis;
5. Na abertura de leques;
6. Nos tampos de mesas;
7. Nos giros dos skates;
8. Na abertura de tesouras.

Na sequência, será abordada a nomenclatura que dos ângulos especiais e sua representação geométrica. Para os conceitos de ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso, sem mencionar a medida do ângulo, os alunos utilizarão folhas de sulfite. Dobrando uma folha de sulfite e, em seguida, fazendo outra dobra sobre a dobra anterior, obtém-se uma região angular que será chamada de “ângulo reto”. Utilizando outra folha, farão uma dobra e, em seguida, outra dobra que não coincida com a dobra anterior. Abrindo a folha, observarão quatro regiões. Utilizando o ângulo reto como medida, constatarão que há duas regiões com abertura menor do que o reto (ângulo agudo) e duas regiões com abertura maior do que o reto (ângulo obtuso).



Conforme vimos, classifique os ângulos abaixo em Reto, Obtuso e Agudo:

- a) tesoura:
- b) livro:
- c) leque
- d) compasso:
- e) luminária:
- f) telhado:

Os alunos poderão complementar os exemplos apresentados com outras situações de sua vivência, o que enriquecerá o trabalho e a fixação do conceito.



- a) Qual é o ângulo de visão de uma pessoa? E de um cavalo?
- b) Quanto mede o ângulo de um controle remoto?
- c) Qual a inclinação ideal da mesa de um desenhista?
- d) Qual é o ângulo de rotação de uma maçaneta de porta?

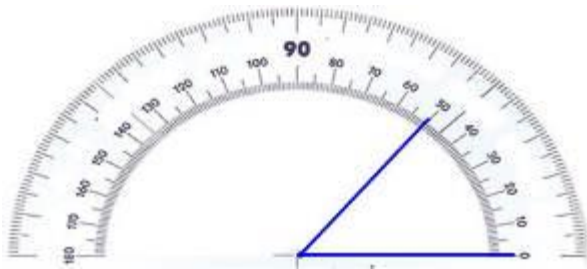
Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.119800&tipo=2&pgant=v>. Acesso em :11 Out. 2014.

A importância do conceito de ângulos em nosso cotidiano, está associado a uma diversidade de ideias distintas, porém solidárias, como exposto anteriormente.

Após tais colocações, o “grau” será apresentado como a unidade-padrão para medir ângulos. Será comentado como esse grau não é o mesmo utilizado para a medida de temperatura. O grau para a medida de ângulos surgiu pela necessidade de o homem medir o tempo. Isso ocorreu por volta de 5 000 a.C., época em que os babilônios acreditavam que o Sol girava em torno da Terra em órbita circular, realizando uma volta completa em 360 dias. Dessa forma, em cada dia, o Sol

percorria um arco equivalente a  $1/360$  desta circunferência, determinando um ângulo central (aquele que apresenta o vértice no centro de uma circunferência), o qual foi denominado “um grau”, denotado por  $1^\circ$ .

Para a medição de ângulos, os alunos utilizarão o transferidor, mas será comentado que há outros instrumentos que possibilitam a medição de ângulos como o teodolito e os esquadros. O instrumento mais comum que utilizamos para medir um ângulo no âmbito escolar é o transferidor, vejamos alguns exemplos:

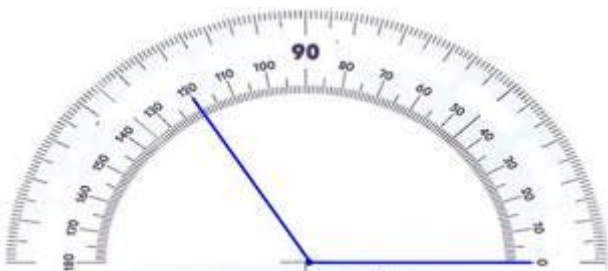


Observe que um dos lados do ângulo aponta para a medida 0 e a outra para a medida 50, portanto o ângulo é agudo e mede  $50^\circ$ .

Nesse caso, um dos lados do ângulo está voltado para 0 e outro para 90, dessa forma, o ângulo mede  $90^\circ$  e é denominado reto.



Um dos lados aponta para a medida 0 e o outro para a medida 120, portanto, o ângulo é obtuso, medindo  $120^\circ$ .



<http://www.escolakids.com/angulo.htm>. Acesso em: 08 Out. 2014.

Toda medição de ângulos deve ocorrer como foi demonstrado, um dos lados fica apontado para o zero e outro lado apontará para a medida da abertura do ângulo. O vértice dos ângulos, que é o local onde as semirretas se originam, deve ficar no centro da base do transferidor.

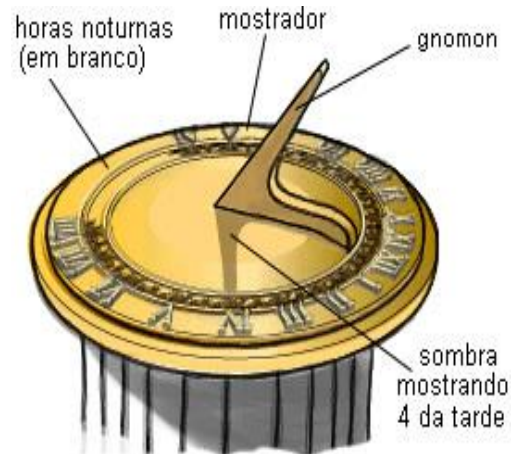
Agora é o momento de os alunos realizarem várias medições de ângulos, tomando como padrão o ângulo reto ( $90^\circ$ ) e seus múltiplos e seus divisores. Para isso, poderão utilizar dobraduras em papel. Isso pode ser feito na exploração da confecção de aviãozinho de papel, barquinhos de papel, chapéu etc.

Após tais atividades, serão apresentados quando dois ângulos são chamados suplementares (a soma de suas medidas resulta  $180^\circ$ ) e quando são chamados complementares (a soma de suas medidas resulta  $90^\circ$ ).

Na continuidade do trabalho com ângulos, serão apresentadas situações de medições nas quais o “grau” não cabe um número inteiro de vezes. Dessa forma, o grau deverá ser subdividido em partes iguais, porém não mais em dez partes iguais como no sistema de numeração decimal, mas sim em sessenta partes iguais (sistema sexagesimal) dada a sua origem associada ao tempo. Assim, surgem os submúltiplos do grau: minuto (') e segundo ("), os quais correspondem respectivamente, a  $1/60$  do grau e  $1/60$  do minuto, ou seja,  $1^\circ = 60'$  e  $1' = 60''$ .

Os primeiros relógios do Sol foram utilizados na pré história e eram simples, apenas hastes fincadas no chão. Embora a origem dos relógios de Sol seja desconhecida, seu funcionamento é fácil de explicar. Todos os relógios do Sol devem ser alinhados com eixo de rotação da Terra, para que produzam uma medição precisa da hora correta.

Na maioria dos estilos de relógio, ele precisa ser apontado na direção do norte verdadeiro (ao invés do magnético), ou seja, o ângulo horizontal precisa ser igual à latitude geográfica da posição em que está localizado o relógio do Sol. Um mostrador que é confeccionado em uma superfície plana na qual são indicadas.



Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx>.

Acesso em: 02 Out. 2014.





Outra atividade interessante a ser explorada é o bumerangue, bastante conhecido, mas dificilmente observado que apresenta, além de conceitos da Física, muita matemática em sua constituição.



Conhecidos desde a pré-história, os bumerangues são bastões de madeira, de comprimento, largura e espessura variáveis, utilizados como arma por alguns povos como os indígenas australianos e sul-africanos, por exemplo. No antigo Egito, a caça a aves com bumerangues tomou-se um esporte muito difundido entre a nobreza.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx)> Acesso em: 13 Out.2014

### Sugestão de atividade:

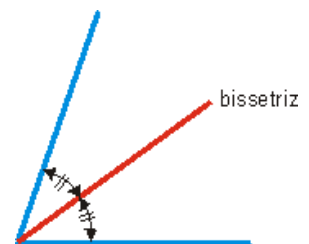
Os bumerangues ao lado recurvados são geralmente menores e mais leves que os retos. São feitos de modo que suas asas formem um ângulo de \_\_\_\_\_ a no máximo \_\_\_\_\_. A alternativa que melhor completa a sentença é:

- a)  $360^\circ$  e  $220^\circ$     b)  $180^\circ$  e  $150^\circ$   
c)  $90^\circ$  e  $130^\circ$     d)  $45^\circ$  e  $90^\circ$

Ao observar as figuras dos quatro bumerangues, podemos afirmar que a abertura entre as duas pás de cada um desse modelo está entre  $90^\circ$  e  $130^\circ$ . Alternativa C.

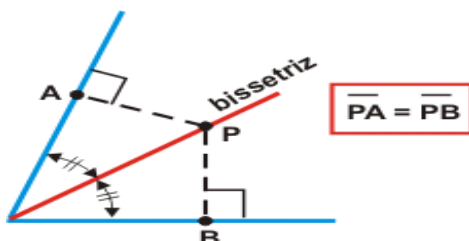
### Ângulos - Bissetriz X Ângulos congruentes

**Bissetriz** de um ângulo é a semirreta com origem no vértice desse ângulo e que o divide o ângulo em dois ângulos iguais (congruentes). Os pontos da bissetriz são equidistantes dos lados do ângulo.



Fonte: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/> Acesso em: 18 Out. 2014.

Fonte: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/>. Acesso em: 18 Out. 2014.



Fonte: <http://pt.slideshare.net/cristinajn/angulos-3> Acesso em: 20 Set. 2014.

Dois ângulos são congruentes quando têm a mesma medida.



Um exemplo simples de aplicação de bissetriz de ângulos está na colocação correta do goleiro. O posicionamento possibilitará a diminuição do ângulo para o chute do atacante. A boa técnica recomenda que o goleiro se encontre na bissetriz do ângulo formado pelos postes laterais da meta e a bola.



Fonte: <http://matematicasolta.blogspot.com.br/2011/02/>.

Acesso em: 21 Out. 2014.

### Ângulos Opostos pelo vértice (OPV)

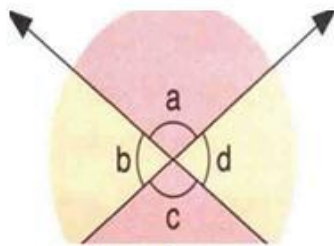


Figura 01



Figura 02

Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Aula/Visualizar.aspx?> Acesso em: 26 Out.

2014.

**Ângulos opostos pelo vértice (OPV)** são ângulos formados por duas retas que se cruzam como mostra a figura. Os ângulos opostos pelo vértice são iguais uma vez que podem coincidir por superposição. Existem outras definições para ângulos opostos pelo vértice, tais como:

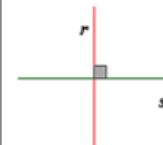
**Ângulos Opostos pelos Vértices (OPV)** Duas retas concorrentes formam dois pares de ângulos chamados de ângulos opostos pelo vértice (OPV), aqueles que possuem um lado como sendo semirretas opostas aos lados dos outros.

Fonte: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/10396/geo0201.htm>. Acesso em: 03 Out. 2014.

ângulos opostos pelo vértice



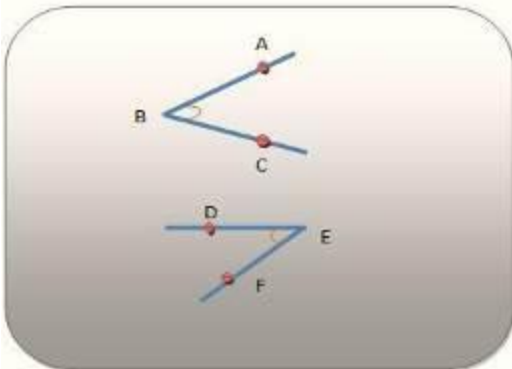
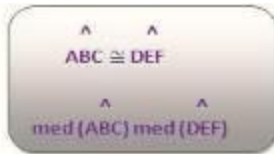
Lembre-se que duas retas são concorrentes quando elas se cruzam em um único ponto. Duas retas do plano dizem-se perpendiculares (concorrentes) se tiverem um e um só ponto comum e formarem um ângulo de  $90^\circ$ .



Quando as retas concorrentes formam entre si ângulos diferentes de  $90^\circ$ , essas retas são chamadas de oblíquas.

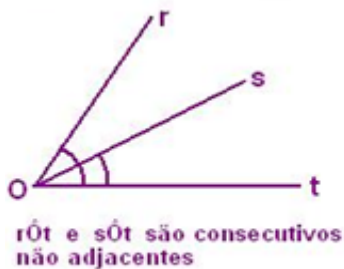


## Ângulos congruentes:

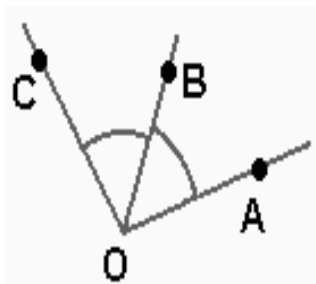


Dois ângulos são congruentes quando tem a mesma medida.

Fonte: <http://www.colegioweb.com.br/trabalhos-escolares/matemática/introdução-a-geometria-ângulos-paralelismo/congruencia-de-angulos.html>. Acesso em: 1º Out. 2014.

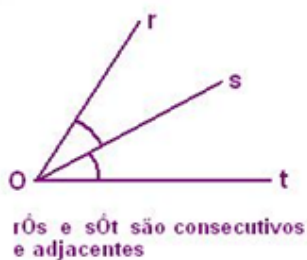


**ÂNGULOS CONSECUTIVOS:** Dois ângulos são consecutivos se um dos lados de um deles coincide com um dos lados do outro ângulo.



**ÂNGULOS ADJACENTES:** Dois ângulos consecutivos são adjacentes se, não têm pontos internos comuns. Na figura, AÔB e BÔC são ângulos adjacentes.

Fonte: <http://marcomanetta.wordpress.com/geometria-2/>  
Acesso em: 02 Out. 2014.



Temos que tomar muito cuidado para não confundir um ângulo consecutivo com um ângulo adjacente, ângulos consecutivos são aqueles que possuem o mesmo vértice. Ângulos adjacentes são aqueles que possuem um lado em comum. Logo, todo ângulo adjacente é um ângulo consecutivo; porém, nem todo ângulo consecutivo é adjacente.

## Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal

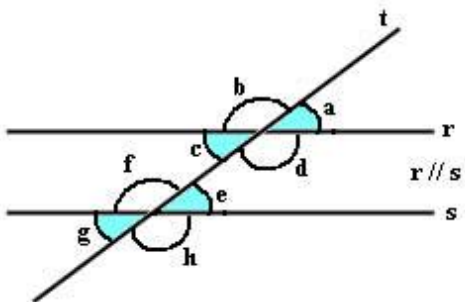
Duas ou mais retas são paralelas quando elas nunca se cruzam, permanecendo a uma mesma distância da outra. Os ângulos de inclinação de duas ou mais retas paralelas em relação a uma reta transversal são sempre iguais. Indicamos as retas paralelas por  $r//s$ .

*Desafio: (Nota extra: valor 0,5)*

Conteúdo: **Ângulos Adjacentes e bissetriz**

As bissetrizes de dois ângulos adjacentes formam um ângulo de  $50^\circ$ . Um desses ângulos mede  $60^\circ$ . Quanto mede o outro ângulo? Resp.  $40^\circ$

Fonte: Coleção Aprendendo Matemática, José Ruy Giovanni, Eduardo Parente, São Paulo 7ª série, p. 72 1ª Edição: FTD, 2002.



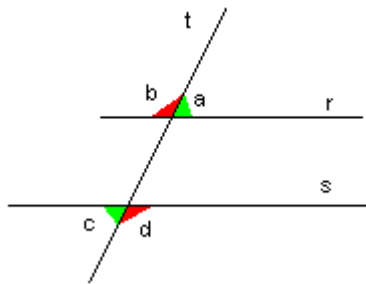
Na figura ao lado, os ângulos indicados por  $\hat{a}$  e  $\hat{e}$  são chamados de ângulos correspondentes. Os **ângulos correspondentes** congruentes são formados a partir de duas retas paralelas e distintas junto com uma transversal.

Fonte: <http://www.colegioweb.com.br/trabalhos-escolares/matematica/introducao-a-geometria-angulos-parallelismo/angulos-correspondentes.html#ixzz3EQzsZ4a4>. Acesso em: 02 Out. 2014.

## Ângulos alternos

Os ângulos alternos podem ser internos ou externos conforme sua posição em relação às duas retas paralelas e distintas junto com uma transversal.

**Vejamos:**



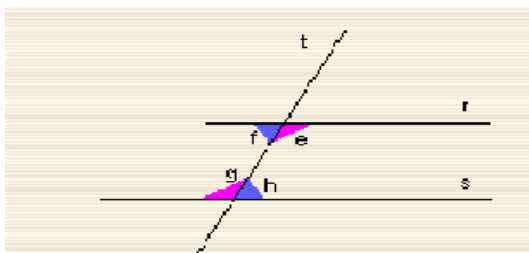
Fonte: <http://sempreamathematicarcommusica.blogspot.com.br/2010/11/angulos-alternos-internos-e-externos.html>

Acesso em: 07 Out. 2014.

Agora vamos analisar os ângulos alternos, os ângulos  $\hat{a}$  e  $\hat{c}$  serão classificados em externos, conforme sua posição, ou seja, os dois ângulos estão de lados opostos da transversal  $t$ , em posições diferentes, ou seja, lados diferentes, porém, estão entre as retas paralelas  $r$  e  $s$  ( $r//s$ ) na região externa.

## Ângulos alterno-internos

Quando duas retas paralelas cortadas por uma terceira estão em lados opostos em relação à reta  $t$ , chamam-se **ângulos alternos internos**, analisem os pares  $e$ ,  $g$  e  $f$ ,  $h$  assinalados na figura.



Fonte: <http://sempreamathematicarcommusica.blogspot.com.br/2010/11/>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

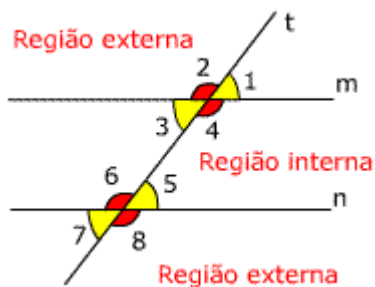
Os ângulos **alterno-internos** são **geometricamente iguais**, por isso têm a **mesma amplitude**; a amplitude de  $e$  é igual à de  $g$ , o mesmo sucedendo entre  $f$  e  $h$ .

Por isso, concluímos que os Ângulos alternos Externos **são geometricamente iguais** e os Ângulos alternos internos também **são geometricamente iguais**.

### Ângulos colaterais internos ou externos

Colateral = mesmo lado

Dois ângulos são colaterais, quando um par de retas paralelas é cortado por uma transversal, e estão do mesmo lado na transversal, sendo então suplementares. A seguir verificamos a relação existente entre esses pares de ângulos.



**Ângulo Colateral Interno:** percebam que o par de ângulos 4 e 5 estão entre a reta m e n, na região interna, portanto são denominados ângulos colaterais internos.

**Ângulo Colateral Externo:** verifiquem que o par de ângulos 1 e 8 estão na reta m e n, na região externa, do mesmo lado da transversal t.

Fonte: <http://ensinodematematica.blogspot.com.br/2010/01/angulos-formado-por-retas-paralelas.html>. Acesso em: 18 Nov. 2014.

De maneira geral, quando um par de retas paralelas é cortado por uma transversal, temos que os pares de ângulos são:

- Correspondentes: têm medidas iguais;
- Alternos: tem medidas iguais;
- Colaterais: são suplementares.

Para a aplicação das atividades, orientarei meus alunos a realizar as atividades, de maneira a praticar as operações necessárias para o desenvolvimento, se preciso retomar equação do primeiro grau. O tempo de duração das atividades será a critério do professor, assim como as atividades poderão ser realizadas individuais ou em duplas.

### Sugestão de atividades:

1. Dê a medida do ângulo que vale o dobro de seu complemento.
2. Um ângulo excede o seu complemento em  $48^\circ$ . Determine o suplemento desse ângulo.
3. Determine dois ângulos suplementares, sabendo que um deles é o triplo do outro.
4. O suplemento de um ângulo aumentado em  $120^\circ$  é igual ao complemento desse mesmo ângulo. Determine esse ângulo.
5. Determine dois ângulos complementares tal que um é o quádruplo do outro.
6. Determine dois ângulos complementares tal que um é o quádruplo do outro.
7. Considerando a figura, nomeie os pares de ângulos em: opostos pelo vértice; correspondentes; adjacentes suplementares, alternos internos ou externos; colaterais internos ou externos.

a) ângulos a e b:

b) ângulos c e a:

c) ângulos b e g:

d) ângulos d e f:

e) ângulos a e e:

f) ângulos d e e:

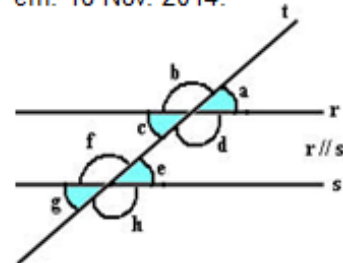
g) ângulos b e h:

h) ângulos f e g:

i) ângulos g e e:

j) ângulos d e h:

<http://www.brasilecola.com/matematica/angulos.htm>. Acesso em: 18 Nov. 2014.



### Potências e Raízes

Abordaremos o cálculo de números sob a forma de potências. Com a evolução tecnológica este tipo de cálculos está praticamente reservado ao uso de calculadoras científicas; mas não se deixe levar por esta tendência só vai limitar seus conhecimentos.

Vamos supor que se esquece da calculadora ou que o cálculo é tão grande que precisa saber analisar os seus resultados continuamente ou ainda que o seu exercício parte da análise de um gráfico de uma potência e que precisa chegar à função potência. A operação utilizada para representar uma multiplicação de fatores

iguais é chamada de potenciação. Vamos entender melhor isso, bom, a calculadora não ajuda muito!

$$\begin{array}{c} \text{Expoente} \\ \nearrow \\ 3 \\ \downarrow \\ \text{Base} \end{array} 3 = 27 \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{Potência} \end{array}$$

Sabemos que a matemática utiliza símbolos para simplificar a escrita de muitas sentenças. A potenciação é uma forma simplificada de se escrever a multiplicação de um número por ele mesmo repetidamente. As propriedades da potenciação são recursos utilizados pela matemática para deixar mais simples algumas operações entre potências. Vamos analisar algumas dessas propriedades e verificar

como elas facilitam nossas vidas.



Fonte:

[http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn\\_id=119800&tipo=2&pgant=v](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn_id=119800&tipo=2&pgant=v). Acesso em: 11 Nov. 2014.

A **potenciação** e a **radiciação** de números inteiros são importantes pelas suas múltiplas possibilidades de aplicação nos **contextos do dia a dia**. Vamos observar alguns exemplos.

Nas comemorações do aniversário do colégio, um professor de Educação Física organizou uma apresentação dos seus 250 alunos. Na apresentação de uma coreografia, os alunos se colocaram em fileiras, formando **três quadrados**: um de 25, outro de 81 e o último de 144 alunos. Em cada quadrado, **o número de fileiras era igual ao número de alunos por fileira**. Quantas fileiras tinha cada quadrado? De quantos alunos?

Antes de continuarmos, veremos o que você sabe sobre o assunto.



O garçom é profissional responsável por atender aos clientes em um bar, café ou restaurante, anotar seus pedidos, servi-los e logo após a saída do cliente, retirar os restos da mesa e limpá-la de modo que outra pessoa possa ocupá-la.

No restaurante “**Comer bem**”, há 3 garçons com 3 bandejas cada um e, em cada bandeja, há 3 pratos. Qual o número total de pratos?

- a) 9                                      b) 16                                      c) 3                                      d) 27



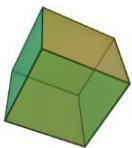
Você sabia que também é possível fazer compras de supermercado pela internet? É o supermercado online delivery. O serviço é fácil de ser acessado e os produtos são entregues na porta de sua casa, sempre fresquinhos e gostosos! Para quem não tem tempo nem para preparar a sua lista de compras, os sites têm listas de compras prontas para cada ocasião.

Fonte: <http://bit.ly/KLaSwB>. Acesso em: 04 Nov. 2014.

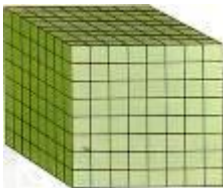



Agora, observe a imagem acima e represente cada compra por uma **potência**. Quantas latas de ervilha, quantas caixas de leite e quantos pacotes de arroz têm, respectivamente?

- a)  $4^3$ ,  $3^3$  e  $5^2$
- b)  $3^3$ ,  $4^3$  e  $5^2$
- c)  $5^2$ ,  $2^3$  e  $2^2$
- d)  $5^2$ ,  $3^3$  e  $2^2$



O **Cubo** é um sólido geométrico que possui todas as suas 6 faces em forma de quadrado.



Juca usou cubinhos iguais a este  para compor a figura seguinte. Use a potenciação para descobrir quantos cubinhos ele usou.

- a)  $4^3$
- b)  $6^3$
- c)  $8^3$
- d)  $9^3$



## Momento de reflexão



Fonte:

[http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn\\_id=119800&tipo=2&pgant=v](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn_id=119800&tipo=2&pgant=v). Acesso: 11 Nov. 2014.

A distância da Terra até a Lua é de aproximadamente 400.000 km e pode ser escrita  $4 \times 10^5$  km.

Cometas são astros que giram em torno do Sol. O Cometa Halley se aproxima da Terra de 76 em 76 anos. Seu período de rotação em torno do Sol tem velocidade aproximada de 200.000 Km/h pode ser representado  $2 \times 10^5$  km/h.

Para escrever números **muito grandes**, como os dos exemplos acima, utilizamos as chamadas **potências de base 10**. A potência de base 10, com expoente natural  $n \neq 0$ , é uma maneira de escrever o número que, no sistema decimal de numeração, é representado por 1 seguido de  $n$  zeros. Observe:  $100.000 = 10^5$ . Logo,  $400.000 \text{ km} = 4 \times 10^5$  ou  $200.000 \text{ km/h} = 2 \times 10^5$ . O Sol, principal corpo do nosso sistema planetário, é uma estrela cujo raio tem cerca de

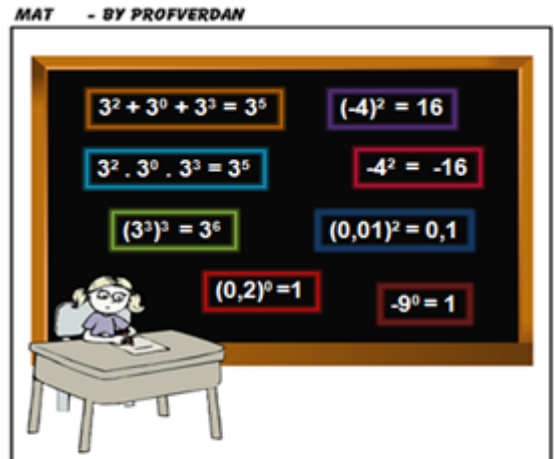


$7 \times 10^{10}$  cm. Todos os outros corpos do Sistema solar, como planetas, planetas anões, asteroides, cometas e poeira, bem como todos os satélites associados a estes corpos, giram ao seu redor. A distância da Terra ao Sol é de, aproximadamente, 150.000.000 km.

Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Sol>  
Acesso em: 13 Out. 2014.

## Sugestão de atividades:

### Questão 1:



Fonte:

[http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn\\_id=119800&tipo=2&pgant=v](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn_id=119800&tipo=2&pgant=v). Acesso: 11 Nov. 2014.

Você é o juiz de uma gincana na sua classe. Em uma das provas, cartazes com informações corretas valem 10 pontos e cartazes com informações erradas perdem 5 pontos. Com quantos pontos ficará o aluno que apresenta os cartazes ao lado?

### Questão 2:

Assinale a alternativa que expressa a distância da Terra ao Sol usando potência de base 10. Apresente os cálculos.

- a)  $15 \times 10^7$  Km                      b)  $15 \times 10^6$  Km  
c)  $7 \times 10^9$  Km                        d)  $7 \times 10^{10}$  Km

Resposta: Alternativa d

Fonte: [www.AulasDeMatematicaApoio.com](http://www.AulasDeMatematicaApoio.com) - Matemática – Radiciação.

Acesso em: 11 Nov. 2014.

## Raiz Quadrada

Definimos como raiz quadrada de um número positivo  $a$  o número positivo que elevado ao quadrado dê  $a$ .

Exemplo:  $\sqrt{100} = 10$ , porque 10 é o número positivo que, elevado ao quadrado, dá 100. De fato,  $10^2 = 10 \times 10 = 100$ .



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>). Acesso em: 11 Nov. 2014.

**Exemplos:**

$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{1,21} = 1,1$	$\sqrt{6,25} = 2,5$
$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$	$\sqrt{0,04} = 0,2$	

Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>. Acesso em: 12 Nov. 2014.

## Raízes Aritméticas

Raízes quadradas, cúbicas, quartas, etc. enquadram-se na seguinte definição geral:

Raiz  $n$ -ésima aritmética de um número real positivo  $a$  é o número positivo indicado por  $\sqrt[n]{a}$  que, elevado ao expoente  $n$ , dá  $a$ .

Sendo  $a$  positivo:

$\sqrt[n]{a} = x$  se, e somente se,  $x > 0$  e  $x^n = a$ .

Nessa definição,  $n$  pode ser qualquer inteiro positivo. Em  $\sqrt[n]{a}$  dizemos que  $n$  é o índice da raiz e que  $a$  é o radicando.

Veja os exemplos a seguir:

a)  $\sqrt[3]{1000} = 10$  ( $10^3 = 1000$ )  
índice: 3 e radicando: 1000

b)  $\sqrt[4]{625} = 5$  ( $5^4 = 625$ )  
índice: 4 e radicando: 625

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 12 Nov. 2014.

Ao estudarmos a raiz quadrada, é importante observarmos que a radiciação é a operação inversa da potenciação. Para demonstrar, veja o quadro:

## Quadrados perfeitos

Elevando ao quadrado os números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ... obtemos os números chamados quadrados perfeitos: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

Por exemplo:

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

Agora escreva no seu caderno digital, os próximos dez quadrados perfeitos.



Quadrado perfeito	Raiz Quadrada
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6
49	7
64	8
81	9
100	10

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar)>. Acesso em: 11 Nov. 2014.

**Atenção:** o símbolo  $\sqrt{25}$  representa a raiz quadrada positiva de 25. Se quisermos indicar a raiz negativa de 25 escrevemos  $-\sqrt{25}$ , que é igual a -5.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx)>. Acesso em: 12 Nov.2014.

A seguir você será desafiado a utilizar os seus conhecimentos sobre **Radicais: Raiz e Propriedades** para resolver uma situação-problema.

*Desafio*

**O PAPIRO DE RHIND**

Entrelaçando e colando as hastes das folhas de uma planta chamada papiro, os egípcios fabricavam artesanalmente um material para nele escrever: um ancestral do nosso papel. Alguns documentos escritos nesse material sobreviveram ao tempo e são chamados de *papiros*.

Em 1858, um pesquisador escocês chamado Henri Rhind comprou, no Egito, um papiro que, estima-se, foi escrito por volta de 1650 a.C. Ele contém informações sobre o sistema de numeração egípcio, conhecimentos de geometria e proporcionalidade, problemas e até brincadeiras com números.

Uma dessas brincadeiras cita:


- 7 casas, 49 gatos, 343 ratos e 2 401 espigas de milho.

Supõe-se que essa brincadeira tenha inspirado o versinho em inglês de que falamos.

.....

Trecho do papiro de Rhind, que tem  $\sqrt{22500}$   $\text{cm}^2$  de área e  $\sqrt[3]{125}$   $\text{cm}$  de comprimento.

*Qual a largura do papiro de Rhind, sabendo que sua área é  $\sqrt{22500} \text{ cm}^2$  e seu comprimento é  $\sqrt[3]{125} \text{ cm}$ ?*



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 14 Nov.2014.

A raiz quadrada dos números que não são quadrados perfeitos é obtida utilizando resultados aproximados. Por exemplo, vamos verificar a raiz quadrada aproximada do número 12. De acordo com a reta numérica, a  $\sqrt{12}$  está localizada entre a raiz quadrada dos seguintes números quadrados perfeitos: 9 e 16. Dessa



forma, temos que:  $\sqrt{9} = 3$  e  $\sqrt{16} = 4$ . Portanto, a  $\sqrt{12}$  possui como resultado, um número decimal entre 3 e 4.

Aproximação por falta utilizando duas casas decimais:

$$3,46 \times 3,46 = 11,97.$$

Aproximação por excesso utilizando duas casas decimais:

$$3,47 \times 3,47 = 12,04.$$

Temos que a  $\sqrt{12}$  possui como resultado aproximado as seguintes opções: 3,46 ou 3,47. Nesse caso, a melhor opção é 3,46.

As raízes não exatas são, em geral, mal compreendidas. Muitos, ao se depararem com o número, podem argumentar que ele não existe simplesmente porque não representa uma raiz quadrada exata, já que é um número irracional (ou seja, um número decimal com infinitas casas decimais não periódicas). Mas essa raiz quadrada existe e é possível aproximá-la desde sua parte inteira até um certo número de casas decimais.

Fonte: <[www.mundoeducacao.com/matematica/raiz-quadrada-aproximada.htm](http://www.mundoeducacao.com/matematica/raiz-quadrada-aproximada.htm)>. Acesso em: 12 Nov. 2014.

Podemos também obter a raiz quadrada aproximada de raízes não exatas, usando a técnica da decomposição em fatores primos.

Ao decompor o radicando em fatores primos, forçamos o aparecimento de potências de 2, 3, 5, 7, ... , etc. As que apresentam expoente par, deixamos como estão (pois “sairão” do radical) e as que apresentam expoente ímpar, “quebramos” em duas, uma com expoente par (que “sairá” do radical) e outra sem expoente (que permanecerá no radical).

Sempre, após efetuar a decomposição do radicando em fatores primos (no caso de raízes não exatas), o fator que não conseguirmos “tirar” do radical será um desses: 2, cuja raiz é 1,41...; 3, cuja raiz é 1,73...; 5, cuja raiz é 2,24...; 7, cuja raiz é 2,65... ; 11, cuja raiz é 3,32... e assim por diante!!!

Exemplo: obter uma aproximação da raiz quadrada de 12. Decompondo 12 em fatores primos encontramos:  $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ . Temos então:

$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}.$$

Como  $\sqrt{3}$  é, aproximadamente igual a 1,73 resulta que  $\sqrt{12}$  é, aproximadamente,  $2 \times 1,73 = 3,46$ ...

Outro exemplo: obter uma aproximação da raiz quadrada de 72.

Decompondo 72 em fatores primos, encontramos:

$$72 = 2^3 \times 3^2 = 2^2 \times 2 \times 3^2.$$

$$\text{Temos então: } \sqrt{72} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2} = 2 \times 3 \times \sqrt{2}$$

Como  $\sqrt{2}$  é igual a, aproximadamente, 1,41, resulta que  $\sqrt{72}$  é, aproximadamente,  $6 \times 1,41 = 8,46$ ...

Fonte: <[www.klickeducacao.com.br/bcoresp/bcorespmostra/0,5991,POR-8016-,00.html](http://www.klickeducacao.com.br/bcoresp/bcorespmostra/0,5991,POR-8016-,00.html)>. Acesso em: 12 Nov. 2014.

Para fixação do conteúdo trabalhado, vamos jogar dominó com potências e raízes. Os conceitos trabalhados serão: expressões numéricas com potência e raiz quadrada. O número de participantes por partida será de 2 até 4. Para jogar o dominó, a professora PDE, entregará as cartas de dominó, conforme modelo abaixo:

**Modelo em branco:**



## Modelo Pronto:

$\sqrt{225} - 12$ $4^2 \cdot 0$	$\sqrt{169} - 13$ $3^4 : 9^2$	$\sqrt{81} - 2^3$ $\sqrt{64} - 5^1$	$\sqrt{81} - 2^3$ $0^8 + 6$	$\sqrt{64} : 4^1$ $6^3 : 6^2$
$\sqrt{36} - 0^2$ $14^2 : 7^2$	$\sqrt{1024} - 5^2$ $\sqrt{441} - 4^2$	$\sqrt{49} : 5^0$ $1^5 \cdot 5^1$	$\sqrt{9} + 2^2$ $10^2 : 5^2$	$10^2 : 5^2$ $14^2 : 7^2$
$3^4 : 9^2$ $\sqrt{81} - 2^3$	$\sqrt{324} : 3^2$ $\sqrt{64} : 4^1$	$\sqrt{225} - 12$ $2^3 - 5$	$4^2 \cdot 0$ $\sqrt{169} - 13$	$\sqrt{9} + 2^2$ $\sqrt{1024} - 5^2$
$\sqrt{49} - 2^2$ $3^3 \cdot \sqrt{0}$	$\sqrt{36} - 0^2$ $6^3 : 6^2$	$\sqrt{100} - 2^3$ $4^2 \cdot 0$	$\sqrt{81} : 3^2$ $2^5 - 30$	$\sqrt{49} - 2^2$ $2^1 \cdot \sqrt{4}$
$2^3 - 2^2$ $3^2 - \sqrt{25}$	$\sqrt{121} - \sqrt{25}$ $2^5 - 29$	$7^2 - 49$ $6^3 : 6^2$	$\sqrt{441} - 4^2$ $1^5 \cdot 5^1$	$\sqrt{121} - 10^1$ $14^2 : 7^2$
$9^2 - 2^3 \cdot 10^1$ $4^2 - \sqrt{121}$	$10^2 : 5^2$ $8^2 - 50 + 3^2$	$\sqrt{144} : 2^1$ $5^2 - 20$		



**Regras:**

- 1) As cartas são misturadas, com os registros não à vista, e cada jogador pega 7 cartas, dispondo-as de modo que os oponentes não vejam os registros nelas contido.
- 2) Inicia o jogo aquele que tiver a carta com o par (6,6). Caso o número de jogadores seja menor do que 4 e nenhum deles tiver o par (6,6), inicia aquele que apresentar o maior par possível, com repetição dos números, ou, na impossibilidade de isso ocorrer, a carta que resulte a maior soma dos números nela registrado.
- 3) O jogo prossegue no sentido anti-horário e o jogador deverá justapor à carta da mesa uma que forme par com sua carta. Caso não tenha carta que possa ser justaposta à sequência de cartas da mesa, o jogador deverá comprar tantas cartas quanto necessário, até achar uma que permita fazer o par corretamente. Não a encontrando, passa a vez.
- 4) Caso o jogo ficar fechado, ou seja, não é mais possível justapor peças à sequência da mesa, pois as duas pontas da sequência apresentam o mesmo número e não há mais peças com este número na mão dos jogadores, o jogo é encerrado.

**Vencedor:** aquele que eliminar todas as suas cartas ou aquele que tiver menos pontos em suas peças da mão, caso o jogo fique fechado.

Obs. Este jogo é de autoria da professora PDE, autora deste trabalho.

O professor PDE poderá avaliar como quiser o jogo, se quiser atribuir nota ou, simplesmente, deixar os alunos jogarem com o intuito de melhor compreensão do conteúdo, analisar as estratégias utilizadas de maneira atrativa, porém significativa, levando os alunos a perceberem que a potenciação e a radiciação são “parceiras” da mesma forma que são parceiras a multiplicação e a divisão, pois uma é a inversa da outra.

## CURIOSIDADES

O quadrado mágico é uma tabela de lado  $n$ , onde a soma dos números das linhas, das colunas e das diagonais é constante. Durante muitos séculos, muitas pessoas sentiram-se intrigadas pelos quadrados mágicos. Algumas escavações arqueológicas revelaram a sua existência em antigas cidades da Ásia, sendo o registro mais antigo referente a 220 a.C. numa cidade da China. O quadrado mágico era designado lo-shu e a lenda conta que foi visto pela primeira vez pelo imperador Yu na carapaça sagrada nas margens do rio Amarelo.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 12 Nov.2014.

### Atividade Interessante:

?	?	?
	<b><math>3^5</math></b>	<b>3</b>
		<b><math>3^8</math></b>

No quadrado mágico de multiplicação, o produto dos três números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre o mesmo,  $3^{15}$ . Assinale a alternativa que apresenta os três elementos da primeira linha.

- a)  $3, 3^7$  e  $3^4$
- b)  $3, 3^3$  e  $3^6$
- c)  $3, 3^5$  e  $3^2$
- d)  $3^2, 3^7$  e  $3^6$



<http://bit.ly/KYjpaR>

Fonte:  
<[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividades/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividades/Visualizar.aspx?)>  
Acesso em: 14 Nov. 2014.

Agora que você aprendeu sobre **Operações em Z: potenciação e radiciação** crie um mapa de ideias com até 10 conclusões sobre esses conceitos estudados.

Após as respostas dos alunos, o professor PDE solicitará a cada aluno que verifique se citou, em seu resumo, ao menos 5 das 10 conclusões apresentados a seguir. Se existirem algumas conclusões diferentes das citadas, discuta com os seus colegas e verifique também as anotações deles. Cabe ao professor

acompanhar o desenvolvimento da atividade reforçando os conceitos abordados.

Se existirem algumas conclusões diferentes das citadas, discuta com os seus colegas e verifique também as anotações deles. Cabe ao professor acompanhar o desenvolvimento da atividade reforçando os conceitos abordados.

- Quando o expoente for um número par, a potência será sempre um número inteiro positivo;
- Quando o expoente for um número ímpar, a potência terá sempre o mesmo sinal da base;
- Todos os números diferentes de zero, que elevados a zero resultam 1;
- Quando multiplicamos potências de mesma base, podemos conservar a base e somar os expoentes;
- Quando dividimos potências de mesma base, podemos conservar a base e subtrair os expoentes;
- Para elevar uma potência a um expoente, podemos conservar a base e multiplicar os expoentes;
- Raiz quadrada exata de um número inteiro é também um número inteiro que, elevado ao quadrado, dá o número inicial;
- Para resolver as expressões numéricas com números inteiros, primeiro deve-se efetuar as raízes e as potências; depois as divisões e as multiplicações e por último, a adição algébrica;
- Devemos respeitar a eliminação dos sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), começando sempre pelo mais interno;
- Uma operação (como raiz quadrada) não pode apresentar dois resultados diferentes.

Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?> Acesso em: 12 Nov. 2014.

A seguir, você será desafiado a utilizar os seus conhecimentos sobre **Potenciação e Radiciação** para resolver algumas situações-problema.

Uma determinada marca de tinta é vendida num recipiente cúbico que tem capacidade de 4,096L – o mesmo que 4096 cm<sup>3</sup>. Quantos centímetros mede a aresta do recipiente?



Fonte: <http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>. Acesso em: 12 Nov.2014.

Está difícil solucionar este desafio? Não se preocupe, pois logo mais você terá condições de resolvê-lo.

## Desafio

Em um dia de muito sol, a Sorveteria Gelada faturou R\$ 450,00. Sabendo-se que foram vendidos 75 sorvetes de 2 bolas, quantos sorvetes de 1 bola foram vendidos? Observe a imagem ao lado.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 13 Nov. 2014.




Antes de iniciar o conteúdo sobre conjuntos numéricos é importante que os alunos compartilhem ou leiam a história da origem dos conjuntos numéricos, disponível em:

<http://www.conhecer.org.br/download/cp/HISTORIA%20DA%20MATEMATICA/Modulo%202.doc>.

Conversar com os alunos sobre: O que são e quais são os conjuntos numéricos? Certamente a resposta a essa pergunta seria imediata, pois os nomes dos conjuntos numéricos são facilmente interiorizados. Mas, se a pergunta fosse: "Quais as aplicações dos conjuntos numéricos no dia a dia?". Agora nossa pergunta não seria respondida de uma forma tão direta, pois infelizmente quando aprendemos e até quando ensinamos conjuntos numéricos, dificilmente vemos a sua aplicação, a sua utilização, tornando muitos conteúdos extremamente artificiais. Como professores de Matemática, nossa maior preocupação é mostrar que Matemática não é só cálculo, mas também o desenvolvimento do raciocínio através de situações cotidianas.



Você já pensou na escala de uma régua, na precisão de da medida de um paquímetro, nos macro quilômetros de uma estrada ou na de um termômetro?



Sabemos que no decorrer da história, a humanidade teve que inventar números para representar e resolver problemas do cotidiano, da ciência em geral e da própria matemática. Como registrar um experimento científico ou o tempo entre duas épocas? A ideia de marcar números sobre uma linha tem grande valor prático e teórico.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx)>. Acesso em: 13 Nov. 2014.

Todos os números que conhecemos podem ser divididos em grupos segundo características comuns entre eles, isto é, os números estão agrupados em conjuntos: os **conjuntos numéricos**.

## Conjunto dos números Naturais

O conjunto mais simples, e o primeiro com o qual temos contato, é o conjunto dos **números naturais**. Ele é formado por números inteiros e positivos, mais o zero. Assim, a partir do zero, e "andando" de uma em uma unidade, infinitamente, temos os números naturais.

O conjunto mais simples, e o primeiro com o qual temos contato, é o conjunto dos **números naturais**. Ele é formado por números inteiros e positivos, mais o zero. Assim, a partir do zero, e "andando" de uma em uma unidade, infinitamente, temos os números naturais.

Representação:  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Porém, esse conjunto é limitado para algumas coisas, isto é, existem alguns problemas que ele não "consegue resolver". Tente, por exemplo, achar um sucessor e um antecessor natural para cada um desses números. O zero não tem antecessor natural! Outra coisa: é sempre possível subtrair dois números naturais e achar outro número natural? A resposta é "não". Basta tentar fazer  $3 - 4$ , assim, é necessário utilizar outros números.

## Conjunto dos números Inteiros



Aplicabilidade dos números inteiros.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx)>. Acesso em: 18 Nov. 2014.

Em nosso cotidiano, outras quantidades aparecem e precisam ser representadas, como um saldo negativo no banco ou uma variação negativa de temperatura, medida de altitude e profundidade, pagamento de contas, além de muitas outras situações. O conjunto que soluciona esses problemas é o dos **números inteiros**. Ele é formado pelos inteiros negativos, positivos e o zero. Continua "andando" de uma em uma unidade, mas agora todos os seus componentes têm sucessor e antecessor, e é possível fazer qualquer subtração entre eles, pois o resultado será sempre inteiro.

Representação:  $Z = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ .

Vejam os apenas um dos muitos exemplos existentes em nosso cotidiano:



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>). Acesso em: 13 Nov. 2014.

No entanto, como o conjunto dos números naturais, ele tem os seus "probleminhas". Não é possível sempre dividir um número inteiro por outro e o resultado ser inteiro. Se tentarmos dividir 3 por 2, por exemplo, o resultado não será exato, não será inteiro. Logo, esse conjunto não serve ainda para representar todas as quantidades existentes. Quando nos referimos à temperatura, por exemplo: Está fazendo 5° positivos, ou ainda, está fazendo 5° negativos, estamos nos referindo aos números inteiros, porém, neste caso, os exemplos +5 e -5 são chamados de simétricos ou opostos, pois estão à mesma distância da origem.

Para o enriquecimento da atividade, os alunos assistirão ao vídeo do link: [https://www.youtube.com/embed/\\_2TijJgrNw](https://www.youtube.com/embed/_2TijJgrNw).

Profundidade ou altura abaixo da superfície do mar também é altitude. Porém, para indicar esse tipo de altitude, usamos números negativos. Você sabia que, na exploração de sítios subaquáticos são utilizadas escalas para sua localização, assim como a profundidade e temperatura da água?

Em sua opinião, em que momento o uso de retas numéricas é importante na Arqueologia Subaquática?



Você já ouviu falar em **Arqueologia Subaquática**?



A **Arqueologia Subaquática** é uma especialidade da arqueologia que estuda sítios arqueológicos submersos. É grande o número de embarcações que, durante toda a história de viagens e conquistas da humanidade, não conseguiram completar suas trajetórias, e acabaram afundando nos mares, lagos e rios que cobrem nosso planeta.

O estudo destas embarcações pode revelar uma série de fatos.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Disciplina/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Disciplina/Visualizar.aspx?>). Acesso em: 13 Out. 2014.

## Conjunto dos números Racionais

Nosso sistema monetário, com centavos, não pode ser representado só com números inteiros. A simples quantia de R\$ 1,50 não é um número inteiro. Agora vejamos outro conjunto, o conjunto dos números racionais. No dia a dia, em noticiários de tv, revistas ou jornais, encontramos números expressos de forma variados. Esses números são os resultados de divisões exatas e inexatas, ou seja, estão incluídos os números inteiros, os decimais, as frações, as dízimas periódicas e pode ser definido como o conjunto dos números que podem ser escritos na forma de fração.

Representação:  $Q = \left\{ \frac{p}{q} / p \in Z, q \in Z^* \right\}$

Vejam um exemplo muito importante para nós, no qual o resultado é um número racional e faz parte do conjunto que lembraremos agora: o Ideb, que é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, criado em 2007, pelo Instituto

Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), formulado para medir a qualidade do aprendizado nacional e estabelecer metas para o ensino.

O resultado do Ideb de Maringá, em 2013, foi expresso pelo número racional 4,8.

## Reforçando o conceito de número racional

**1º passo**

Conhecer o que é um **número racional**.  
São todos os números que podem ser escritos na forma de uma **fração**.

Números Racionais

$$6 = \frac{6}{1}$$

$$1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$0,34 = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$$

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$0,222 \dots = \frac{2}{9}$$

**2º passo**

Saber que uma **porcentagem** trata de um **número racional**.

Porcentagens → Números Racionais

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

$$0,35\% = \frac{0,35}{100} = \frac{35}{10000} = \frac{35}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{35}{10.000}$$

Fonte: [www.educopedia.com.br/Cadastros/Disciplina/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Disciplina/Visualizar.aspx?). Acesso em: 13 Out. 2014.

## Conjunto dos números Irracionais

Os matemáticos de antigamente chegaram a aceitar que esses números fossem perfeitos, que não houvesse nenhum problema sem solução para eles. Mas foram surpreendidos com o seguinte questionamento: qual é a medida da diagonal do quadrado de lado 1?

A diagonal e os lados do quadrado formam um triângulo retângulo, no qual é possível aplicar o teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 2$$

A pergunta aqui, na verdade é: qual é o número racional que, elevado ao quadrado, resulta em 2? A resposta é: não existe número racional que, elevado ao quadrado, resulte em 2, nem em 3, nem em 5 e muitos outros. O número que soluciona esse problema é a raiz quadrada de dois. Esse número não é racional, pois possui infinitas casas decimais, as quais não constituem uma dízima, logo não

pode ser escrito na forma de fração. Surge, então, um novo conjunto: o dos **números irracionais**.


Esse conjunto é constituído, basicamente, pelas raízes não-exatas, mas seu mais famoso integrante é o número  $\pi$ , seguido do número  $e$  (número de Napier ou constante de Euler).

Assim, os números que fazem parte do conjunto dos números irracionais não podem ser escritos na forma de fração, logo não são racionais, ao contrário dos conjuntos anteriores, pois os naturais estão contidos nos inteiros e esses, por sua vez, estão contidos nos racionais.

Todo número decimal é um número irracional? Para as pessoas que têm dúvida quanto a isso, veremos, neste texto, como definir o conjunto dos números irracionais e observaremos alguns exemplos de números importantes na matemática, que são “constantes irracionais”.

Fonte: <[www.brasilecola.com/matematica/numeros-irracionais.htm](http://www.brasilecola.com/matematica/numeros-irracionais.htm)>. Acesso em: 14 Nov. 2014.

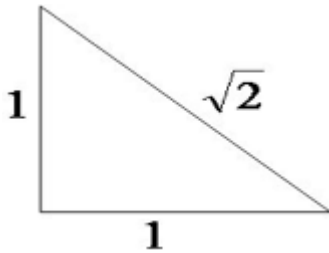
$\left. \begin{array}{l} 1,41^2 = 1,9881 \\ 1,42^2 = 2,0164 \end{array} \right\}$	Concluiu que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ .	Carla poderia prosseguir indefinidamente nesta aproximação. Os números irracionais têm forma decimal infinita e não periódica.
Com mais algumas etapas ela poderia encontrar	$\left. \begin{array}{l} 1,414213562^2 = 1,999999999 \\ 1,414213563^2 = 2,000000002 \end{array} \right\} \quad 1,414213562 < \sqrt{2} < 1,414213563$	

$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097 \dots$   
 $\sqrt{3} = 1,7320508075688772935274463415059 \dots$

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 out. 2014.

Os números irracionais são aqueles que não podem ser representados por meio de uma fração. O surgimento desses números veio de um antigo problema que Pitágoras se recusava a aceitar, que era o cálculo da diagonal de um quadrado, cujo lado mede 1 unidade, diagonal esta que mede  $\sqrt{2}$ . Este número deu início ao estudo de um novo conjunto, representado pelos números irracionais.



Hoje em dia, pensamos: “Nossa, mas encontrar o valor de  $\sqrt{2}$  é tão fácil, basta usarmos a calculadora”. Entretanto, na época em que começaram estes estudos, o único mecanismo para encontrar os valores das raízes quadradas envolvia os números quadrados ( $\sqrt{2^2}, \sqrt{3^2}, \sqrt{4^2}, \dots$ ).

Com o estudo contínuo dos elementos da matemática, os matemáticos se depararam com a necessidade de calcular o comprimento de uma circunferência; e com cálculos contínuos, notaram que um número se repetia para qualquer que fosse a circunferência, número este que outrora foi denominado de número  $\pi$  (Pi). O conjunto dos números irracionais é representado pela letra I (i maiúscula).

### Números Irracionais

Números irracionais obtidos pela raiz quadrada de um número:

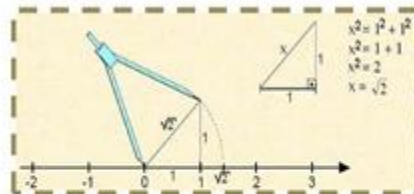
$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097 \dots$$

$$\sqrt{3} = 1,7320508075688772935274463415059 \dots$$

Estes são os números irracionais, cujo valor da última casa decimal nunca saberemos. Com isso, podemos falar que números irracionais são aqueles que em sua forma decimal são números decimais infinitos e não periódicos. Em outras palavras, são aqueles números que possuem infinitas casas decimais e em nenhuma delas obteremos um período de repetição.

Localizando os radicais irracionais (raiz quadrada de 2, 3, 5, ...) na reta numérica.

Vamos localizar na reta a medida da hipotenusa ( $x$ ) obtida através do teorema de Pitágoras e para isso posicionamos em  $O$  (ponto cuja abscissa é zero) a ponta sem grafite (ponta seca) de um compasso, com abertura igual ao tamanho da hipotenusa. Descrevendo um arco com o compasso, encontramos o exato ponto na reta que corresponde a  $x$ . Observe:





Esse número é encontrado através da razão do comprimento pelo diâmetro da circunferência.

$$\pi = \frac{c}{d}, \text{ ou ainda, } \pi = \frac{c}{2r}.$$

Esse é um dos números que foi citado no início do texto: a constante  $\pi$  é de fundamental importância para a área de geometria e trigonometria.

Veremos alguns exemplos de números irracionais e notaremos que a sua parte decimal não possui nenhuma estrutura que possa ser fundamentada em forma de fração, assim como ocorre em frações periódicas. Constantes irracionais ou números transcendentais:

$$\pi = 3,1415926535897932384... \text{ (número pi, constante de Arquimedes)}$$

$$\varphi = 1,61803398874989... \text{ (número aureo ou número de ouro)}$$

$$e = 2,7182818... \text{ (constante de Euler)}$$

Fonte: <[www.brasilecola.com/matematica/numeros-irracionais.htm](http://www.brasilecola.com/matematica/numeros-irracionais.htm)>. Acesso em: 16 Out. 2014.

**Veja essa situação - histórica do ano de 2000:**

Um tremor de terra atingiu Brasília e pelo menos outras cinco cidades no Distrito Federal e em Goiás, às 7h37, fazendo balançar o chão, móveis e paredes em diversas casas. Apesar do susto, não houve feridos nem prejuízos materiais. Segundo o Observatório Sismológico da Universidade de Brasília (UnB), o abalo teve como epicentro uma área a 40 quilômetros da capital federal e alcançou magnitude de 3,4142638... pontos na escala Richter.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>)>. Acesso: 16 Out. 2014.

Os números irracionais são responsáveis pelo grande avanço na matemática e são muito importantes no desenvolvimento de várias ciências, como a engenharia, a arquitetura, e muitas outras, as quais exigem precisão nos cálculos.

Para entendermos melhor os conjuntos dos números irracionais, vamos assistir ao vídeo disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=7lakph959gg&feature=youtube>

**Dando continuidade ao estudo dos números irracionais, analise a seguinte situação e responda :**

Qual dos números ao lado é maior? Para responder a essa pergunta, transforme o número  $0,7222\dots$  em uma fração e compare as duas frações.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn\\_id=120938&tipo=2&pgant=v](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?pgn_id=120938&tipo=2&pgant=v)>. Acesso em: 16 Out.2014.

Agora é sua vez!



Marta comprou um abajur e sua cúpula é cilíndrica com 12 cm de diâmetro. Ela deseja encapar essa cúpula com outro tipo de tecido. Qual o comprimento de tecido necessário?



O diâmetro do aro de uma cesta de basquete mede 45 cm. Qual o comprimento aproximado do aro?

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx)>.

Acesso em: 16 Out. 2014.

## Curiosidades

Você já ouviu falar em mnemônico? um poderoso método de memorização, que consiste em associar números a fonemas. Formando frases para lembrar de um número. Assim, podemos gravar o número  $\pi$  (pi). Veja:

Sim	→	com três letras	→	(3)
é	→	com uma letra	→	(1)
útil	→	com quatro letras	→	(4)
e	→	com uma letra	→	(1)
fácil	→	com cinco letras	→	(5)
memorizar	→	com nove letras	→	(9)

E assim por diante, a frase citada dá para  $\pi$  o valor de 3,14159 ...

Agora é a sua vez!  
Você seria capaz de dar continuidade a este verso, dando para  $\pi$  o valor de 3,141592654?

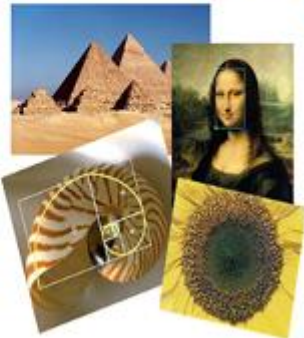
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033989$$

O Número de Ouro é um número irracional misterioso e enigmático que nos surge numa infinidade de elementos da natureza na forma de uma razão, sendo considerada por muitos como uma oferta de Deus ao mundo.



Os artistas gregos usavam-no em arquitetura; Leonardo da Vinci, nos seus trabalhos artísticos; e, no mundo moderno, o arquiteto Le Corbusier, com base nele, apresentou, em 1948, O modulor. O número de ouro descobre-se em relações métricas:

- na natureza: em animais (como na concha do Nautilus) flores, frutos, na disposição dos ramos de certas árvores;
- em figuras geométricas, tais como o retângulo de ouro, hexágono e decágono regulares e poliedros regulares;
- em inúmeros monumentos, desde a Pirâmide de Quéops até diversas catedrais, na escultura, pintura e até na música.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 Out. 20104.

## Conjunto dos números Reais

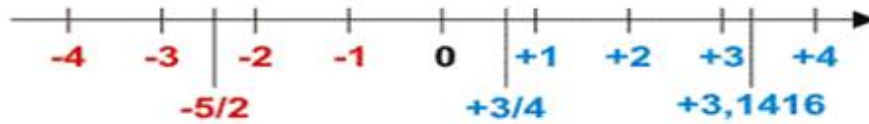
A união dos irracionais com os racionais forma o conjunto dos **números reais** (**R**), os quais resolvem quase todo tipo de problema . O conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$  é formado pelos números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

As propriedades operatórias dos números racionais também são válidas para as operações com números irracionais.

Quando representamos os números reais em uma reta, a todos os pontos da reta é possível associar um número real e a cada número real é possível associar um ponto da reta. Observe a reta abaixo:



### Conjunto dos números reais



<ul style="list-style-type: none"> <li>- Todos os números estudados até aqui formam juntos o conjunto dos <b>NÚMEROS REAIS</b>;</li> <li>- Zero é o ponto de referência da reta numérica;</li> <li>- A reta numérica é representada por uma linha e temos o sentido positivo e o sentido negativo;</li> <li>- Cada ponto na reta numérica corresponde a um <b>Número Real</b>;</li> <li>- Os números quadrados perfeitos possuem raízes quadradas exatas;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não é possível escrever um número com denominador igual a zero;</li> <li>- Qualquer das quatro operações matemáticas feitas com <b>Número Real</b>, terá como resultado outro <b>Número Real</b>;</li> <li>- O quociente da divisão de um número real por outro número real diferente de zero é também um <b>Número Real</b>;</li> <li>- A raiz quadrada de um número real positivo é um <b>Número Real</b>;</li> <li>- Não existe raiz de <b>Número Real</b> negativo.</li> </ul>
--	---

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 14 Nov. 2014.

Os números reais podem ser representados por qualquer número pertencente aos conjuntos da união  $\mathbf{N \cup Z \cup Q \cup I = R}$  ou  $\mathbf{Q \cup I = R}$ . Essas designações de conjuntos numéricos existem no intuito de criar condições de resolução de equações e funções. As soluções devem ser dadas obedecendo padrões matemáticos e de acordo com a condição de existência da incógnita na expressão.

Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/numeros-reais.htm>

Agora que você sabe um pouco da história dos conjuntos numéricos, resolva o desafio a seguir:

Está lançado o desafio!

Observe a imagem abaixo, leia atentamente as informações e tente descobrir a solução deste desafio.

### Balança de precisão



Está difícil solucionar o desafio?

Fique tranquilo, ao final desta aula, você estará apto a responder esta questão!

Verificou-se que uma balança imprecisa ao pesar uma certa mercadoria marcava **2,375 kg**, a massa verdadeira do objeto poderia ser qualquer número do intervalo **[2,37; 2,38]**.

Coloquei **quatro** objetos na balança e obtive os seguintes resultados:



Os **quatro** objetos juntos têm, no máximo, quantos quilogramas? E no mínimo?

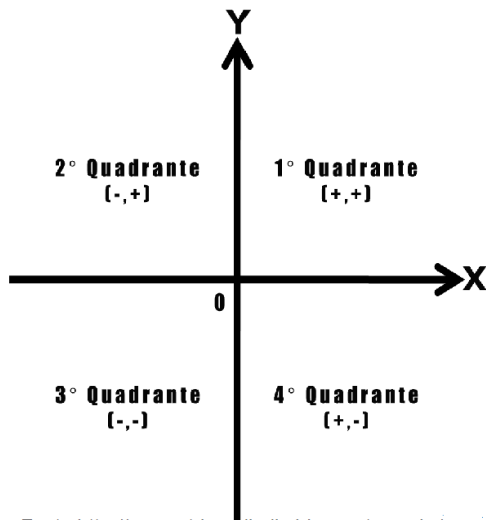
Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>). Acesso em: 12 Nov.2014.

## Plano Cartesiano

Em diversas situações do nosso cotidiano é necessário a utilização de códigos para facilitar as localizações. Porém, mesmo em outras épocas, essas situações já estavam presentes, como na navegação e na Astronomia. O sistema de coordenadas cartesianas possui inúmeras aplicações, desde a construção de um simples gráfico até os trabalhos relacionados à cartografia, localizações geográficas, pontos estratégicos de bases militares, localizações no espaço aéreo, terrestre e marítimo. Criado por René Descartes, o plano cartesiano consiste em dois eixos perpendiculares, sendo o horizontal chamado de eixo das abscissas e o vertical de eixo das ordenadas. O plano cartesiano foi desenvolvido por Descartes no intuito de localizar pontos num determinado espaço.



O encontro dos eixos é chamado de origem. Cada ponto do plano cartesiano é formado por um par ordenado  $(x, y)$ , onde  $x$ : abscissa e  $y$ : ordenada. Dois pares ordenados são iguais somente quando as abscissas e as ordenadas de ambos forem iguais. Quando ambos os eixos são cruzados, o ponto de encontro é chamado de origem do sistema de coordenadas e representado por  $O(0,0)$ . As disposições dos eixos no plano formam quatro quadrantes, mostrados na figura.



Fonte: <http://geometriandiadia.blogspot.com.br/>  
 Acesso em : 11 Nov. 2014

O lado superior direito é o primeiro quadrante, o do superior esquerdo o segundo quadrante, o terceiro quadrante está abaixo do segundo, e o quarto está abaixo do primeiro. Os quadrantes estão dispostos em sentido anti-horário. Sinal da abscissa e da ordenada de um ponto:

- No primeiro quadrante, os pontos possuem abscissa e ordenada positiva;
- No segundo quadrante, todos os pontos possuem abscissa negativa e ordenada positiva;
- No terceiro quadrante, os pontos possuem abscissa e ordenada negativa;
- Já no quarto quadrante, os pontos possuem abscissa positiva e ordenada negativa.



As aplicações do Plano Cartesiano são inúmeras: em uma construção de um simples gráfico, como em trabalhos relacionados à cartografia. Em localizações geográficas, pontos estratégicos de bases militares, localizações no espaço aéreo, terrestre e marítimo. Podemos associar o Plano Cartesiano com a latitude e a longitude, temas relacionados aos estudos geográficos e à criação do atual sistema de posicionamento, o GPS – Sistema de Posicionamento Global, o qual permite que saibamos nossa localização exata na Terra, desde que tenhamos em mãos um receptor de sinais GPS, informando a latitude, a longitude e a altitude com o auxílio de satélites em órbita da Terra.

Um exemplo de utilização do GPS são os aviões, que para não se colidirem são monitorados e informados em qual rota devem seguir viagem.

Fontes:

<[www.mundoeducacao.com/matematica/plano-cartesiano.htm](http://www.mundoeducacao.com/matematica/plano-cartesiano.htm)>. Acesso: 17 Nov. de 2014.

<[www.estudopratico.com.br/plano-cartesiano.htm](http://www.estudopratico.com.br/plano-cartesiano.htm)>. Acesso: 17 Nov. de 2014

<[www.brasilecola.com/matematica/plano-cartesiano.htm](http://www.brasilecola.com/matematica/plano-cartesiano.htm)>. Acesso: 17 Nov. de 2014.

Coleção Vontade de Saber Matemática, Joamir Souza, Patrícia Moreno Patara, 8ºano, 2ª Edição, p. 83. São Paulo: FTD 2012.

Curiosidade:

### Você sabia!

Há uma história curiosa sobre o filósofo e matemático francês Rene Descartes (1599 - 1650). Dizem que ele estava descansando na cama, quando viu uma mosca pousada na parede. A mosca voou, mas Descartes ficou pensando. Como poderia explicar a uma outra pessoa qual era a posição exata da mosca na parede.

Na parede, Descartes então imaginou 2 retas perpendiculares: uma horizontal e outra vertical. Ele percebeu que marcando os números nessas retas, eles serviriam para localizar a mosca. Assim, foi "descoberto" como localizar pontos no plano. É o conhecido plano cartesiano.

Fonte: <http://misamatematica.blogspot.com.br/2009/08/plano-cartesiano.html>

Agora para testar seu conhecimento, resolva as questões sobre o **Plano Cartesiano**.

### Questão 1

Observe a planta de um clube desenhada em uma malha quadriculada. Ana fez o seguinte trajeto: saiu da quadra de tênis, passou pela piscina, pelo vestiário masculino e entrou no ginásio de esportes. Assinale a alternativa que apresenta, respectivamente, as coordenadas usadas por Ana quando estava exatamente em cada ponto do trajeto.



a) (5;3),(3;5),(3;2) e (1;2).

b) (3;5),(5;3),(3;2) e (1;2).

c) (5;3),(3;5),(2;3) e (2;1).

d) (3;5),(5;3),(2;3) e (2;1)

Resposta: Alternativa c

Fonte:<[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 out. 2014.





### Questão 2

Utilizando essas informações, localize cada ponto em destaque no mapa do mundo e complete a tabela abaixo:

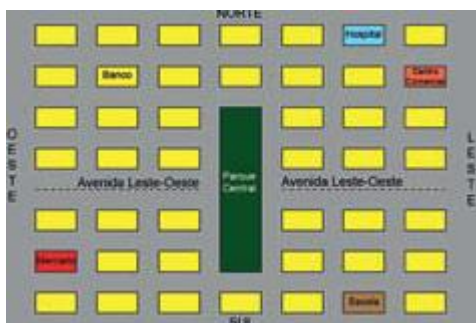
Pontos	Latitude	Longitude
A	40° N	20° O
B		
C		
D		



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 out. 2014.

### Questão 3:

Solange e João estavam caminhando no Parque Central de sua cidade, conforme o mapa a seguir:



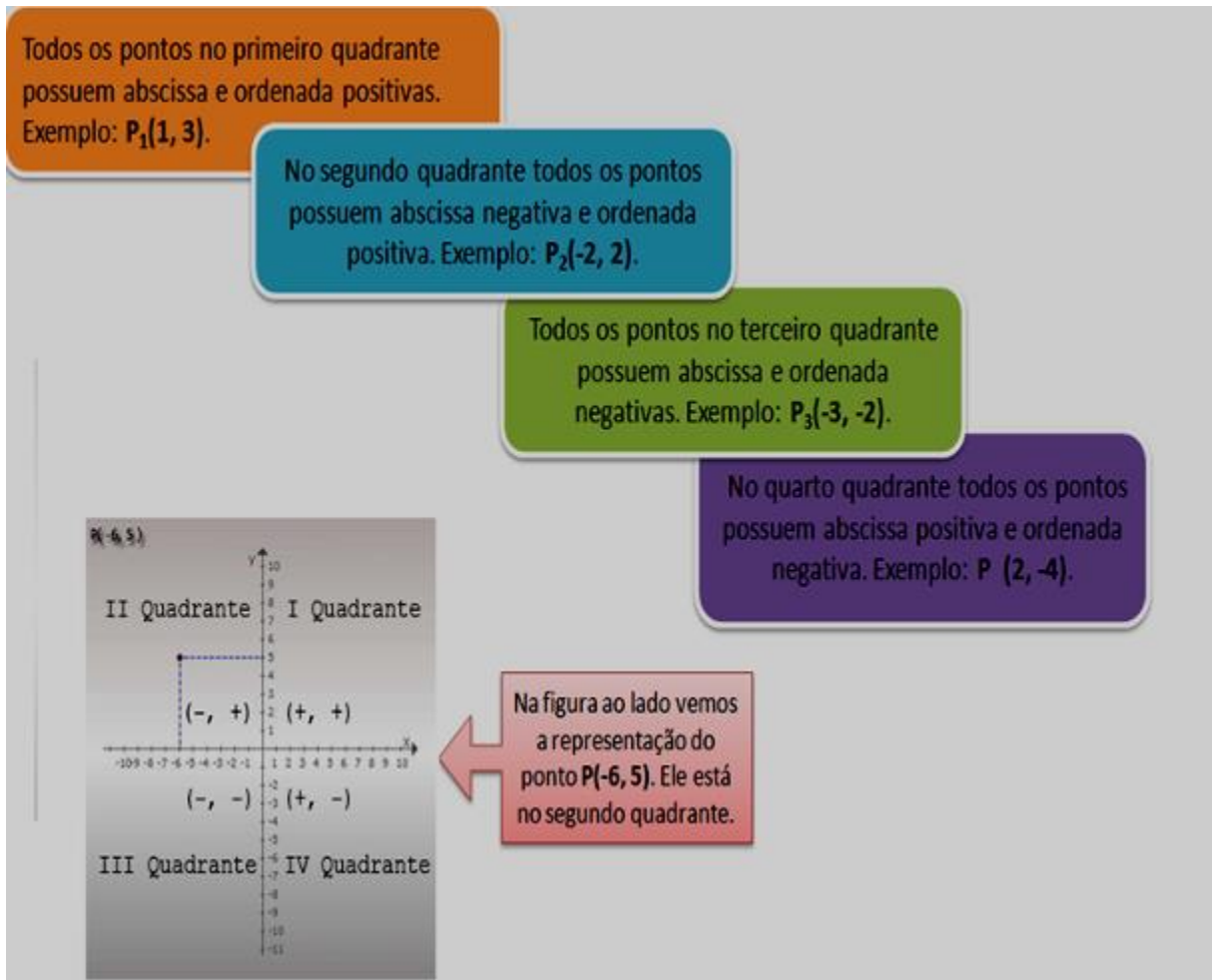
Fonte: <[www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/cadernos\\_pedagogicos/ativ\\_mat2.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/cadernos_pedagogicos/ativ_mat2.pdf)>.

Acesso em: 17 Nov. 2014.

Em relação ao Parque Central, João segue a Avenida Leste-Oeste por 1 quadra na direção Oeste e 3 quadras na direção Norte; já Solange segue 2 quadras pela Avenida na direção Leste e 3 quadras na direção Sul. Em quais estabelecimentos eles chegaram, respectivamente?

- Supermercado e Hospital.
- Escola e Centro Comercial.
- Hospital e Banco.
- Banco e Escola.

Após realizarmos as atividades, teste seus conhecimentos e responda.



Fonte: < [www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?) >. Acesso em: 17 Nov. 2014.

#### Questão 4

Construa um plano cartesiano e localize os pontos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P$ , citados no quadro acima.

#### Conjuntos Numéricos

#### Conjunto dos Números inteiros

#### Questão 01: Temperaturas



Em uma cidade do Alasca, o termômetro marcou  $-15^{\circ}\text{C}$  pela manhã. Se a temperatura desce mais  $13^{\circ}\text{C}$ , o termômetro marcará:

- a)  $-28^{\circ}\text{C}$
- b)  $-2^{\circ}\text{C}$
- c)  $2^{\circ}\text{C}$
- d)  $28^{\circ}\text{C}$

Resposta: Alternativa a.

### Questão 2: Altitude o longitude

Um balão de ar quente flutua no céu, inicialmente a 700 metros de altitude. Desce 250 metros, depois sobe 120 metros e finalmente desce 80 metros. Qual a altitude do balão após essas manobras?

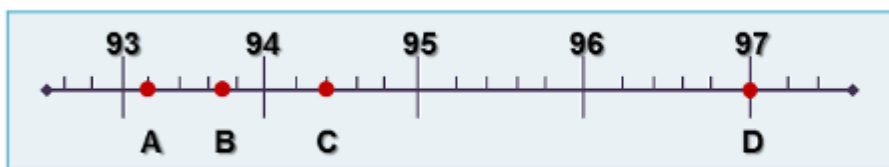


- a) 490 metros.
- b) 310 metros.
- c) 570 metros.
- d) 590 metros.

Resposta: Alternativa a.

### Questão 3: Frequência de rádio

A estação de rádio **KXYZ** encontra-se na frequência **93,7 MHz**.



Qual dos pontos melhor representa a posição da rádio no mostrador?



- a) Ponto A
- b) Ponto B
- c) Ponto C
- d) Ponto D

Resposta: Alternativa b.

#### Questão 4: Navegando com segurança



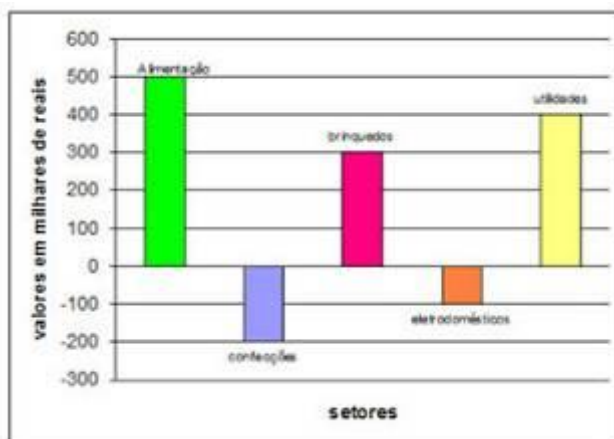
Autoridades portuárias servem-se do “calado” para controlar a segurança dos navios e o estado de carga. A diferença de cores, no casco, assinala a sua principal linha de água a carga plena. Observando a imagem do casco de um navio, em qual ponto se encontra essa linha?

- a) 6,1
- b) 6,3
- c) 6,5
- d) 6,7

Resposta: Alternativa c.

#### Questão 5: Lucro e prejuízo

O gráfico mostra o lucro e o prejuízo da empresa de Afonso em cada setor. Quais os setores que obtiveram prejuízo?



- a) Alimentação e confeções.
- b) Brinquedos e utilidades.
- c) Confeções e brinquedos.
- d) Confeções e eletrodomésticos.

Resposta: Alternativa d.

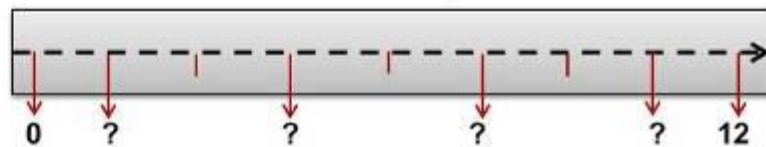


Agora que você já estudou alguns conceitos sobre os números inteiros, racionais e reais, teste o que você aprendeu até aqui.

### Questão 1: Fórmula 1



Durante um treino na Fórmula 1, foram colocadas entre as marcas **0** e **12**, que indicam quilômetros na pista de corrida, outras marcas. Os intervalos indicados por 2 marcas consecutivas têm o mesmo comprimento.



Assinale a alternativa que apresenta em quais quilômetros estão as outras marcas.

- a) 2; 6; 8,5; 10,5
- b) 2; 4; 6 ; 8
- c) 1,5; 4,5; 7,5; 10,5
- d) 1; 4,5; 5; 10,5

Resposta: Alternativa c.

### Questão 2: Esportes Radicais

Ao escalar uma montanha, uma alpinista percorreu **256 metros** na primeira hora, **128 metros** na segunda, **64 metros** na terceira hora e assim sucessivamente. Quando ela tiver percorrido 496 metros, terão passado:



- a) 4 horas
- b) 4 horas e 30 minutos.
- c) 5 horas
- d) 5 horas e 30 minutos.

Resposta: Alternativa c.

### Questão 3: Conservação de alimentos



Julieta é muito preocupada com a conservação correta dos alimentos, por isso, mantém os alimentos como frutas, verduras e carnes, em perfeito estado de armazenamento, principalmente os congelados. Sem tempo para preparar sua refeição, retirou do congelador, uma sopa de verduras que estava a  $-2^{\circ}\text{C}$ . Aqueceu a refeição e a temperatura subiu  $27^{\circ}\text{C}$ .



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar)>. Acesso em: 16 out. 2014.

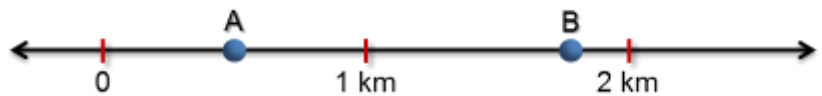
Que temperatura ficou a sopa?

- a)  $23^{\circ}\text{C}$
- b)  $25^{\circ}\text{C}$
- c)  $29^{\circ}\text{C}$
- d)  $27^{\circ}\text{C}$

Resposta: Alternativa b

#### Questão 4: Maratona

A posição dos dois corredores durante uma competição foi assinalada pelos pontos A e B em um determinado instante.



Segundo a reta, os pontos A e B, representam o que os corredores já haviam percorrido, respectivamente, em quilômetros. Assinale a alternativa que apresenta os números associados a esses pontos.

- a) 0,5 e  $1\frac{3}{4}$
- b) 0,25 e  $10/4$
- c)  $1/4$  e 2,75
- d)  $1/2$  e 2,38

Resposta: Alternativa a.

#### Questão 5: Cálculo da raiz aproximada

Quatro alunos apresentaram as alternativas abaixo como o valor mais próximo



de  $\sqrt{2}$ . Qual delas é a alternativa correta?

- a) 1,4
- b) 1,41
- c) 1,41421
- d) 1,4242

Resposta: Alternativa c.

Agora que você já estudou alguns conceitos sobre **os números irracionais**, teste o que você aprendeu até aqui.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

### Questão 1:



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

Lucas estava mexendo no computador e de repente o sistema apresentou erro e desligou a máquina. Ao religar o computador, Lucas viu na tela a numeração dos erros:  $E1 = 0,777\dots$  e  $E2 = 3,444\dots$ . Você seria capaz de calcular a soma dos erros? Qual é a fração que representa soma dos erros?

- a)  $23/18$
- b)  $21/9$
- c)  $31/9$
- d)  $38/9$

Resposta: Alternativa d.

**Questão 2:**

Bia, a irmã de Paulinho, acabou de conhecer os números irracionais mais famosos:

o número pi:  $\pi = 3,141592653589\dots$  ;

o número de ouro:  $\Phi = 1,618033988749\dots$  ;

o número de Euler :  $e = 2,7182818\dots$

Se Bia somasse esses números, qual seria o número decimal aproximado que representaria essa soma?

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

a) 6,78

b) 7,46

c) 7,48

d) 8,63

Resposta: Alternativa c.

**Questão 3:**

Veja que interessante, uma vez o programa “Show do milhão”, apresentado por



Silvio Santos, o participante teve que responder uma pergunta sobre **OS NÚMEROS IRRACIONAIS.**

Veja a pergunta abaixo e tenha a sensação de ser o participante.

A resposta correta da pergunta: **“Dentre os números abaixo, qual deles é irracional?”**



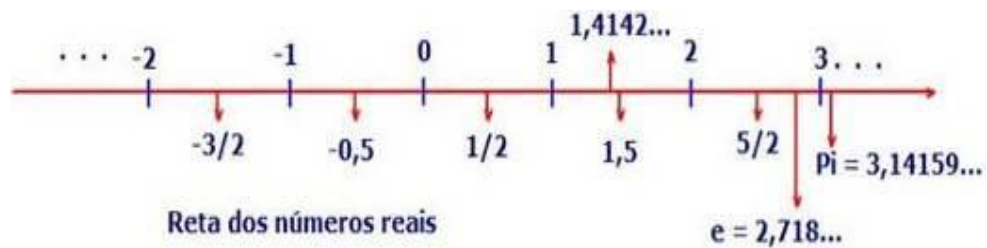
- a) 0,1...  
 b) 0,333...  
 c) 0,373737...  
 d) 0,3533533533335...

Resposta: Alternativa d.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx)>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

#### Questão 4:

A localização dos números reais na reta numérica é chamada de representação geométrica dos números, dando a ideia de tamanho (medida geométrica) relacionada a um número em qualquer forma.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>)>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

Agora é a sua vez!

Construa uma reta numérica em seu caderno e localize os números:  
 $0,333\dots$ ;  $1,373737\dots$  e  $-0,35335333533335\dots$



#### Questão 5:

O dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) é responsável por mais de  $2,7070070007\dots\%$  da poluição que gera o aquecimento global. Aproximadamente  $23,0101101110\dots$  bilhões de toneladas de  $\text{CO}_2$  são lançados na atmosfera anualmente. São mais de 220.000 toneladas a cada 5 minutos.



Agora! Teste os seus conhecimentos.

Qual seria o valor aproximado com duas casas decimais da soma dos números irracionais do texto acima?



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?>)>. Acesso em: 12 Nov. 2014.



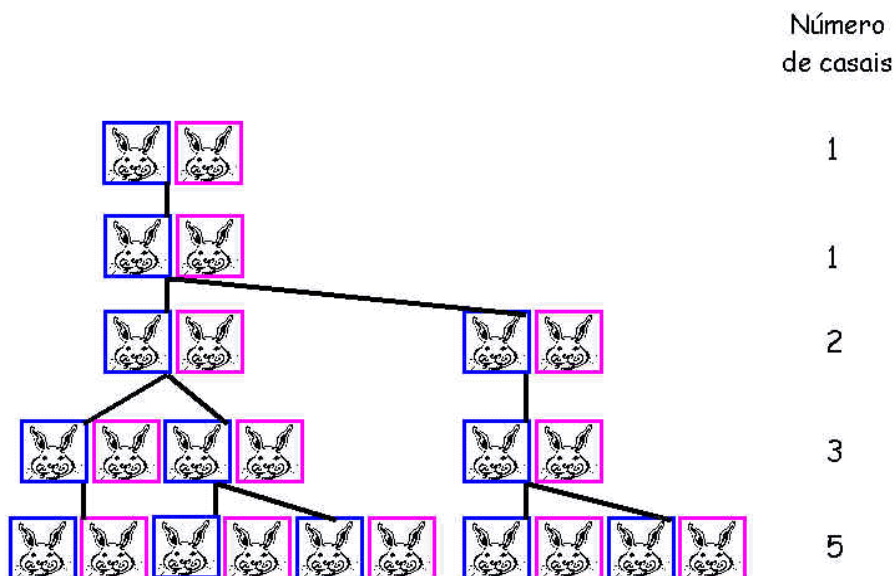
**Desafio:**

Num pátio fechado coloca-se um casal de coelhos. Supondo que em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal dá origem a um novo casal de coelhos, ao fim de um ano, quantos casais de coelhos estarão no pátio, se não houver óbitos e nem fugas?

Para resolver este desafio é preciso prestar atenção ao processo de procriação do casal inicial de coelhos. Suponhamos, para ter uma ideia, que o primeiro casal de coelhos nasceu no dia 1º de Janeiro.

No dia 1º de Fevereiro, isto é, ao cabo de um mês, ainda não serão férteis. Porém, no dia 1º de Março já terão descendentes, e neste mês teremos um total de dois casais de coelhos.

No dia 1º de Abril, esse segundo casal de coelhos não será ainda fértil, mas o casal inicial de coelhos voltará a ter coelhinhos, e no quarto mês teremos um total de três casais de coelhos, dois dos quais serão férteis no dia 1º de Maio. Por conseguinte, para o quinto mês existirá cinco casais. Se raciocinarmos de modo semelhante, temos que no dia 1º de Junho ter-se-ão 8 casais de coelhos, em 1º de Julho 13 casais, em 1º de Agosto 21 casais e assim sucessivamente. Ao terminar um ano, isto é, no dia 1º de Janeiro do ano seguinte, prevê-se que 144 casais de coelhos deem voltas pelo pátio.



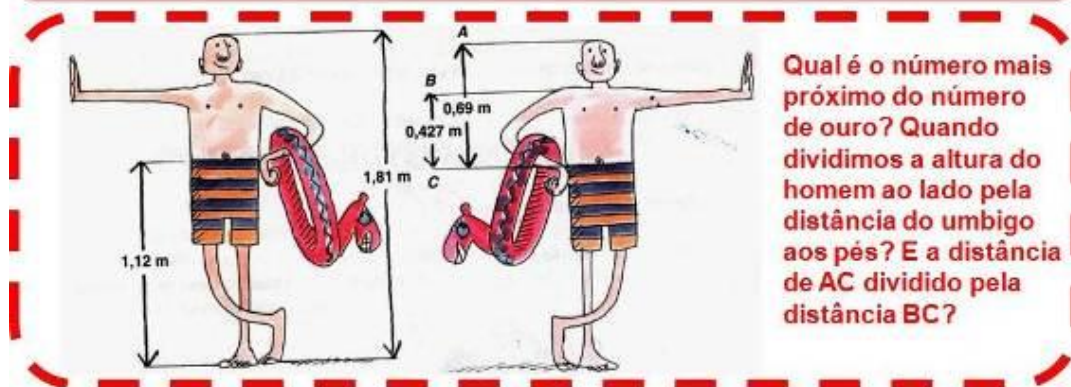
Fonte: <[www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm31/coelhos.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm31/coelhos.htm)>. Acesso em: 16 Out. 2014.

Agora, para o enriquecimento da atividade, você assistirá ao vídeo.

<https://www.youtube.com/watch?v=mhqHeDuDUtg> que apresenta a história de Fibonacci.

### Questão 07:

O número de ouro (**1,618033989...**) é um número irracional encontrado nas mais diversas formas da natureza. Por muito e muitos anos foi admirado pelo homem, tanto nas artes como na arquitetura. Pinturas, construções, tudo era motivo para que o homem copiasse a natureza e construísse formas que respeitassem essa razão áurea.



Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 08 Nov. 2014.

Qual é o número mais próximo do número de ouro? Quando dividimos a altura do homem da figura ao lado pela distância de seu umbigo aos pés ou quando dividimos a medida do segmento AC pela medida do segmento BC?

Agora, faça um resumo com os conceitos estudados com até 10 conclusões.

Veja se você citou em seu resumo ao menos 5 dos 10 pontos apresentados abaixo. Se existirem alguns pontos diferentes, discuta com os seus colegas e verifique também as anotações deles.

- Um número irracional não pode ser escrito na forma de fração;
- O número PI vale aproximadamente 3,14;
- A diagonal de um quadrado de lado igual a uma unidade é um número irracional.
- Os números irracionais podem ser representados na reta numérica;
- Podemos operar números irracionais e racionais.
- Os números irracionais podem ser negativos e positivos.
- Os números irracionais pertencem ao conjunto dos números reais.
- O círculo e o número PI estão intimamente ligados.
- Sabemos calcular o número PI.
- O número de ouro e o número de Euler são outros números irracionais famosos.

Fonte: <[www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?](http://www.educopedia.com.br/Cadastros/Atividade/Visualizar.aspx?)>. Acesso em: 06 Nov. 2014.

### Referências bibliográficas:

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. y HANESIAN, H. **Psicologia educativa: um ponto de vista cognoscitivo**. Traducción al español, de Mario Sandoval P., 2ª ed. México: Editorial Trillas, 1983.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: MEC, 1997.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação para uma sociedade em transição**. Campinas: Papirus, 1999.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GASPARIN, João Luiz. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. **Coleção Aprendendo Matemática**. 7ª série, 1ª ed. São Paulo: FTD, 2002.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**. Brasília: Editora da Unb, 1999.

MOREIRA, M.A.; BUCHWEITZ, B. **Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1993.

PARANÁ. **Diretrizes curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná. Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

#### Sites Visitados:

BRASIL ESCOLA - Site Educacional da Rede Omnia. - Goiânia – Goiás, 2000. Disponível: <http://www.brasilecola.com/matematica>. Acesso em: 22 Set. 2014.

EDUCOPÉDIA - Plataforma Educativa *on line* Colaborativa - Rio de Janeiro, 2011. Disponível: <http://www.educopedia.com.br/Cadastro/Aula/Visualizar.asp?> Acesso em: 18 Set. 2014.

MEC – Ministério da Educação em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia. 2008 Brasil. Site de Repositório de Acesso Público. Disponível em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/> Acesso em: 3 Out. 2014.

PARANÁ – SEED; Secretaria de Estado da Educação. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Curitiba, 2012. Disponível em: [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/pdf/pde\\_documento\\_sintese\\_2012.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/pdf/pde_documento_sintese_2012.pdf). Acesso em: 15 Out. 2014.

YOUTUBE - Youtube é um site que permite que seus usuários carreguem e compartilhem vídeos em formato digital. Califórnia, EUA. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?> Acesso em: 8 Out. 2014.

WORDEXPRESS – Plataforma de Publicação *on line* gratuita. Site de Acesso Público, 2005. Disponível em:

<http://marcomanetta.wordpress.com/geometria-2/>. Acesso em: 2 Out. 2014.

<http://ensinodematemtica.blogspot.com.br/2010/01/angulos-formado-por-retas-paralelas.htm>. Acesso em: 18 out. 2014.

<http://www.colegioweb.com.br/trabalhos-escolares/matematica/introducao-a-geometria-angulos-paralelismo/angulos-correspondentes.html#ixzz3EQzsZ4a4>. Acesso em: 1º out. 2014. .

<http://sempreamathematicarcommusica.blogspot.com.br/2010/11/angulos-alternos-internos-e-externos.html>. Acesso em: 16 Nov. 2014.

[http://matematicasolta.blogspot.com.br/2011/02/bissetriz-de-um-angulo-powerpoint\\_15HTML](http://matematicasolta.blogspot.com.br/2011/02/bissetriz-de-um-angulo-powerpoint_15HTML). Acesso em: 21 Out. 2014.

[www.doutormatematico.blogspot.com.br /2013/05/angulos-reto-raso-agudo-e-obtuso.html](http://www.doutormatematico.blogspot.com.br/2013/05/angulos-reto-raso-agudo-e-obtuso.html). Acesso em: 10 Out. 2014.