EDITORA UNIVATES

BRINCANDO E APRENDENDO MATEMÁTICA

Maria Madalena Dullius
(Org.)

BRINCANDO E APRENDENDO MATEMÁTICA

Editora Univates
Coordenação e Revisão Final: Ivete Maria Hammes
Editoração e capa: Glauber Röhrig e Marlon Alceu Cristófoli
Revisão Linguística: Veranice Zen e Sandra Lazzari Carboni

Avelino Tallini, 171 – Bairro Universitário – Lajeado – RS – Brasil
Fone: (51) 3714-7024 / Fone/Fax: (51) 3714-7000
E-mail: editora@univates.br / http://www.univates.br/editora

B858 Brincando e aprendendo matemática

Brincando e aprendendo matemática / Maria Madalena Dullius (Org.) – Lajeado : Ed. da Univates, 2015.

101 p.:

ISBN 978-85-8167-094-2

1. Ensino de Matemática 2. Ensino Fundamental I. Título

CDU: 51:37

Catalogação na publicação – Biblioteca da Univates

Maria Madalena Dullius
(Organizadora)

Brincando e aprendendo matemática

1ª edição

EDITORA UNIVATES

Lajeado, 2015

APRESENTAÇÃO

O Projeto Observatório da Educação desenvolvido no Centro Universitário UNIVATES, intitulado "Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB, Prova Brasil, PISA, ENEM e ENADE", objetiva propor ações e desenvolver atividades de intervenção pedagógica com potencial de contribuir com a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Esse projeto iniciou em 2011 com o intuito de fortalecer o diálogo entre a comunidade acadêmica e os diversos atores envolvidos no processo educacional, e dele participam pesquisadores, estudantes de graduação, mestrandos e mestres em Ensino de Ciências Exatas e professores da Educação Básica da região do Vale do Taquari, que é a região onde está inserida a Instituição proponente do projeto.

Os jogos e as atividades aqui apresentados estão dispostos em cinco capítulos: Movimentando-se com a Matemática; Dobrando e desdobrando a Matemática; Jogos de tabuleiro; Problemoteca; e Explorando a Matemática do Xadrez. Eles foram criados pelo grupo de pesquisa, adaptados de diferentes fontes ou, ainda, fazem parte do acervo de conhecimentos e experiências docentes das autoras. Cabe ressaltar que a maioria dos jogos desse acervo foram utilizados em atividades de intervenções pedagógicas em escolas, além de oficinas realizadas em eventos no âmbito deste projeto. Neste livro, objetivamos socializar práticas de ensino decorrentes de experiências pedagógicas e pesquisas, estabelecendo uma relação entre jogos e o ensino e a aprendizagem da Matemática em uma abordagem direcionada a professores que trabalham na Educação Básica, buscando aproximar a escola da universidade.

Apresentamos neste livro o detalhamento de cada jogo e abordamos algumas de suas possíveis conexões a diferentes conteúdos matemáticos, sugerindo atividades que podem ser desenvolvidas. Elas podem ser complementadas e exploradas pelos professores que as utilizarem em abordagens diferentes daquelas que aqui propomos. A sequência em que estão apresentadas é aleatória, podendo ser desenvolvidas independentemente e quando o professor julgar mais adequado em relação ao seu planejamento.

O ensino de Matemática por meio de jogos pode estimular o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, tomada de decisão e argumentação, favorecendo, na maioria das vezes, o raciocínio lógico dos alunos. Tivemos o cuidado para que essas atividades não representem somente uma brincadeira, mas possibilitem a construção de conhecimentos matemáticos, permitindo ao professor novas formas de ensinar e diferentes maneiras de interagir com a turma, facilitando a aprendizagem do aluno.

Segundo Smole, Diniz e Cândido (2007), as habilidades desenvolvem-se porque, ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. Os jogos não se resumem ao simples fato de jogar, mas proporcionam o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, o confronto entre diferentes formas de pensar, a formulação de estratégias e, por fim, a construção do saber.

Almejamos que este material possibilite boas experiências, provoque reflexões ao disponibilizar recursos para serem adaptados a cada realidade, e seja utilizado em sala de aula de forma lúdica e desafiadora.

Geovana Luiza Kliemann

Virginia Furlanetto

Maria Madalena Dullius

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

MOVIMENTANDO-SE COM A MATEMÁTICA

Ana Paula Dessoy

Geovana Luiza Kliemann

Neiva Althaus

Tiane Cristina Diedrich

Camila Ely

Daniela Cristina Schossler

Luciana Caroline Kilpp Fernandes

Maria Madalena Dullius

Abordar a Matemática de forma lúdica pode favorecer e estimular nos alunos o desenvolvimento espontâneo e criativo de seus conhecimentos, além de permitir ao professor ampliar suas metodologias de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais de relacionar-se com o conteúdo escolar, possibilitando, assim, aos sujeitos envolvidos, maior apropriação dos conhecimentos relacionados.

Neste capítulo, apresentamos seis possibilidades de abordar a Matemática de forma dinâmica e curiosa: jogo da velha humano, decimais (camisetas), boliche, jogo de funções, bingo humano e mão no joelho. Eles visam a:

- auxiliar na criação de estratégias, no desenvolvimento do raciocínio lógico e da coordenação motora;
- instigar a capacidade de trabalhar em equipe e favorecer a criatividade e interações entre os participantes;
- estimular a relação entre teoria e prática por meio do cálculo mental e da fixação de alguns conteúdos, como: números inteiros e decimais, múltiplos e divisores, números primos, frações, matrizes, plano cartesiano e funções.

As atividades lúdicas são fundamentais no processo de construção do conhecimento. Para os PCN_S^+ (BRASIL, 2002, p. 56), "os jogos permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo".

Corroborando com as ideias dos PCN_S^+, Portanova (2005) diferencia jogos de brincadeiras. Para a autora, brincadeiras são atividades que não desafiam o estudante, sendo apenas um passatempo, enquanto os jogos possibilitam a superação de desafios. Assim, esta proposta de ensino possibilita mostrar ao aluno que a Matemática escolar não é uma ciência acabada e rígida, e que os jogos remetem à interação dos alunos com situações matemáticas apresentadas de forma diferenciada dos "problemas" trabalhados em geral na escola. Esperamos, por meio de situações problema, atividades e diferentes explorações, auxiliar professores e alunos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

BINGO DE DESAFIOS[1]

Este jogo visa a aprimorar conhecimentos relacionados a múltiplos e divisores de forma lúdica, bem como favorecer a tomada de decisão. Também podem ser exploradas as habilidades de cálculo mental e raciocínio lógico.

Conteúdos: múltiplos e divisores.

Público-alvo: Ensino Fundamental.

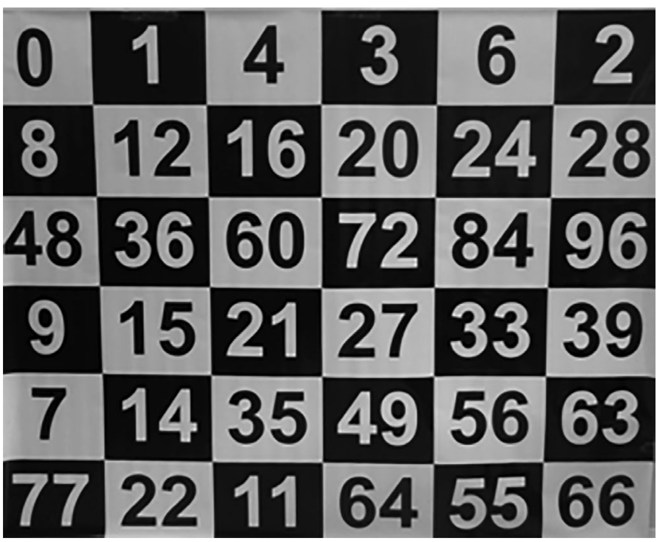
Organização da classe: duas a três equipes.

Recursos necessários: um tabuleiro.

Detalhamento do jogo

O jogo começa com a formação, no mínimo, de duas equipes. Sugere-se que um dos integrantes seja o "comandante", que tem a função de orientar os demais integrantes do grupo, buscando fazer boas jogadas e, consequentemente, maior pontuação. Iniciam-se as jogadas guiadas pelo professor que propõe uma pergunta, conforme Quadro 1.1, e os participantes, que são as peças do jogo, começam a se organizar sobre o tabuleiro (FIGURA 1.1) visando a respondê-la. Todos os participantes podem se posicionar nas casas vagas, nem todos os jogadores necessitam permanecer em uma casa, mas sem o posicionamento a equipe não pontua. É necessário ressaltar que cada casa pode ser ocupada por um único jogador. A cada acerto a equipe marca um ponto, e a cada erro perde dois pontos. Vence a equipe que tiver maior pontuação no somatório final.

Figura 1.1- Tabuleiro



Fonte: Das autoras, 2014.

1 Adaptado de uma oficina do VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.

Quadro 1.1 - Sugestões de questões para nortear as jogadas

Questões norteadoras	Respostas
Divisores de 12	1, 2, 3, 4, 6 e 12
Múltiplos de 3	3, 6, 9, 12, 15, 18,...
Divisores de 48	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 e 48
Múltiplos de 7	7, 14, 21, 28,...
Números primos até 10	2, 3, 5, 7
O maior divisor de 33	33
O menor divisor natural de um número	1
Múltiplos de 4	0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52,...
Número primo par	2
Números primos entre 1 e 100	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Fonte: Das autoras, 2014.

Boliche matemático

Este jogo pode ser utilizado para fixação do conteúdo de soma e subtração de números inteiros.

Conteúdo: operações com números inteiros.

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Organização da classe: em grupos de cinco componentes.

Recursos necessários: garrafas pet numeradas de 1 a 9 e uma bolinha conforme Figura 1.2.

Figura 1.2 – Foto do jogo

Fonte: Das autoras, 2014.

Detalhamento do jogo

Os alunos são separados em equipes e cada uma efetua cinco jogadas. A marcação dos pontos corresponde à soma dos pinos derrubados em cada jogada, que podem ser registrados no Quadro 1.2, cada equipe recebe um quadro. Para validar os pontos de cada rodada, a equipe deve acertar um problema proposto pelo professor. Vence a equipe que tiver maior pontuação.

Quadro 1.2 – Quadro para registro dos pontos

Jogadas	Número de pontos
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
Soma das rodadas	

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestões de problemas[1].

1) O desenho de um colégio foi feito na seguinte escala: cada 4 cm equivalem a 5 m. A representação ficou com 10 cm de altura. Qual é a altura real, em metros, do colégio?

a) 2,0
b) 12,5
c) 50,0
d) 125,0

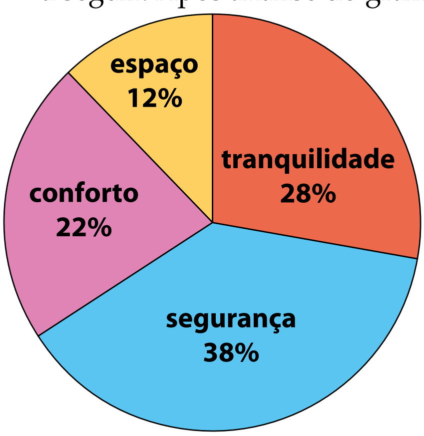
2) Foram distribuídos 120 cadernos entre as 20 crianças da 1ª série de uma escola. O número de cadernos que cada criança recebeu corresponde a que porcentagem do total de cadernos?

a) 5%
b) 10%
c) 15%
d) 20%

3) Os dois ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem:

a) 60° e 120°
b) 120° e 160°
c) 120° e 240°
d) 140° e 220°

4) Em uma pesquisa 2.673 pessoas entrevistadas responderam ao seguinte questionamento: O que leva as pessoas a se mudarem para os condomínios fechados fora das grandes cidades? As respostas foram organizadas no gráfico a seguir. Após análise do gráfico, pode-se afirmar que, aproximadamente:



a) 321 pessoas mudam devido ao conforto.
b) 588 pessoas mudam devido à tranquilidade.

1 Problemas retirados do banco de questões da Prova Brasil.

c) 749 pessoas mudam devido ao espaço.

d) 1.016 pessoas mudam devido à segurança.

5) Quantos quilogramas de sementes são necessários para semear uma área de 10 m x 24 m, observando a recomendação de aplicar 1 kg de semente por 16 m² de terreno?

a) 1/15

b) 1,5

c) 2,125

d) 15

6) Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria, saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou $\frac{6}{8}$ do caminho; Pedro $\frac{9}{12}$; Ana $\frac{3}{8}$ e Maria $\frac{4}{6}$. Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são:

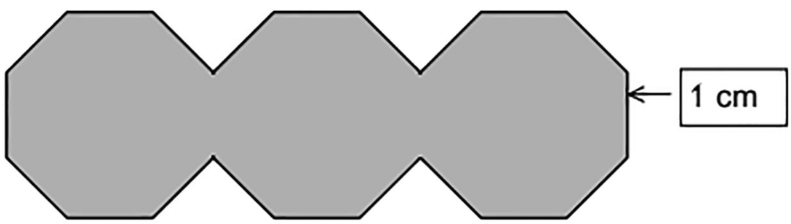
a) João e Pedro

b) João e Ana

c) Ana e Maria

d) Pedro e Ana

7) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens.



Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

a) 18 cm

b) 20 cm

c) 22 cm

d) 24 cm

8) Uma torneira desperdiça 125 ml de água durante uma hora. Quantos litros de água desperdiçará em 24 horas?

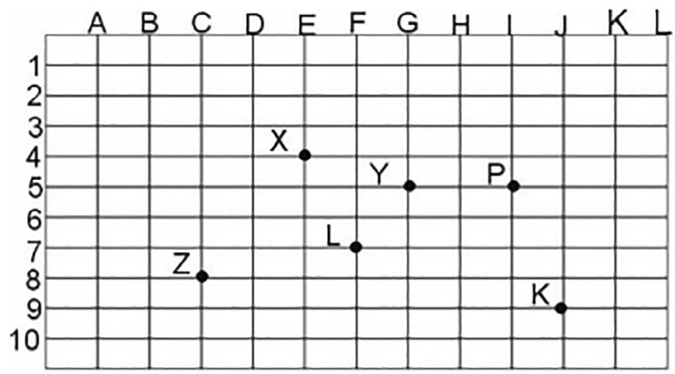
a) 1,5 L

b) 3,0 L

c) 15,0 L

d) 30,0 L

9) Observe a figura:



Legenda:
X - Teatro
K - Shopping
L - Quadra Poliesportiva
Z - Estádio de Futebol
P - Catedral
Y - Cinema

No esquema acima, estão localizados alguns pontos da cidade. A coordenada (5,G) localiza:

a) a catedral.
b) a quadra poliesportiva.
c) o teatro.
d) o cinema.

Jogo da velha humano

Este jogo pode ser utilizado para estimular a capacidade de trabalhar e pensar em grupo, o raciocínio lógico, a criação de estratégias e o desenvolvimento da noção espacial do aluno. Além disso, é possível utilizá-lo para introduzir conteúdos matemáticos, estabelecendo relações entre eles e as posições ocupadas pelos jogadores, as ações realizadas e a formação dos grupos.

Conteúdos: frações, matrizes, plano cartesiano, probabilidade, estatística e análise combinatória.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: grupos de três alunos.

Recursos necessários: nove cadeiras, três fitas vermelhas e três azuis.

Detalhamento do jogo

Para iniciar o jogo é necessário organizar nove cadeiras em três linhas e três colunas, no formato do tabuleiro do jogo da velha tradicional (FIGURA 1.3), como se representassem os quadrados que são preenchidos com “X” ou “O”. Participam do jogo dois grupos de cada vez, com os integrantes numerados de um a três. Cada integrante do grupo será uma peça do jogo e cada equipe utiliza uma cor de fita amarrada no braço para diferenciar-se. Inicia o jogo aquela que ganhar no “par ou ímpar”.

Os jogadores, obedecendo à ordem numérica e intercalando as equipes, posicionam-se no tabuleiro. Por exemplo, o jogador 1 da equipe vermelha posiciona-se no tabuleiro e, em seguida, o jogador 1 da equipe azul escolhe outra posição. Na sequência o jogador 2 da equipe vermelha joga, e assim sucessivamente. Vence o trio cujos integrantes sentados formarem coluna, linha ou diagonal.

Caso nenhuma das equipes consiga atingir o objetivo ao se posicionar no tabuleiro, o jogo continua e as peças começam a se movimentar na sequência inicial, devendo necessariamente trocar de posição e ocupar uma cadeira vaga. É importante destacar que não pode haver nenhum tipo de comunicação entre os integrantes durante o jogo, permitindo assim que cada um tenha autonomia de elaborar sua jogada. No entanto, antes de iniciar cada nova partida, o grupo pode prever estratégias.

Figura 1.3 – Esquema de montagem do tabuleiro com as nove cadeiras

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestões de atividades

Frações

Durante este jogo podem-se explorar noções fracionárias (terços, sextos, nonos, equivalência), por meio de questionamentos, como:

a) Qual é a fração que corresponde a uma linha (ou coluna) do tabuleiro?

b) Qual é a fração que corresponde a duas linhas (ou colunas) do tabuleiro?

c) Qual é a fração que representa a quantidade de cadeiras ocupadas? (pode ser feito em vários momentos do jogo, resultando em frações diferentes, das quais pode ser explorada a equivalência).

Matrizes

Por meio desse jogo é possível iniciar o estudo de matrizes, explorando as nomenclaturas de linhas, colunas, diagonais e a localização dos elementos. Antes de iniciar o jogo, nomear cada cadeira conforme a posição ocupada em relação à linha e à coluna c_{ij} (c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{31}, c_{32}, c_{33}) e cada jogador, antes de sentar-se, deverá anunciar o nome anteriormente atribuído à cadeira que deseja ocupar. Quando uma equipe completar o trio, será campeã se explicitar aos demais a sua formação (linha, coluna, diagonal principal ou diagonal secundária).

Localização gráfica

Este jogo pode ser utilizado durante o estudo do plano cartesiano, devendo o professor orientar quanto à posição dos eixos x e y no tabuleiro. Assim, ao posicionar-se, o jogador deverá anunciar o par ordenado que compõe a posição da cadeira [(0,0), (1,0), (2,0), (0,1), (1,1), (2,1), (0,2), (1,2), (2,2)].

Estatística

Durante as disputas, dispor os dados referentes ao número de vitórias de cada equipe em uma tabela. Em seguida, construir diferentes gráficos (de barras para representar a quantidade e de setores para a porcentagem) que a represente. A construção pode ser manual ou utilizando ferramentas computacionais (Word, Excel, Geogebra,...).

Análise combinatória

Este jogo constitui-se em uma oportunidade para a introdução de conceitos de análise combinatória. Considerando o total de alunos da turma, é possível estudar quantos trios diferentes podem ser formados. Inicialmente propor que os alunos tentem descobrir e, em seguida, demonstrar com um número reduzido de alunos, por meio da árvore de possibilidades, e apresentar o conceito de combinação simples e a forma de calcular.

Com os trios formados, elaborar coletivamente, no quadro, a árvore das possibilidades, para organizar a disputa por chaves ou de forma que cada equipe enfrente todas as demais na primeira fase, verificando assim, o total de partidas e introduzindo o conceito do Princípio Fundamental da Contagem.

Probabilidade

Considerando a quantidade de times envolvidos na disputa, explorar a probabilidade de determinado time ser 1º, 2º ou 3º colocado.

Identificando as funções[1]

Este jogo pode ser utilizado para relacionar as funções lineares, quadráticas e exponenciais com os seus respectivos gráficos ou, ainda, como revisão desses conteúdos.

Conteúdos: funções lineares, quadráticas e exponenciais.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Organização da classe: em dois grandes grupos.

Recursos necessários: cartelas com a impressão dos gráficos e das funções.

Detalhamento do jogo

O jogo é constituído por 48 peças, dos quais 24 são cartelas com gráficos e as demais com leis de funções (FIGURA 1.4). As cartelas com gráficos são fixadas na parede de forma visível. Os alunos, divididos em duas equipes, posicionam-se em colunas e o primeiro jogador de cada coluna recebe uma cartela contendo uma lei de função. Ele deve socializá-la com sua equipe buscando relacionar a função recebida ao gráfico, juntando as duas cartelas para posterior conferência. O jogo segue com o próximo integrante de cada equipe, e assim sucessivamente, até o término das cartelas. Vence o jogo a equipe que tiver o maior número de gráficos e funções relacionadas corretamente.

Sugestões de atividades[2]

1) Construir os gráficos das funções y = x, y = 4x e y = 5x no mesmo plano cartesiano e responder:

a) Qual o coeficiente angular em cada caso?

b) Qual o efeito que causa no gráfico ao variarmos o valor do coeficiente angular?

2) Construir os gráficos das funções y = x, y = x + 2, y = x + 5 e y = x – 3 no mesmo plano cartesiano e responder:

a) Qual o coeficiente linear de cada uma das funções?

b) Qual o efeito que causa no gráfico ao variarmos o valor do coeficiente linear?

c) Qual o ponto de intersecção com o eixo y em cada uma das funções? Qual a relação entre esse ponto e o valor do coeficiente linear?

3) Construir os gráficos das funções y = x + 2, y = x + 5 e y = -x + 3 e y = -x + 4 no mesmo plano cartesiano e responder:

a) Com valores positivos no coeficiente angular, o que podemos observar?

---

1 Adaptado de uma oficina do VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.

2 Atividades adaptadas do site: https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/Trabalhando_funcoes_com_os_Softwares_GRAPHMATIC_eou_WINPLOT.pdf.

b) Com valores negativos no coeficiente angular, o que podemos observar?

4) Observar o gráfico da função y = 2x + 1 e completar os espaços vazios:

a) a função é ____________ (crescente ou decrescente), pois a___0 (<, > ou =).

b) intercepto em y (0,___).

c) intercepto em x (raízes):______________________

5) Com base nas atividades 1 a 4 e nos gráficos das funções lineares do jogo, em conjunto com os alunos, elaborar um quadro resumo que permite traçar o esboço de um gráfico de função linear.

6) Construir os gráficos das funções $y = x^2$ e $y = -x^2$ no mesmo plano cartesiano e responder:

a) Qual o coeficiente ***a*** em cada caso?

b) Com valores positivos do coeficiente ***a***, o que podemos observar?

c) Com valores negativos do coeficiente ***a***, o que podemos observar?

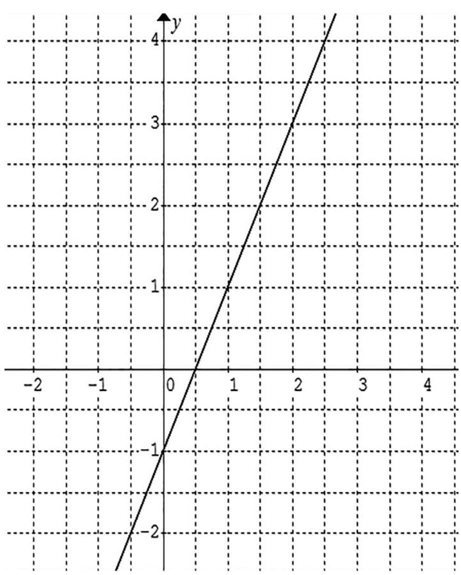
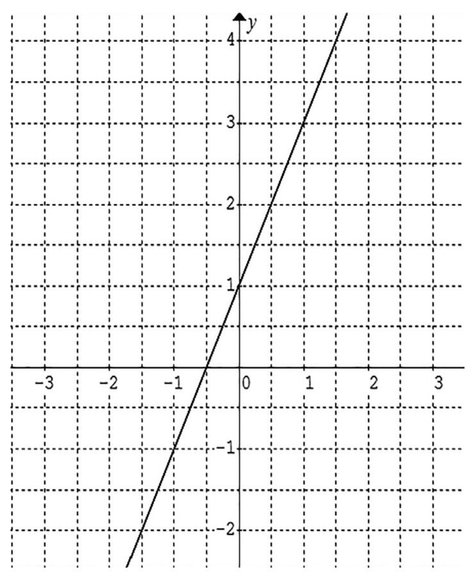
7) Construir os gráficos das funções $y = x^2$ e $y = 2x^2$ e $y = 3x^2$ no mesmo plano cartesiano e responder:

a) Qual o coeficiente angular em cada caso?

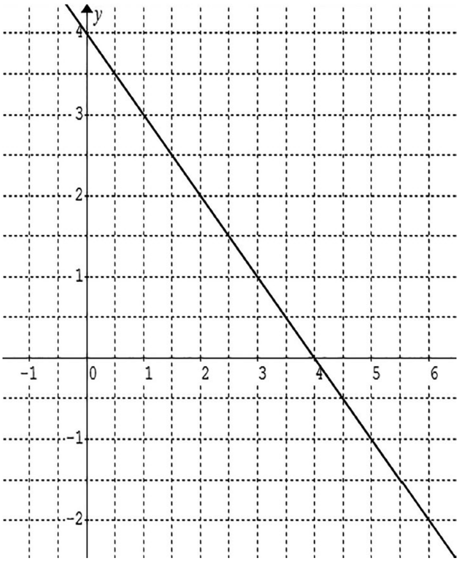
b) Qual o efeito que causa no gráfico ao variarmos o valor do coeficiente angular?

8) Com base nas atividades 6 e 7, observar os gráficos das funções quadráticas do jogo, em conjunto com os alunos, e elaborar um quadro resumo que permite fazer o esboço de um gráfico de função quadrática.

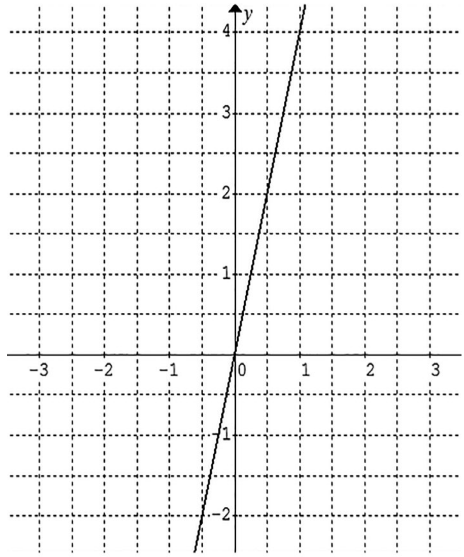
Figura 1.4 – Cartelas que compõem o jogo

y = 2x-1	y = 2x+1
	

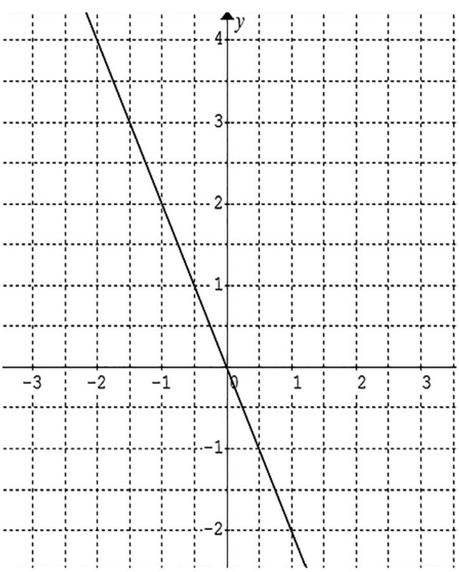
$y = -x+4$



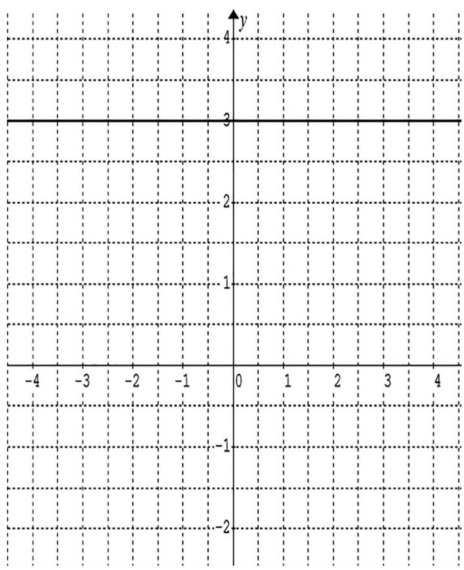
$y = 4x$

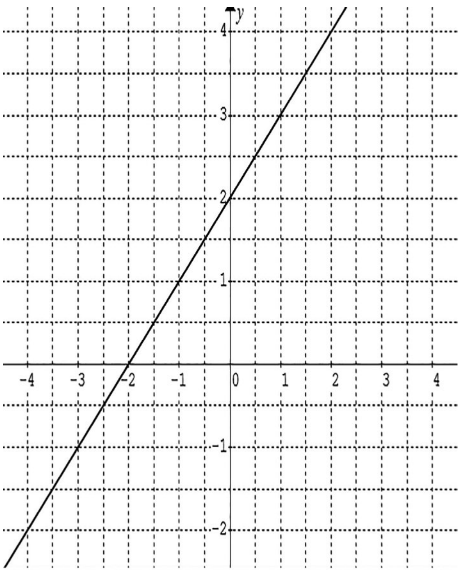
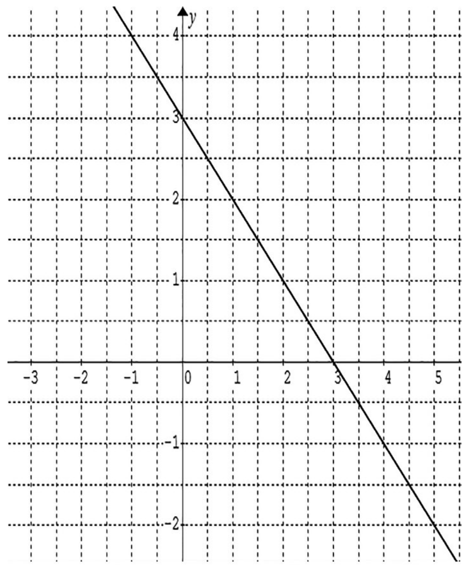


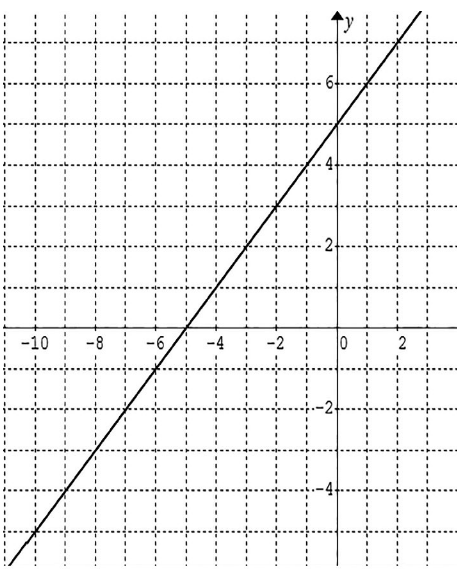
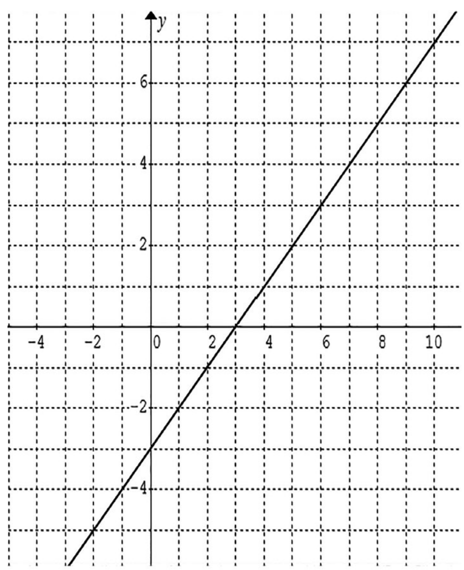
$y = -2x$



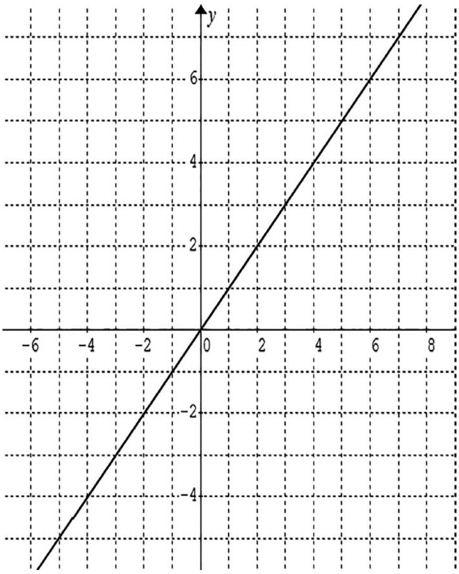
$y = 3$



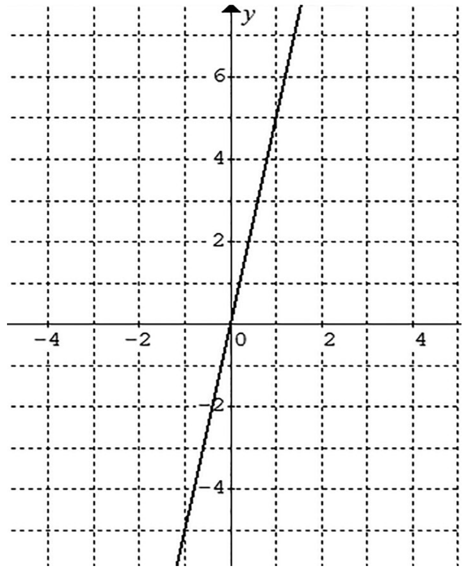
$y = x+2$	$y = -x+3$
	

$y= x+5$	$y = x-3$
	

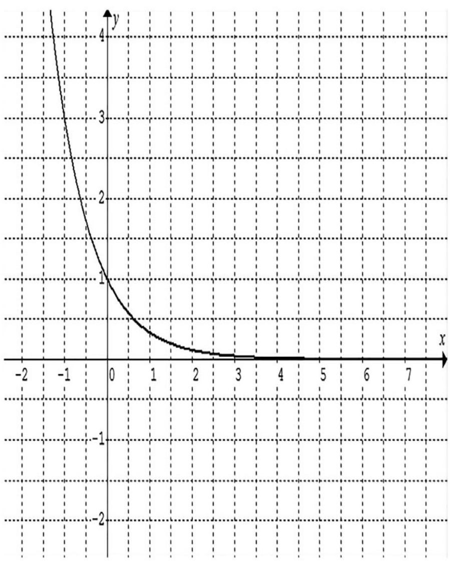
$y = x$



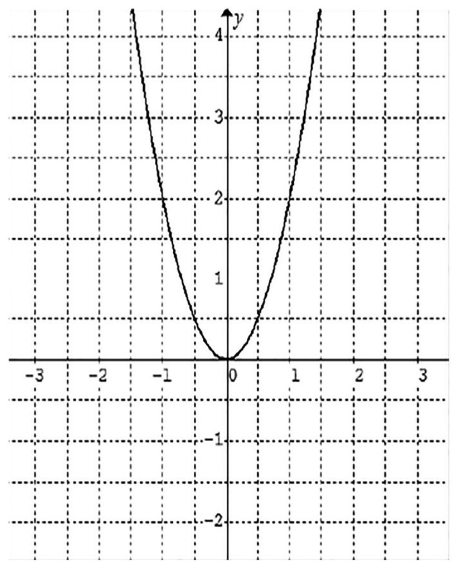
$y = 5x$

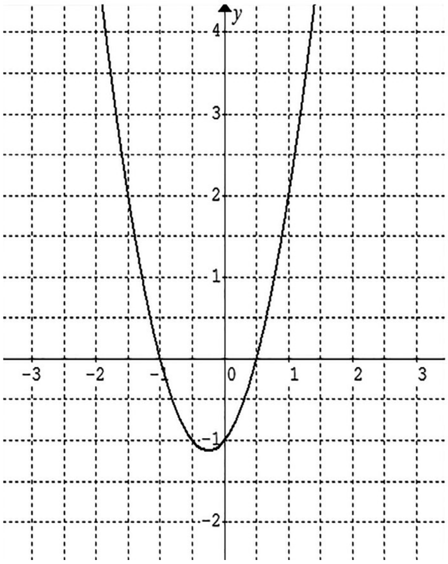
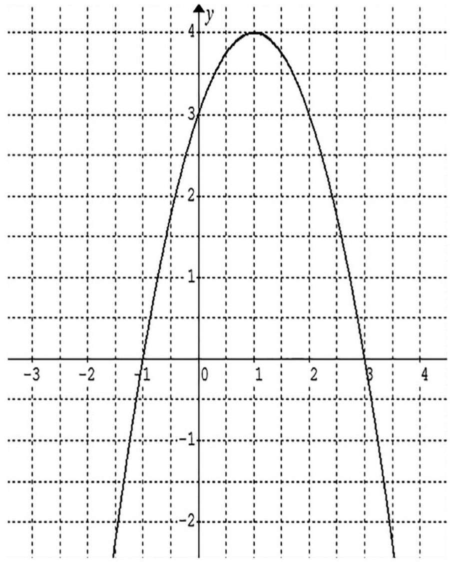


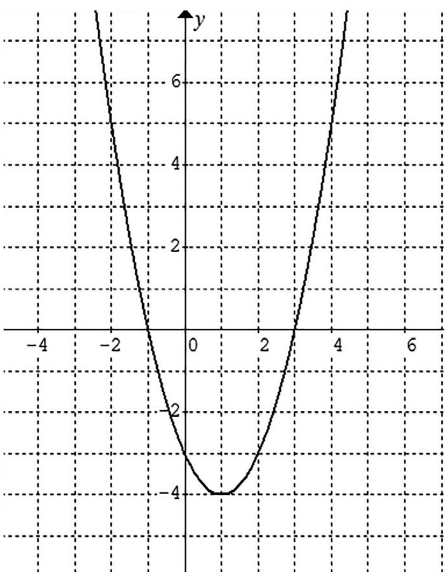
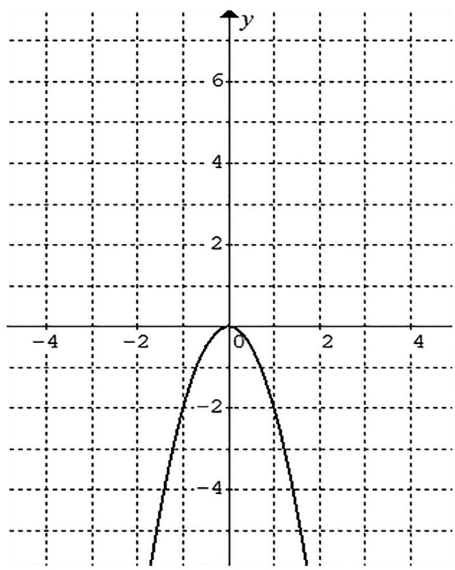
$y = 3^{-x}$

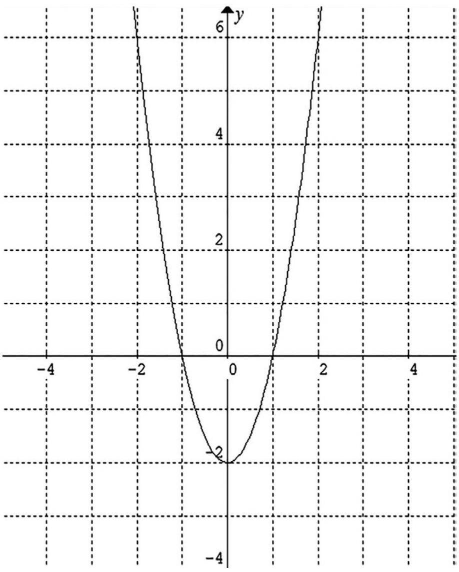
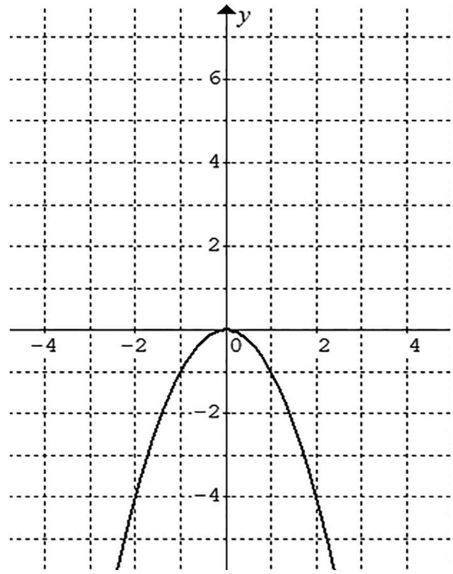


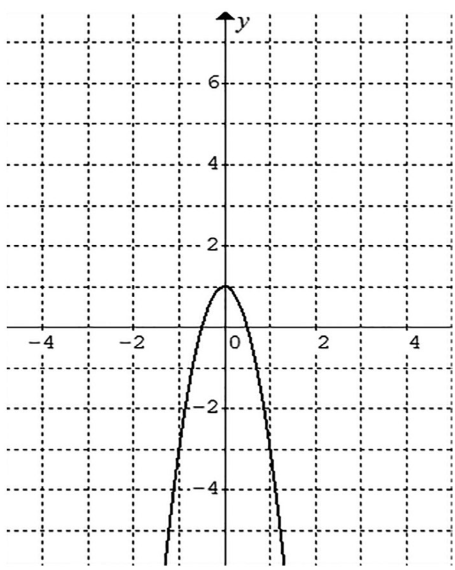
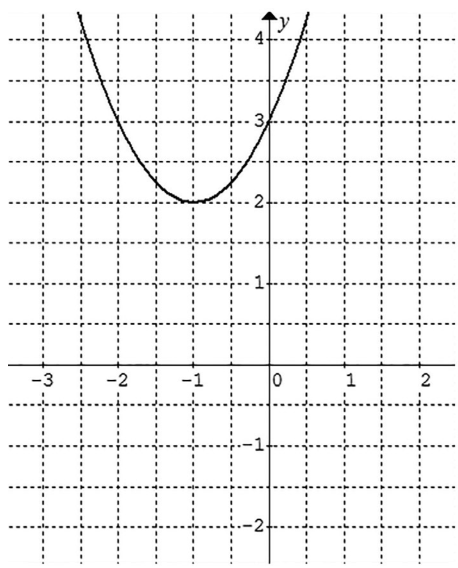
$y = 2x^2$

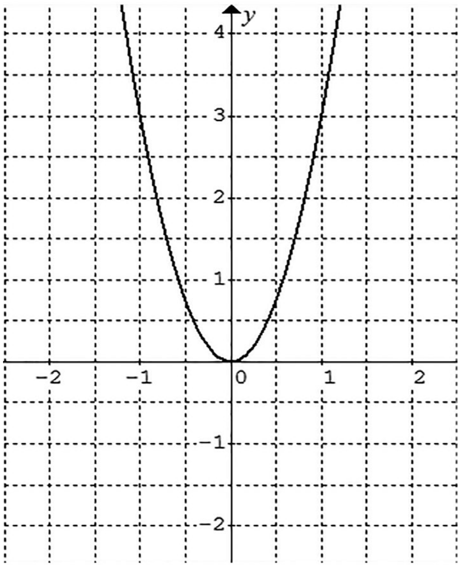
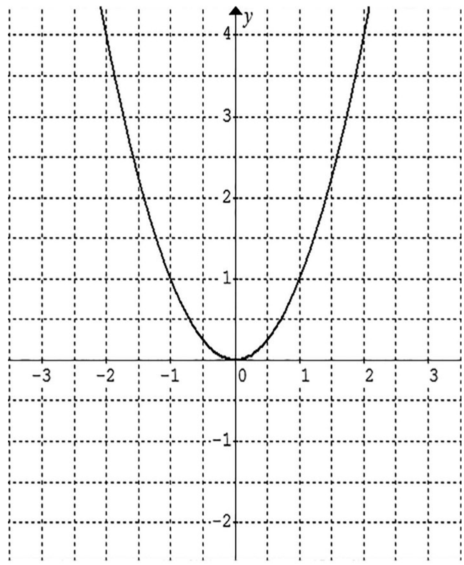


$y = 2x^2 + x - 1$	$y = -x^2 + 2x + 3$
	

$y = x^2 - 2x - 3$	$y = -2x^2$
	

$y = 2x^2 - 2$	$y = -x^2$
	

$y = -4x^2 + 1$	$y = x^2 + 2x + 3$
	

$y = 3x^2$	$y = x^2$
	

Fonte: Das autoras com utilização do Graphmática, 2014.

Vestindo a matemática dos números decimais[1]

Este jogo pode auxiliar na compreensão dos números inteiros, decimais e frações de forma lúdica e cooperativa, estimulando o raciocínio lógico e a interação.

Conteúdos: números decimais e frações.

Público-alvo: Ensino Fundamental.

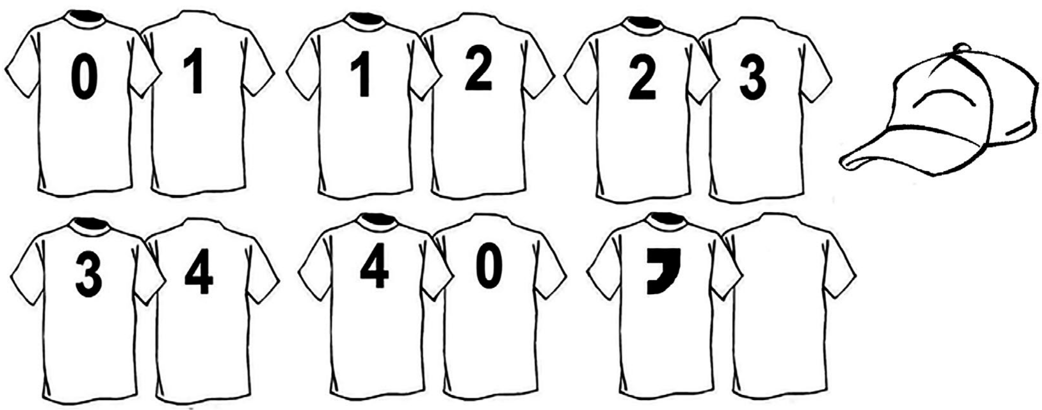
Organização da classe: equipes com sete participantes.

Recursos necessários: bonés e camisetas identificadas com números e símbolos.

Detalhamento do jogo

Montam-se duas equipes e distribuem-se um conjunto com camisetas e bonés entre os participantes (FIGURA 1.5). Um jogador de cada equipe recebe um boné com o símbolo da dízima periódica, outro, uma camiseta com o símbolo da vírgula e os demais vestem as camisetas com números de zero a quatro, sendo cada uma delas numeradas na frente e nas costas, conforme Figura1.5.

Figura 1.5 – Representação das camisetas do jogo



Fonte: Das autoras, 2014.

O professor inicia o jogo propondo um desafio às equipes, conforme o Quadro 1.3. A partir disso, todos os integrantes posicionam-se a fim de formar um número que satisfaça o desafio proposto. A equipe que concluir a tarefa em menor tempo e corretamente marca dois pontos, enquanto as demais recebem apenas um ponto. Aquelas que não obtiverem êxito na execução da atividade têm como pontuação menos um. A primeira equipe a somar 20 pontos é a vencedora.

Como sugestão o professor poderá propor às equipes que escolham um líder para orientar os jogadores nas atividades.

1 Adaptado de uma oficina do VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.

Quadro 1.3 – Desafios sugeridos

Desafios sugeridos	
1	O menor número entre 1 e 2
2	O maior número entre 0 e 1
3	O menor número maior que 1
4	O maior número possível (FIGURA 1.6)
5	O menor número possível
6	O menor número entre 100 e 200
7	O maior número entre 40 e 199
8	O maior número entre 1,2 e 3,8
9	O menor número entre 0,23 e 2,40
10	O maior número entre 423,1 e 577,6

Fonte: Das autoras, 2014.

Figura 1.6 – Representação do maior número possível.

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestões de atividades

1) Completar o quadro desconsiderando a dízima periódica:

Registro das jogadas	**Valor por extenso**	**Fração decimal**
4432,1	Quatro mil, quatrocentos e trinta e dois inteiros e um décimo	$\frac{44321}{10}$

2) Completar o quadro decompondo os números registrados no quadro anterior, considerando a dízima periódica.

Milhar	Centena	Dezena	Unidade	Décimo	Centésimo	Milésimo	Milionésimo
4	4	3	2	1	1	1	1

3) Elaborar em cada equipe um problema matemático envolvendo alguns dos resultados encontrados no jogo, considerando ou não a dízima periódica. Resolver e trocar com outra equipe para solucioná-lo.

Mão no joelho, boca fechada e cabeça pensando

Este jogo visa a estimular o raciocínio lógico, a capacidade de organização, concentração, atenção e socialização, bem como aperfeiçoar a coordenação motora.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: alunos dispostos em círculo.

Recursos necessários: cadeiras.

Detalhamento do jogo

Propor aos alunos sentarem em círculo, conforme Figura 1.7, colocando a mão direita no joelho esquerdo do colega à direta e a mão esquerda no joelho direito do colega à esquerda. Escolhe-se um aluno para iniciar o jogo, o qual deve bater de leve a mão direita ou esquerda no joelho do colega, considerando a direção combinada previamente. O jogo segue com batidas sucessivas obedecendo a sequência em que as mãos estão dispostas no círculo. O aluno que erguer a mão ou bater antes da sua vez deve tirar essa mão do jogo, posicionando-a atrás do corpo e, quando "perder" a outra mão, retira-se do círculo. Quando um dos jogadores bater duas vezes sobre o joelho do colega, inverte-se o sentido para o qual ocorrem as batidas. Contudo, isso pode ocorrer somente após a segunda volta. São considerados vencedores os dois jogadores que permanecerem até o final do jogo.

Figura 1.7 – Demonstração da posição dos jogadores

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestão de atividade

Após a realização de algumas rodadas do jogo, pode-se refletir e analisar com os alunos sobre as habilidades indispensáveis para que se tenha êxito no jogo e nas aulas de Matemática.

CAPÍTULO 2

DOBRANDO E DESDOBRANDO A MATEMÁTICA

Giane Maris Eidelwein

Liziane Cristine Sonda Zenere

Marli Radavelli Griebeler

Salete Martini

Meise Evelyn Morgenstern

Maria Madalena Dullius

O uso de recursos pedagógicos é uma alternativa que pode contribuir para o aprendizado, pois propicia ao aluno situações concretas, experiências lógico-matemáticas, além de ser uma proposta alternativa em relação à tradicional forma de ensinar, facilitando a assimilação de certos conceitos matemáticos.

Dessa forma, torna-se relevante um trabalho voltado ao estudo da geometria relacionado ao cotidiano do aluno, favorecendo assim uma percepção matemática do mundo em que vive. Corroborando com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002), a geometria constitui-se uma área importante para demonstrar e visualizar partes do mundo real, estimulando a observação, a identificação de semelhanças, diferenças e regularidades. "O aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas".

A abordagem do tangram, fractais e origamis no ensino da geometria constitui-se objeto de estudo deste capítulo, visando a explorar relações notáveis da Matemática, facilitar o processo de aprendizagem de forma lúdica e inovadora, com perspectiva interdisciplinar.

FRACTAIS[1]

Esta atividade visa a explorar a construção de fractais, estudando relações numéricas de seus elementos nas iterações sucessivas. Pode-se também fazer uso do senso estético, do belo, captando a atenção do educando pela visualização dos mesmos e trabalhando relações notáveis da Matemática. Facilita o processo de aprendizagem de forma lúdica e inovadora, com perspectiva interdisciplinar.

Conteúdos: noções de geometria plana e espacial, função exponencial, potenciação, contagem, progressões e álgebra/generalizações.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: individual ou grupo.

Recursos necessários: papel dobradura ou sulfite, lápis preto e colorido, régua, transferidor, compasso e tesoura.

Detalhamento da atividade

Inicialmente é importante realizar com os alunos uma reflexão prévia sobre as limitações da Geometria Euclidiana, ressaltando a necessidade e a importância de conhecer e explorar a Geometria Fractal. Essa reflexão pode partir de uma atividade que relacione objetos do cotidiano ou da natureza com figuras geométricas euclidianas conhecidas, o que permitirá perceber que nem sempre essa relação é possível. Na sequência, explora-se com os alunos a beleza dos fractais por meio de imagens apresentadas utilizando o projetor multimídia ou vídeo, bem como a construção e as propriedades de fractais exatos.

Sugestões de atividades

1) Construção de uma árvore fractal

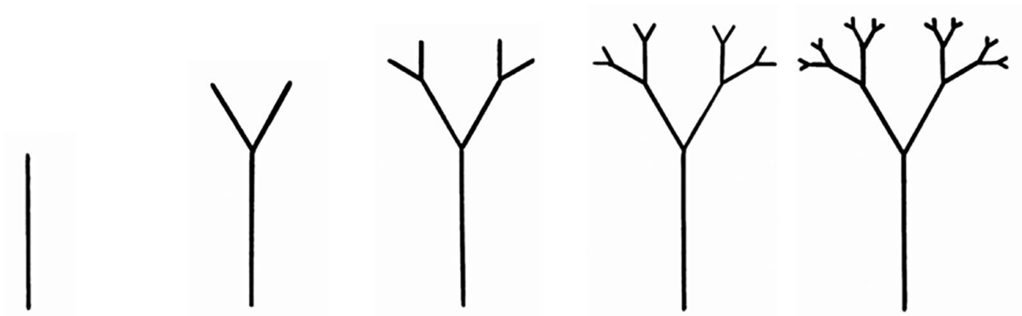
a) Desenhar um segmento de reta vertical de 6 cm (podendo ser definida com os alunos).

b) Traçar uma bifurcação central de ângulo $\theta = 60^{\circ}$. Os segmentos dessa bifurcação devem ser com medida igual à metade do comprimento anterior. Segue um modelo de construção de uma árvore fractal, conforme Figura 2.1.

c) Repetir a regra "b" fazendo quatro iterações.

1 Fractais (do latim fractus, fração, quebrado) são figuras de uma geometria, elaborada pelo matemático polonês Benoit Mandelbrot, diferente da que estudamos convencionalmente nas escolas (a Geometria Euclidiana). Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais com a presença de características semelhantes ao objeto original. Fonte: HARTUNG, G.E.; MEIRELLES, R. Fractais. **Portal do Professor**, 2011. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28533> Acesso em: 28 jan. 2014.

Figura 2.1 – Árvore fractal



Fonte: Nicolini e Bergmann, 2010.

d) Explorar a construção e preencher o Quadro 2.1:

Quadro 2.1 – Quadro de iterações

Iterações	**Segmentos da iteração**	**Total de segmentos**
0	1	1
1	2	3

Fonte: Das autoras, 2014.

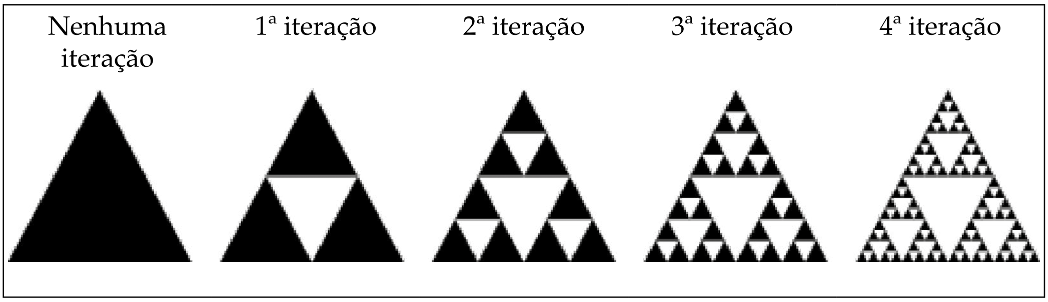
2) Construção do Triângulo de Sierpinski[2]

Construir um triângulo equilátero (sugestão 16 cm de lado).

a) Assinalar o ponto médio em cada lado do triângulo inicial.
b) Construir segmentos de reta unindo os pontos médios.
c) Colorir o triângulo central.
d) Nos triângulos não pintados, repetir o mesmo processo, marcando o ponto médio de cada um de seus lados e construindo segmentos para unir esses pontos, e assim sucessivamente.
e) Fazer quatro iterações. Na Figura 2.2, segue um modelo de Triângulo de Sierpinski.

2 Modelo de triângulo criado por Waclaw Sierpinski, matemático polonês, em 1915.

Figura 2.2 – Modelo de Triângulo de Sierpinski



Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

f) Explorar e completar o Quadro 2.2 após a realização de cada iteração.

Quadro 2.2 – Número de iterações do modelo de Triângulo de Sierpinski

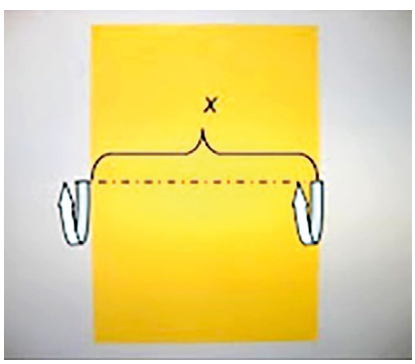
Iterações	**Total de Δ da iteração**	**N° de Δ pintados**	**N° de Δ não pintados**	**Área total**	**Perímetro**
0	1	0	1	1	3
1	4	1	3	3/4	9/2
2					
3					
4					
n					

Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

3) Construção do cartão fractal Degraus Centrais[3]

a) Dobrar uma folha de papel ao meio, ao longo de sua altura, conforme Figura 2.3.

Figura 2.3 - Primeiro passo para a construção do fractal

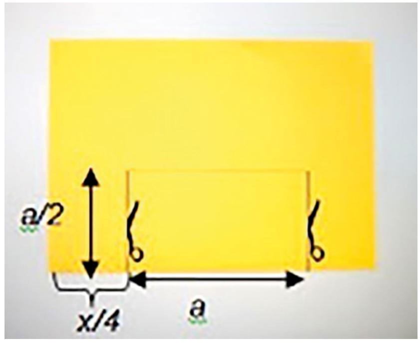


Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

3 Adaptado de: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf.

b) Fazer dois cortes verticais simétricos, de acordo com a Figura 2.4.

Figura 2.4 - Segundo passo



Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

c) Dobrar o retângulo formado para cima, fazendo um vinco, conforme Figura 2.5.

Figura 2.5 - Terceiro passo

Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

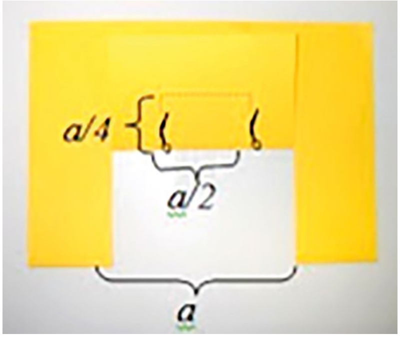
d) Retornar à posição inicial, puxando o centro da figura, de acordo com a Figura 2.6.

Figura 2.6 - Primeiro degrau

Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

e) A fim de obter as próximas iterações, proceder da mesma forma, contudo em uma escala menor, ou seja, apenas na região dobrada, em conformidade com a Figura 2.7.

Figura 2.7 - Corte para o segundo degrau



Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

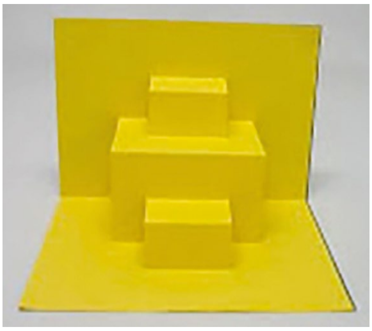
f) Dobrar o retângulo para cima fazendo um vinco na dobra, de acordo com a Figura 2.8.

Figura 2.8 - Construção do segundo degrau

Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

g) Voltar o retângulo dobrado para a posição inicial e puxar a figura em relevo conforme Figura 2.9.

Figura 2.9 – Segundo degrau

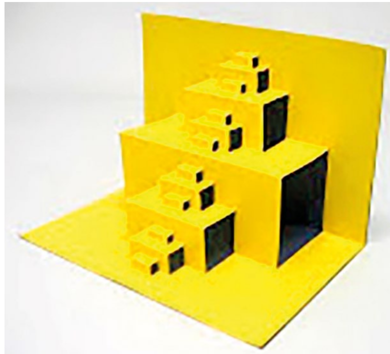


Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

CAPÍTULO 2

h) Para obter mais iterações, repete-se o processo como mostra a Figura 2.10

Figura 2.10 – Fractal com quatro iterações



Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

i) Explorar e calcular o número de degraus de cada iteração, preenchendo o Quadro 2.3.

Quadro 2.3 - Quadro de iterações

Iterações	Número de degraus	Número total de degraus
1		
2		
3		
4		
N		

Fonte: http://www.leoakio.com/wa_files/fractais_20no_20ensino_20fundamental.pdf

Nesta atividade também é possível identificar as formas geométricas obtidas com as dobras e os cortes, estimando suas medidas e calculando perímetros e áreas.

ORIGAMI

Os origamis são diferentes formas de dobraduras de origem japonesa que podem ser utilizados em atividades que exploram diversos conteúdos matemáticos. Favorecem o desenvolvimento da coordenação motora, habilidades artísticas e cognitivas de maneira lúdica e criativa.

Conteúdos: geometria, semelhança, simetria, números decimais, frações, entre outros.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: individual.

Recursos necessários: folhas de papel colorido.

Detalhamento da atividade

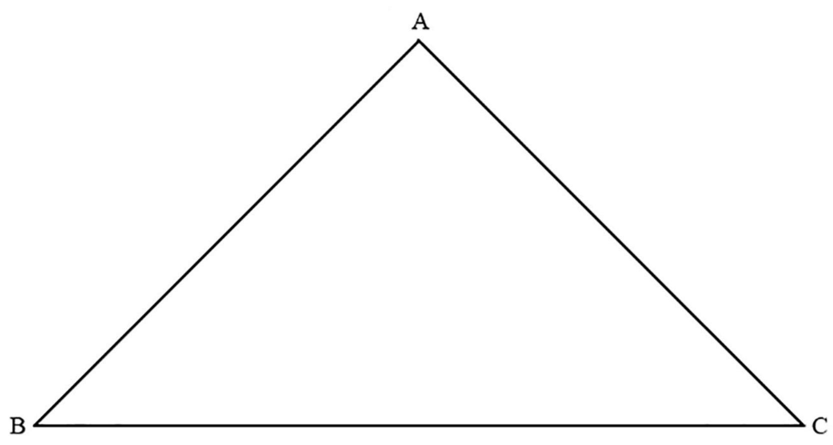
Primeiramente realizar com os alunos uma reflexão prévia sobre a história do origami, bem como verificar e fixar conceitos elementares da Geometria Plana. O objetivo da atividade é construir e explorar diferentes dobraduras.

Sugestões de atividades

1) A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

a) Recortar um triângulo qualquer em um pedaço de papel. Designar por uma letra o vértice com o ângulo de maior amplitude, no caso A, e por outras duas letras os demais vértices, no caso B e C, conforme Figura 2.11.

Figura 2.11 – Triângulo ABC

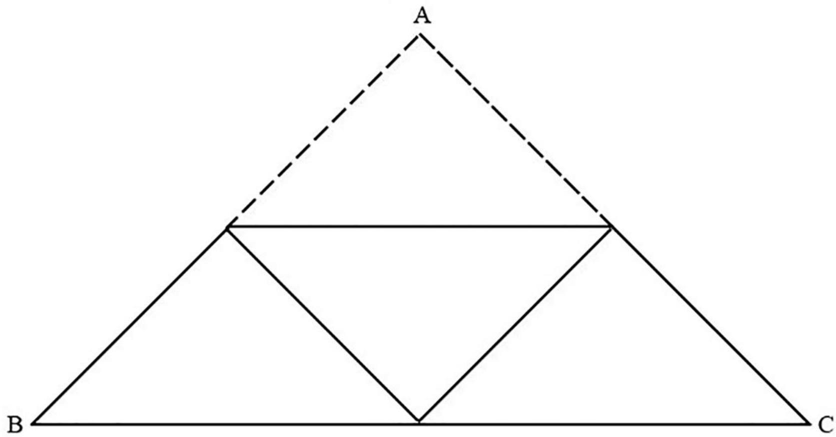


Fonte: Das autoras, 2014.

CAPÍTULO 2

b) Sobrepor o vértice A ao lado *BC* e dobrar uma reta paralela a *BC*, conforme a Figura 2.12.

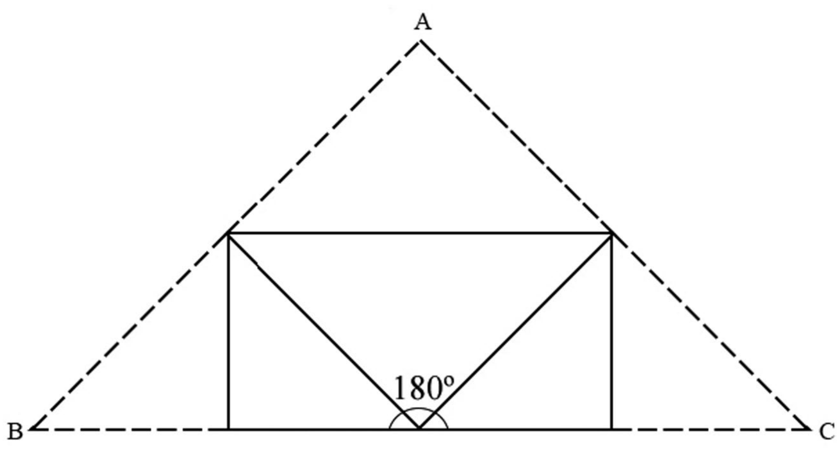
Figura 2.12 – Primeira dobra



Fonte: Das autoras, 2014.

c) Juntar os vértices B e C ao vértice A, conforme a Figura 2.13.

Figura 2.13 – Segunda dobra



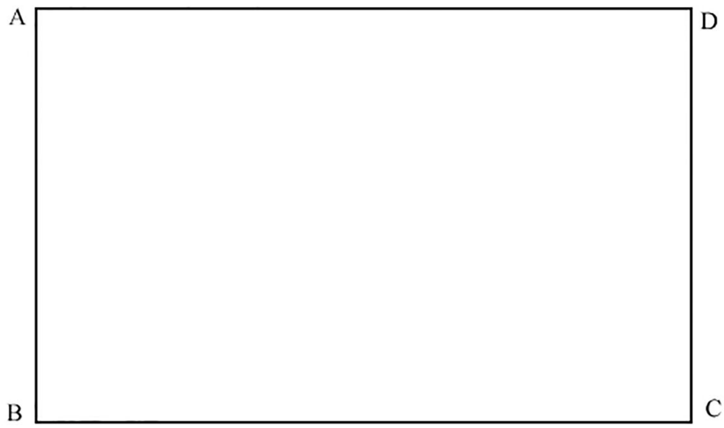
Fonte: Das autoras, 2014.

Forma-se assim um ângulo raso, cuja amplitude é de 180º, como demonstrado na Figura 2.13.

2) Quadrado

a) A dobradura de um quadrado é importante para o desenvolvimento da maioria dos modelos de Origami. Considerar, então, um papel retangular (FIGURA 2.14) observando os passos das próximas figuras.

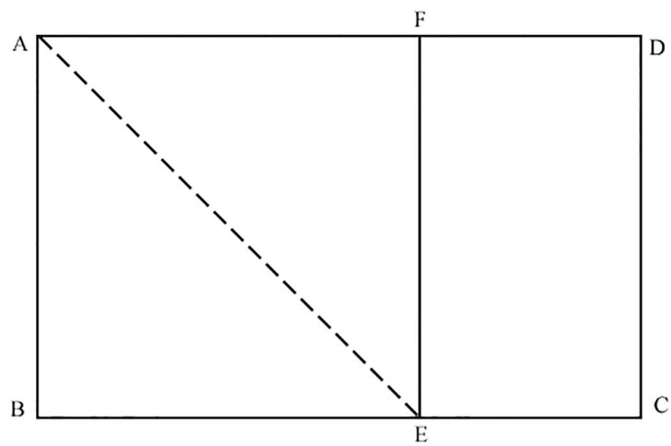
Figura 2.14 – Retângulo ABCD



Fonte: Das autoras, 2014.

b) Dobrar o vértice A de maneira que o lado *AB* fique sobreposto ao lado *BC* e o vértice B seja dividido ao meio, conforme Figura 2.15.

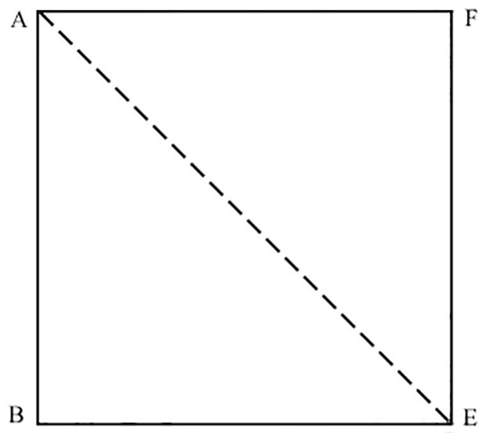
Figura 2.15 – Retângulo ABCD



Fonte: Das autoras, 2014.

c) Recortar o lado *EF*, sendo ABEF um quadrado, como mostra a Figura 2.16.

Figura 2.16 – Quadrado ABEF



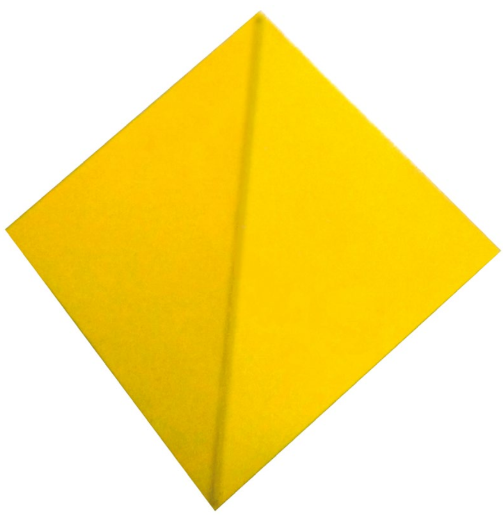
Fonte: Das autoras, 2014.

d) Por meio desse quadrado ABEF é possível confeccionar vários origamis.

3) *Tsuru* ou pássaro da sorte

a) Seguir os passos da atividade 2. Dobrar o quadrado ao meio por uma das diagonais, de acordo com a Figura 2.17.

Figura 2.17 – Triângulo



Fonte: Das autoras, 2014.

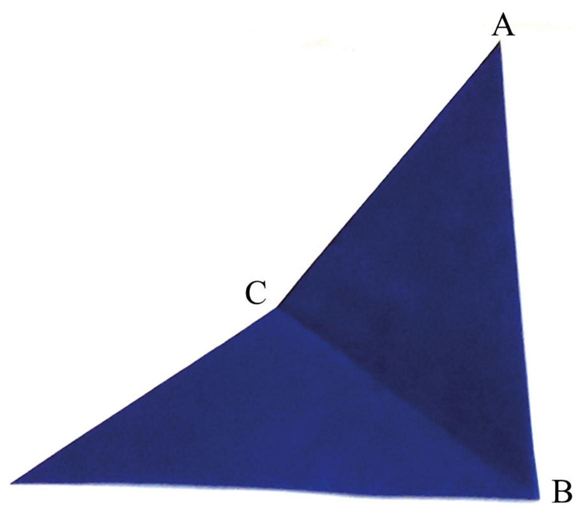
b) Dobrar novamente ao meio, segundo a Figura 2.18

Figura 2.18 – Triângulo dobrado ao meio

Fonte: Das autoras, 2014.

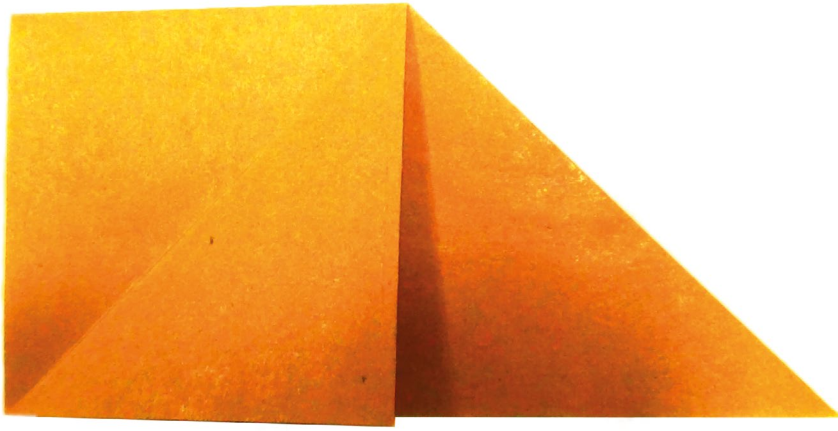
c) Abrir a última dobra, segurar no centro C (FIGURA 2.19), puxar o vértice A, abrindo a dobradura até o vértice B, formando um quadrado (FIGURA 2.20).

Figura 2.19 – Dobradura indicando o centro C



Fonte: Das autoras, 2014.

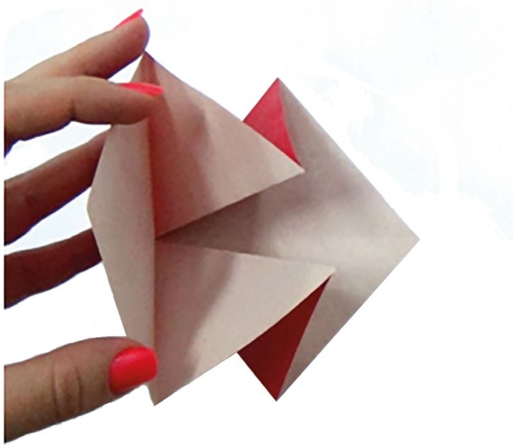
Figura 2.20 – Dobradura 1



Fonte: Das autoras, 2014.

d) Repetir o mesmo procedimento com o outro vértice, formando um novo quadrado, de acordo com a Figura 2.21 e Figura 2.22.

Figura 2.21 - Dobradura 2



Fonte: Das autoras, 2014.

Figura 2.22 – Quadrado

Fonte: Das autoras, 2014.

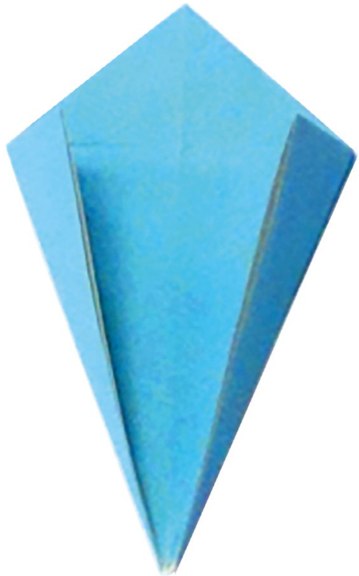
e) Deixar o lado aberto para cima e dobrar as laterais em direção à linha central, como mostra a Figura 2.23.

Figura 2.23 – Dobradura das laterais

Fonte: Das autoras, 2014.

f) Repetir o mesmo procedimento com a outra lateral para ficar semelhante à Figura 2.24.

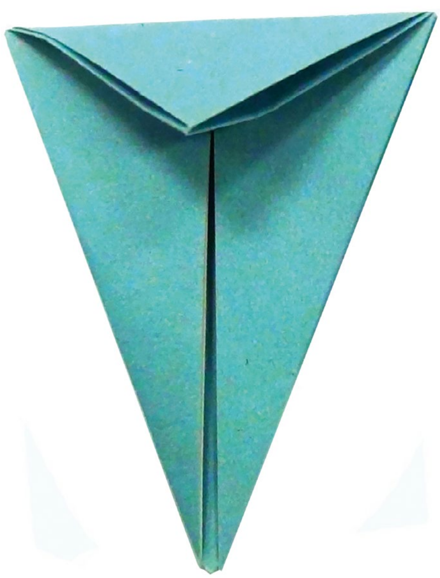
Figura 2.24 – Dobra das laterais



Fonte: Das autoras, 2014.

g) Dobrar o bico para baixo como retrata a Figura 2.25.

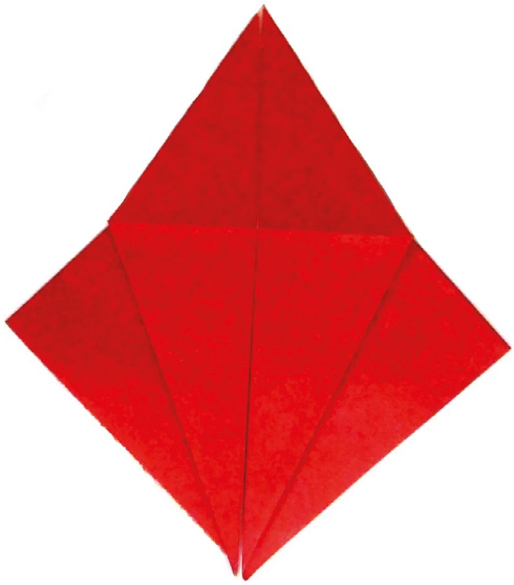
Figura 2.25 – Construção do bico



Fonte: Das autoras, 2014.

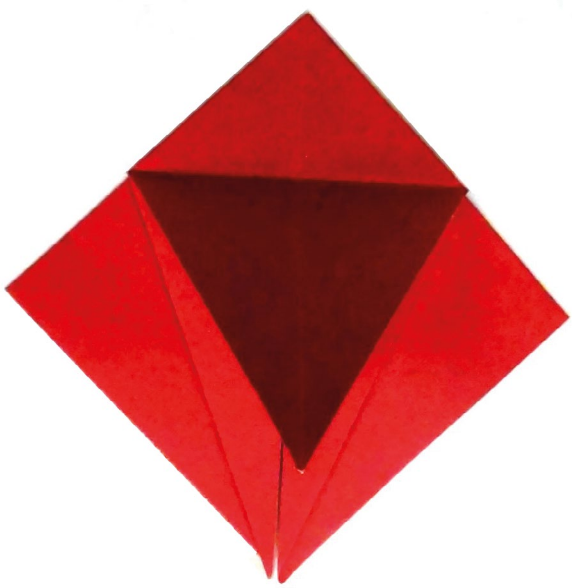
h) Virar o papel para o outro lado e abrir ambas as laterais. Após, puxar a ponta aberta para baixo, formando um losango (FIGURA 2.26). Repetir o processo com o outro lado, conforme Figura 2.27.

Figura 2.26 – Losango 1



Fonte: Das autoras, 2014.

Figura 2.27 – Losango 2



Fonte: Das autoras, 2014.

i) Levantar a aba e dobrar as laterais para dentro usando as marcas, desfazendo um dos lados do losango, de acordo com a Figura 2.28.

Figura 2.28 – Dobras laterais

Fonte: Das autoras, 2014.

j) Repetir o processo "i" com o outro lado. Escolher uma das pontas e fazer uma dobra interna para que seja o bico do pássaro. Dobrar uma das pontas ainda intacta para formar a asa do *Tsuru*. Conferir Figura 2.29.

Figura 2.29 – Finalizando o *Tsuru*

Fonte: Das autoras, 2014.

k) Repetir o processo para fazer a outra asa e seu Pássaro da Sorte estará pronto. Conferir Figura 2.30.

Figura 2.30 – *Tsuru*

Fonte: Das autoras, 2014.

Tangram

Este jogo pode ser utilizado para reconhecer, comparar, descrever, classificar e construir diferentes figuras geométricas, bem como desenvolver noções de área, equivalência de frações e estimular o raciocínio lógico.

Conteúdos: frações e geometria plana.

Público-alvo: Ensino Fundamental.

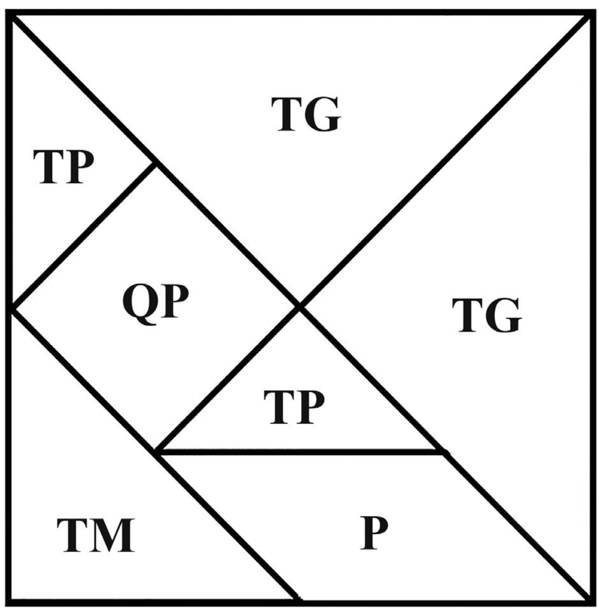
Organização da classe: individual ou em grupos.

Recursos necessários: papel dobradura ou sulfite, régua, transferidor, compasso e tesoura.

Detalhamento do jogo

O Tangram é um quebra-cabeça constituído de sete peças geométricas planas: um Quadrado QP, um Paralelogramo P e cinco Triângulos (dois Grandes TG, dois Pequenos TP e um Médio TM), como mostra a Figura 2.31.

Figura 2.31 – Tangram



Fonte: Das autoras, 2014.

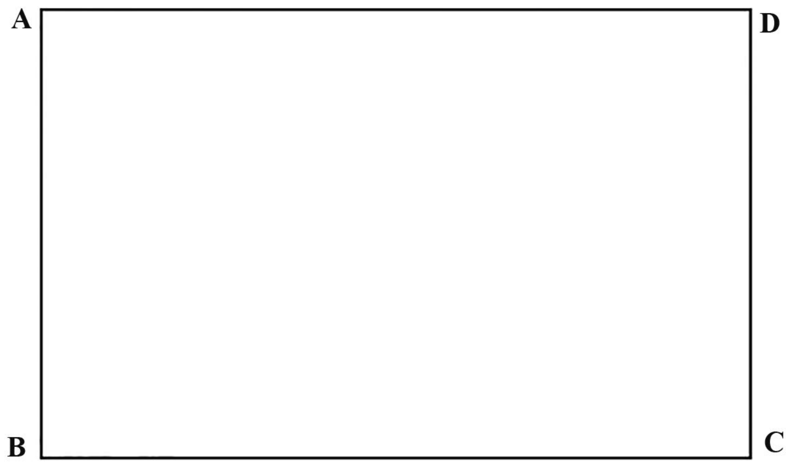
A construção do Tangram será detalhada na seção Sugestões de atividades, para ser realizada paralelamente à exploração de conceitos de geometria plana e frações.

Sugestões de atividades

1) Propor aos alunos a construção do Tangram juntamente com o professor, seguindo os passos que serão citados na sequência. Durante a construção, oportunizar a socialização de ideias e questionamentos.

a) Disponibilizar a cada aluno uma folha A4 e nomear os vértices conforme Figura 2.32.

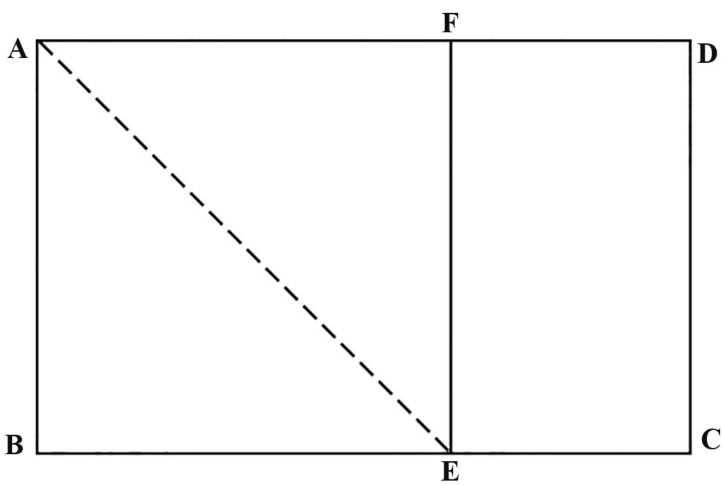
Figura 2.32 – Polígono ABCD



Fonte: Das autoras, 2014.

b) Dobrar o vértice B de maneira que $\overline{AB}$ fique sobreposto a $\overline{AD}$, formando o segmento $\overline{EF}$. O ângulo do vértice A será dividido ao meio, conforme Figura 2.33. Sugere-se abordar com os alunos que a dobradura de um quadrado é importante na medida em que partimos desse polígono.

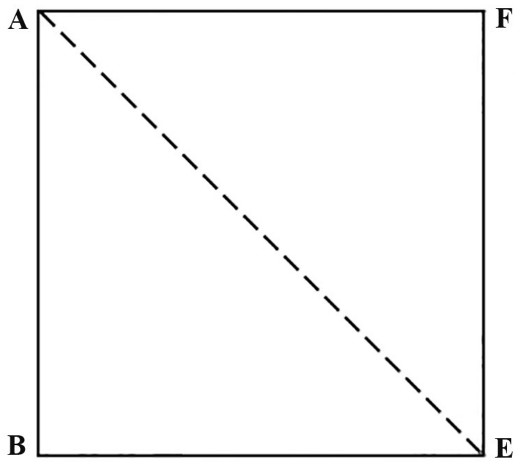
Figura 2.33 – Dobradura do quadrado ABEF



Fonte: Das autoras, 2014.

c) Recortar sobre o segmento $\overline{EF}$ formando o quadrado ABEF, de acordo com a Figura 2.34. Esse quadrado será considerado a unidade inteira, chamado de Quadrado Grande (QG).

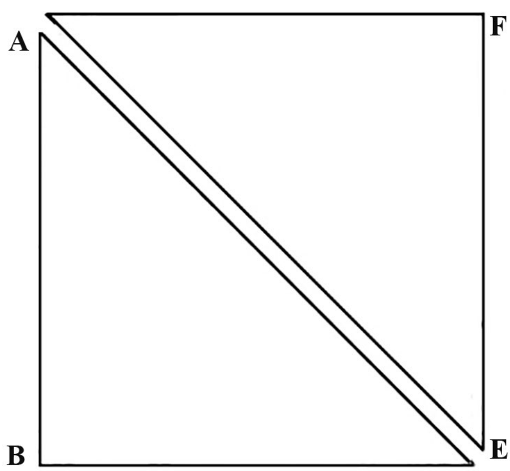
Figura 2.34 – Quadrado ABEF



Fonte: Das autoras, 2014.

d) Recortar sobre a diagonal $\overline{AE}$, formando dois triângulos de acordo com a Figura 2.35.

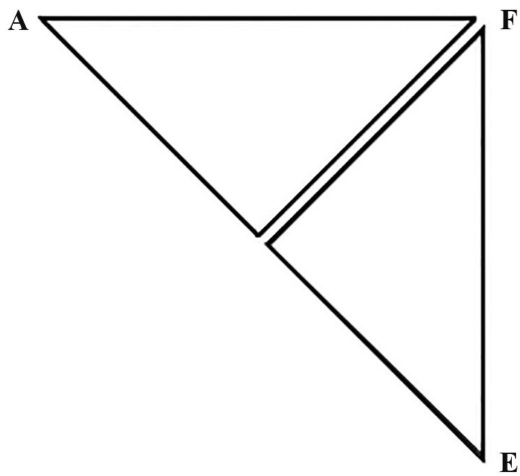
Figura 2.35 – Divisão do quadrado



Fonte: Das autoras, 2014.

e) Sobrepor os vértices A e E de forma que o ângulo do vértice F seja dividido ao meio. Recortar sobre a dobra encontrada. Os dois triângulos obtidos serão nomeados de Triângulos Grandes (TG). Observar Figura 2.36.

Figura 2.36 – Triângulos grandes



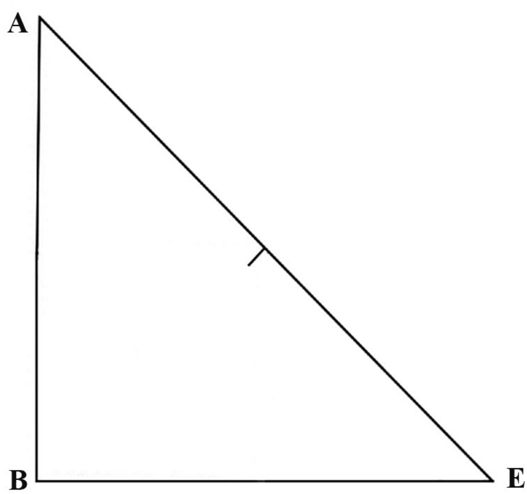
Fonte: Das autoras, 2014.

Nesta etapa, sugerem-se os seguintes questionamentos, seguidos de registro:

- Quantos TG são necessários para formar QG (o inteiro considerado)?
- Qual a fração que o TG representa em relação ao QG?

f) Com a outra metade de QG, sobrepor o vértice A ao vértice E, marcando o ponto médio de $\overline{AE}$, conforme Figura 2.37.

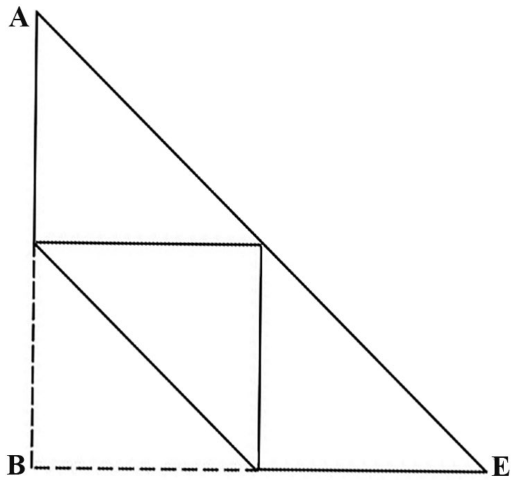
Figura 2.37 - Triângulo ABE



Fonte: Das autoras, 2014.

g) Sobrepor o vértice B ao ponto médio $\overline{AE}$ e dobrar a reta paralela a este segmento, conforme Figura 2.38.

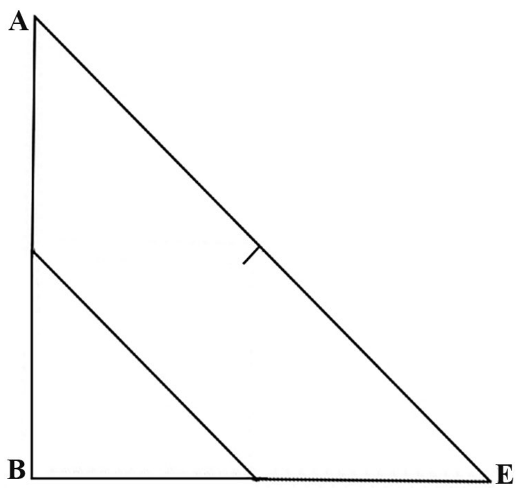
Figura 2.38 – Dobradura do triangulo ABE



Fonte: Das autoras, 2014.

h) Desdobrar e recortar o triângulo obtido, o qual será nomeado de Triângulo Médio (TM), conforme Figura 2.39.

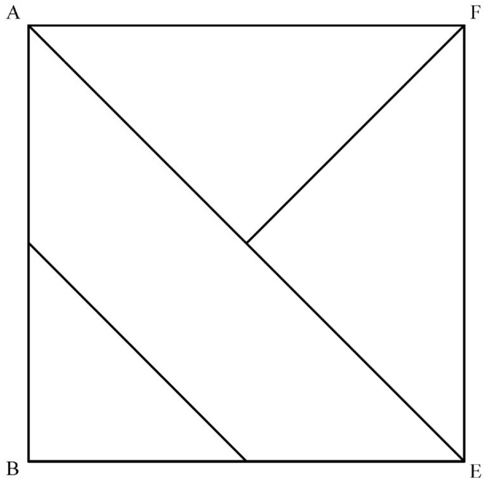
Figura 2.39 – Triângulo médio obtido a partir da dobradura



Fonte: Das autoras, 2014.

i) Solicitar aos alunos que montem o QG, conforme Figura 2.40.

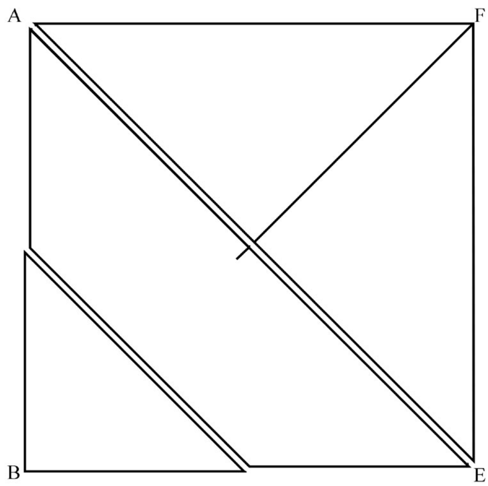
Figura 2.40 – QG montado com as peças recortadas



Fonte: Das autoras, 2014.

j) Recortar o triângulo, conforme Figura 2.41.

Figura 2.41 – Peças recortadas

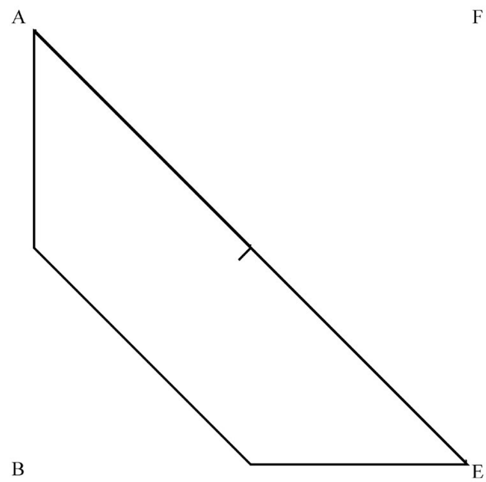


Fonte: Das autoras, 2014.

CAPÍTULO 2

k) Observar a Figura 2.42 e questionar sobre a figura geométrica formada.

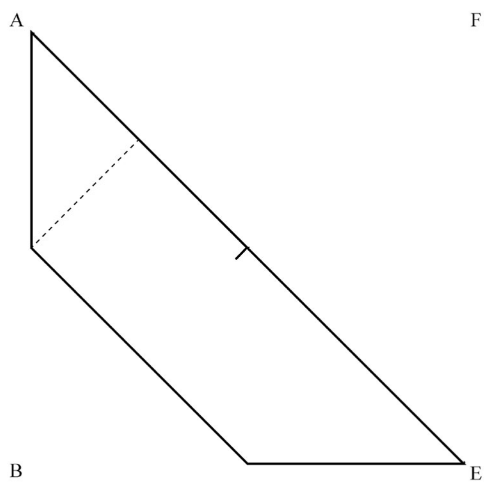
Figura 2.42 – Trapézio



Fonte: Das autoras, 2014.

l) Dobrar a figura de modo que um dos vértices da base maior do trapézio sobreponha o ponto médio da mesma base, conforme Figura 2.43.

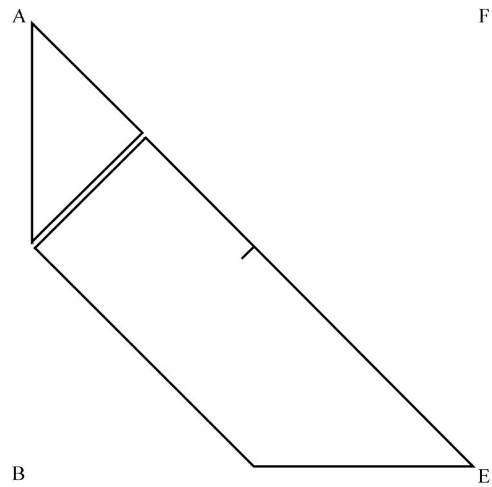
Figura 2.43 – Dobra no trapézio



Fonte: Das autoras, 2014.

m) Recortar o novo triângulo formado, o qual será nomeado de Triângulo Pequeno (TP), conforme Figura 2.44.

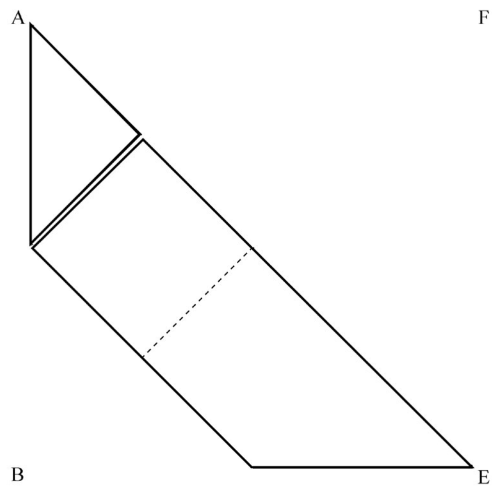
Figura 2.44 – TP obtido do trapézio



Fonte: Das autoras, 2014.

n) Dobrar e recortar na marca feita pelo ponto médio da base do trapézio anterior, formando um quadrado nomeado de Quadrado Pequeno (QP), de acordo com a Figura 2.45.

Figura 2.45 - QP destacado por meio da dobradura

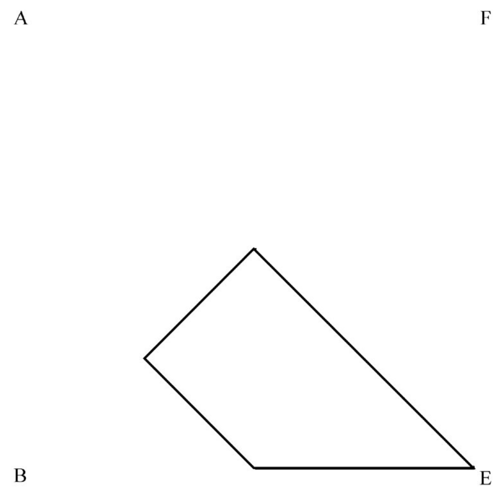


Fonte: Das autoras, 2014.

CAPÍTULO 2

o) Obtém-se outro trapézio; no entanto, menor, conforme Figura 2.46.

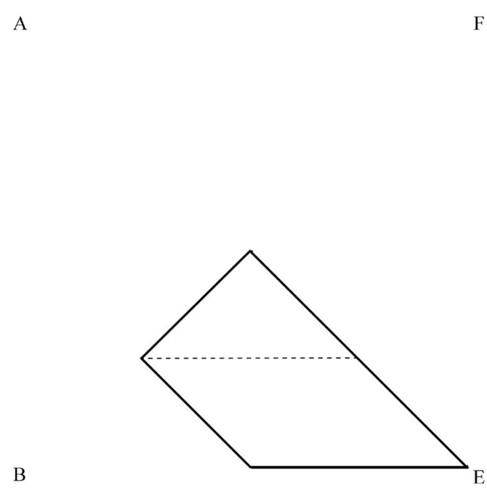
Figura 2.46 – Trapézio retângulo



Fonte: Das autoras, 2014.

p) Sobrepor o vértice da base maior que forma o ângulo reto, com o vértice oposto, de forma que se obtenha um paralelogramo (P) e um Triângulo Pequeno (TP), como mostra a Figura 2.47.

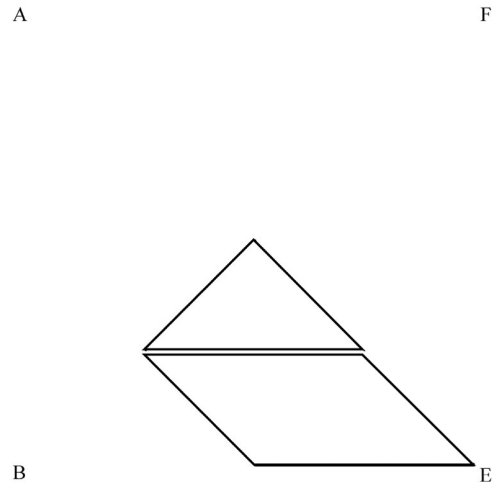
Figura 2.47 – Polígonos resultantes da dobradura



Fonte: Das autoras, 2014.

q) Recortar o triângulo do paralelogramo, conforme Figura 2.48.

Figura 2.48 – TP e P destacados



Fonte: Das autoras, 2014.

2) O Tangram corresponde a um inteiro (QG) formado por sete peças, sendo dois Triângulos Grandes (TG), dois Triângulos Pequenos (TP), um Triângulo Médio (TM), um Quadrado Pequeno (QP) e um Paralelogramo (P). Completar o Quadro 2.4 comparando as peças da primeira coluna com as peças da primeira linha que serão consideradas o inteiro:

Quadro 2.4 – Equivalência.

Peça	TP	TM	TG	P	QP	QG
TP	1	2	4	2	2	16
TM						
TG						
P						
QP						
QG						

Fonte: Das autoras, 2014.

3) Juntar dois TGs formando um quadrado. Considerar esse quadrado como sendo uma unidade. Responder:

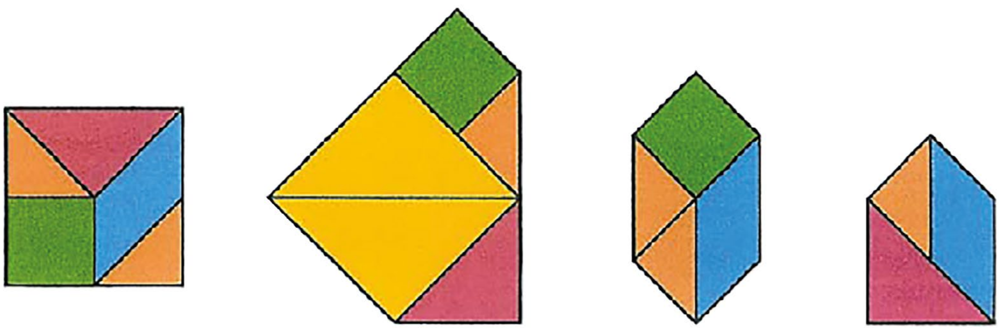
a) Quantos QP são necessários para representar a fração $\frac{1}{2}$?

b) Juntar dois TGs, um TM e dois TPs. Construir um retângulo e considerá-lo como uma unidade (todo). Responder: quantos TPs são necessários para representar as seguintes frações: $\frac{2}{12}$ e $\frac{1}{6}$; $\frac{4}{12}$ e $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{12}$ e $\frac{1}{4}$?

c) Juntar todas as peças do Tangram formando o QG, considerando o quadrado como uma unidade (todo). Responda: quantos triângulos pequenos são necessários para representar as seguintes frações: $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$ e $\frac{8}{16}$?

d) Construir, com as peças do Tangram, figuras equivalentes às seguintes frações do QG: $\frac{1}{16}$; $\frac{4}{16}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{14}{16}$.

e) Se o quadrado grande é uma unidade (todo), qual fração dessa unidade representa cada uma das seguintes figuras?



Fonte: Rincón (2007).

CAPÍTULO 3
MATEMÁTICA RECREATIVA

Ana Paula Krein Müller

Neiva Althaus

Giane Maris Eidelwein

Vanessa Paula Reginatto

Tamara Engelmann Gonçalves

Maria Madalena Dullius

Abordamos neste capítulo alguns jogos de tabuleiro, em que são explorados os números inteiros. Destacamos que esses jogos podem ser utilizados para explorar outros conteúdos matemáticos, sendo possível adaptá-los de acordo com a necessidade de aprendizagem dos estudantes.

Salientamos que a utilização de jogos como uma estratégia metodológica auxilia na dinamização das aulas buscando aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Além disso, esses jogos foram adaptados com o intuito de auxiliar os alunos na construção do conhecimento matemático, buscando desenvolver habilidades de observação e reflexão de suas próprias ações.

De acordo com Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 11) "Ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos de aprendizagem". Sendo assim, as autoras destacam-se as diversas habilidades matemáticas desenvolvidas por meio dos jogos, numa tentativa de trazer o lúdico para a sala de aula.

Brincando com números negativos[1]

Com este jogo tem-se por objetivo abordar a identificação, diferenciação e realização de operações envolvendo números inteiros.

Conteúdo: números inteiros.

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Organização da classe: grupos com dois jogadores.

Recursos necessários: um tabuleiro, um dado, uma moeda e um marcador representando cada jogador.

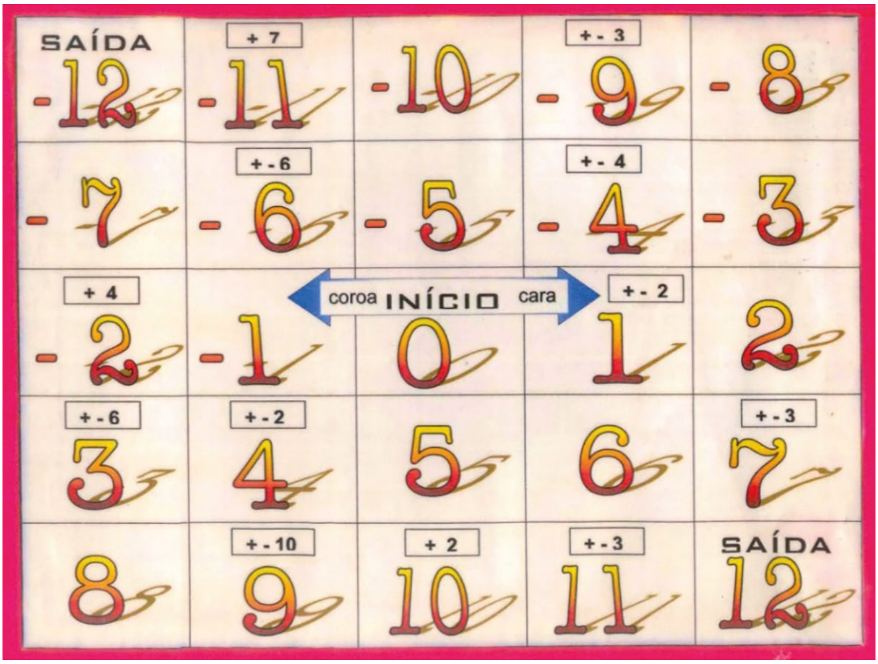
Detalhamento do jogo

O jogo inicia com todos os marcadores na posição "início" do tabuleiro (FIGURA 3.1), na casa do número zero. A cada rodada, os jogadores devem lançar o dado, que indica o número de casas a andar, e a moeda que define o sentido do movimento: cara indica andar para a direita e coroa indica andar para a esquerda, ou seja, no sentido dos números positivos ou no sentido dos números negativos, respectivamente. Ao jogar o dado e tirar o número 3 e cara na moeda, como por exemplo, deve-se avançar 3 casas para a direita; caso na próxima rodada tirar 4 e coroa, deve-se mover 4 casas para a esquerda, chegando na casa do número -1. Algumas casas apresentam indicações no retângulo acima do número, para o jogador somar ou subtrair outra quantidade àquela que andou. Por exemplo, conforme a Figura 3.1 do tabuleiro, quando parar no número – 9, o jogador ainda deve somar -3, o que significa avançar até a casa -12. O primeiro jogador a chegar a qualquer uma das duas saídas, casa do número 12 ou -12, vence a partida.

CAPÍTULO 3

1 Adaptado de Smoothey (1997).

Figura 3.1 – Tabuleiro



Fonte: Adaptado de Smoothey (1997).

Sugestões de atividades

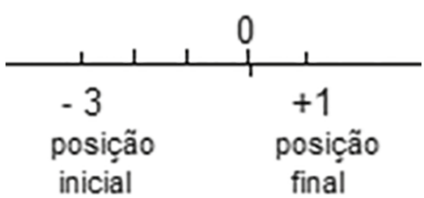
1) Esquematizar as jogadas em forma de expressão numérica.

Exemplo:

Jogada 1: 0 + (+4) = +4

Jogada 2: Posição (+4) + (- 2) = +2

2) Representar na reta numérica as jogadas realizadas durante o jogo, identificando sua posição inicial e final.



3) Supondo que você está localizado na casa do número – 6, ao jogar o dado e a moeda, qual será sua posição se você obter coroa na moeda e o número 3 no dado? Representar a expressão.
4) Caso você esteja localizado na casa do número -1 e tirar cara e o número 6, qual sua nova localização? Representar a expressão.

Matix[2]

Este jogo tem o intuito de incentivar os estudantes a pensar logicamente e realizar cálculos mentais de adição e subtração de números inteiros. Por ser um jogo de estratégia, não depende apenas de sorte, e sim das decisões de cada jogador, estimulando o raciocínio nas jogadas.

Conteúdos: adição e subtração de números inteiros.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: grupos com dois jogadores.

Recursos necessários: tabuleiro com 36 casas, 35 fichas com números inteiros e um coringa (ficha com o desenho de uma estrela).

Detalhamento do jogo

Distribuem-se as fichas aleatoriamente pelo tabuleiro, conforme Figura 3.2. Para iniciar o jogo, o primeiro jogador deve escolher linha ou coluna a partir do coringa. Se o estudante decidir ser coluna, ele deve retirar uma carta da coluna onde o coringa estava. O segundo a jogar deve retirar uma carta da linha onde estava a carta do primeiro jogador, e assim, sucessivamente. Termina o jogo quando não houver mais cartas a serem retiradas e vence quem tiver acumulado mais pontos.

Figura 3.2 – Tabuleiro e peças do jogo

+4	+2	+6	+5	-4	+12
+1	0	-1	-13	+1	+5
+3	+8	+10	+2	+15	+7
-11	-10	-1	+4	-16	-5
-2	-5	-3	-4	-2	0
	+3	-3	+9	-9	-7

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestões de atividades

1) Analisar a seguinte situação de uma partida de Matix:

- O aluno A terminou o jogo com as seguintes peças: +7, - 10, +5, +3, +8, +1, +15, - 1, +6, +4, - 3, - 2, +5, 0, - 10, 0 e +3.

---

2 Adaptado de Mangili (2007).

- O aluno B terminou assim: +10, +5, - 1, +7, +10, 0, - 4, +5, +4, +2, +1, +2, - 2, +8, - 3, - 4, - 5.

Quem ganhou o jogo? Qual a diferença de pontos entre os jogadores?

2) O tabuleiro da Figura 3.2 pode ser representado por uma matriz.

a) Construir a matriz do tabuleiro do jogo.

b) É usual representar uma matriz A na notação matricial A= (a_{ij}), onde a_{ij} indica o elemento que está na linha i e coluna j. Preencher o Quadro 3.1 de acordo com as peças retiradas do tabuleiro ao longo de uma partida.

Quadro 3.1 – Quadro para anotações

Jogador 1: _________ (linha/coluna)			
Jogada	Valor da peça	Posição da peça linha-coluna	a_{ij}
1ª	+ 10	3 - 3	a_{33}
2ª		-	
3ª		-	
4ª		-	
5ª		-	
6ª		-	
7ª		-	
8ª		-	
9ª		-	

Jogador 2: __________ (linha/coluna)			
Jogada	Valor da peça	Posição da peça linha-coluna	a_{ij}
1ª	- 4	5 - 4	a_{54}
2ª		-	
3ª		-	
4ª		-	
5ª		-	
6ª		-	
7ª		-	
8ª		-	
9ª		-	

Matix com moedas[3]

Este jogo permite a realização de cálculos rápidos de soma e subtração com o objetivo de incentivar o raciocínio lógico.

Conteúdos: soma de números inteiros e decimais.

Público-alvo: Anos Finais do Ensino Fundamental.

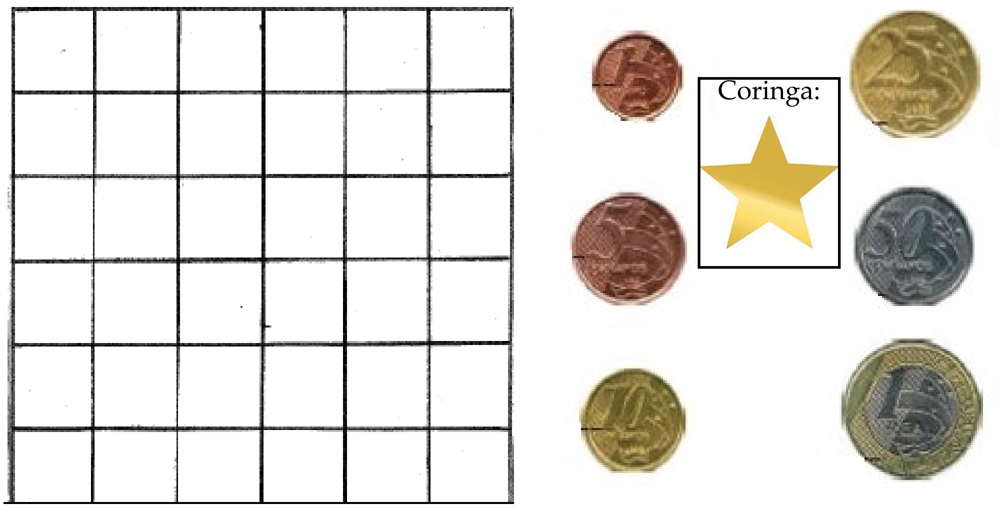
Organização da classe: grupos de dois jogadores.

Recursos necessários: tabuleiro com 36 casas, 35 moedas e um coringa (ficha com o desenho de uma estrela).

Detalhamento do jogo

Este jogo segue as mesmas orientações do jogo *Matix*, substituindo-se as cartelas por moedas de diferentes valores espalhadas pelo tabuleiro.

Figura 3.3 – Tabuleiro e peças do jogo



Fonte: Das autoras, 2014.

3 Adaptado de Mangili (2007).

Subindo e escorregando[4]

Este jogo visa a incentivar a realização de cálculos mentais, estimulando de maneira lúdica o raciocínio lógico.

Conteúdos: adição e subtração de números inteiros.

Público-Alvo: Ensino Fundamental.

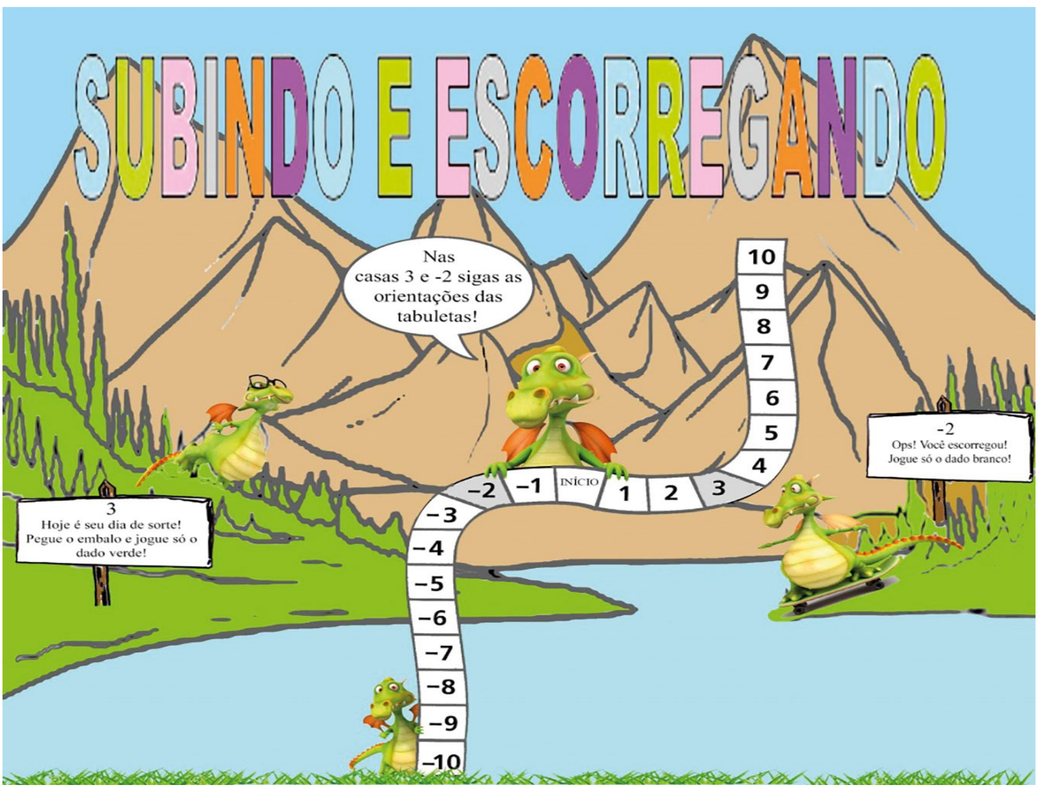
Organização da Classe: grupos com dois jogadores.

Recursos necessários: tabuleiro, um dado verde e outro branco e um peão para cada jogador.

Detalhamento do jogo

A cada rodada os participantes lançam os dois dados do jogo. Cada jogador coloca seu peão na casa "início". O dado verde indica quantas casas ele deverá subir e o branco quantas deverá descer, simultaneamente. Será eliminado o jogador que atingir a posição "-10", indicada no tabuleiro. Vence quem permanecer no tabuleiro ou chegar ao topo, posição "10".

Figura 3.5 – Tabuleiro



Fonte: Adaptado de Mangili (2007).

4 Adaptado de Mangili (2007).

Sugestões de atividades[5]

1) Registrar no quadro abaixo as jogadas realizadas em cada rodada

Dado verde	Dado branco	Posição ocupada

2) Quais os sinais matemáticos que poderíamos adotar para indicar a subida e a descida do personagem na montanha?
3) Acrescentar a quarta coluna da tabela e completá-la, representando as jogadas por meio de expressões numéricas.
4) Uma jogada foi registrada assim: 4 + 4 - 6 = 2. Que número saiu no dado verde?
5) Na 1ª rodada é possível alguém cair fora da brincadeira?
6) Veja: - 5 + 2 – 6 = ? Nessa jogada, em que casa parou o jogador?
7) É possível alguém, na 1ª rodada, vencer o jogo?
8) Supondo que pudéssemos jogar apenas o dado branco, o que aconteceria com o jogador?
9) E se pudéssemos jogar apenas o dado verde?
10) O que acontece com o jogador se os valores obtidos nos dois dados forem iguais?
11) Quando o valor obtido no dado branco é maior que o valor obtido no dado verde, o que acontece com o jogador?
12) Se o dado verde possui o maior valor, o que acontece com o jogador?
13) Que números o jogador precisa obter nos dados para chegar mais rapidamente ao topo? Qual o número mínimo de jogadas?

5 As sugestão de atividades aqui socializadas foram adaptadas de Mangili (2007).

CAPÍTULO 4
PROBLEMOTECA[1]

Rosilene Inês König

Virginia Furlanetto

Francine Dahm

Camila Ensslin Aquino

Maria Madalena Dullius

Ensinar Matemática pela resolução de problemas é uma das propostas que vem sendo discutida ao longo dos últimos anos por muitos pesquisadores, professores e especialistas em Educação Matemática, que se mostram interessados e preocupados com os processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina. Abordar essa tendência nas aulas de Matemática contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do trabalho individual e coletivo, além de estimular o uso de diferentes estratégias.

Uma possibilidade de abordar a resolução de problemas é a partir da organização de uma problemoteca, a qual é uma coleção de fichas com problemas, que podem ser organizados numa caixa ou num fichário. As fichas podem trazer a resposta do respectivo problema no verso, o que possibilita que o aluno faça a autocorreção, além de favorecer o trabalho independente.

A resolução de problemas traz muitos benefícios aos alunos em vários aspectos, principalmente por desenvolver o poder de comunicação. Além disso, valoriza o conhecimento prévio do aluno, visto que os problemas "[...] dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática" (DANTE, 2010, p. 18).

1 Adaptado de: STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 103-120.

Problemoteca

Esta atividade pode contribuir com o trabalho acerca da resolução de problemas matemáticos, constituindo-se num importante acervo de diferentes questões para uso do professor em sala de aula.

Conteúdo: diversos.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: individual ou grupo.

Recursos necessários: caixa ou fichário, fichas com problemas.

Detalhamento da atividade

A problemoteca é uma coleção organizada de problemas que podem ser disponibilizados em fichas, com potencial para dinamizar as aulas de Matemática.

Sugere-se que os problemas que fazem parte do acervo da problemoteca sejam variados, não se limitando ao(s) conteúdo(s) estudado(s) formalmente, desafiadores para o aluno e que periodicamente sejam reavaliados, a fim de deixá-la atualizada e bem equipada. O professor poderá fazer uso do acervo de problemas sugeridos neste capítulo para a organização da problemoteca (FIGURA 4.1), assim como incluir problemas coletados ou formulados por ele e pelos próprios alunos, visto que a formulação é importante para auxiliar o aluno na resolução de problemas.

O acervo de problemas poderá ser disponibilizado aos alunos para ser resolvido ao finalizar outras atividades ou proposto em momentos previamente planejados, podendo ser explorado individualmente ou em grupos. Conforme o objetivo da proposta, pode-se limitar o tempo disponibilizado para a resolução dos problemas.

Figura 4.1 – Problemoteca

Fonte: Das autoras, 2014.

Sugestões de atividades

Na sequência apresentam-se sugestões de diferentes tipos de problemas de acordo com Dante (2010), os quais o professor pode utilizar para compor o acervo da problemoteca.

» **Problemas-padrão:** são aqueles que não exigem estratégias, pois a solução está no próprio problema. O aluno só precisa transformar a linguagem usual em matemática e reconhecer as operações necessárias para solucioná-lo.

1) (DANTE, 2010) Um caderno custa R$ 20,00. Um estojo custa R$ 8,00. Pedrinho tem R$ 40,00.

a) Pedrinho pode comprar os dois objetos?

b) Quanto pagará por eles?

c) Sobrará troco? Quanto?

d) Com o troco ele poderá comprar mais um estojo?

e) Qual é a diferença entre o preço do caderno e o do estojo?

» **Problemas-processo ou heurísticos:** são problemas que requerem do aluno um tempo para pensar e montar um plano de ação, uma estratégia que o leve ao resultado.

2) (DANTE, 2010) Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Quais devem ser as dimensões do terreno?

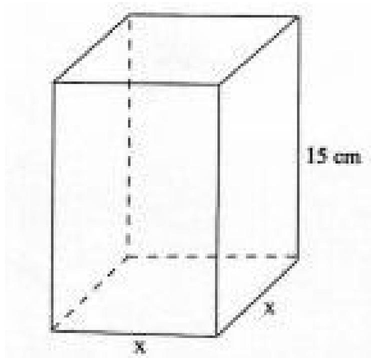
3) (*Site*: oqueeoquee) Uma aranha tece sua teia no marco de uma janela. Cada dia duplica a superfície feita anteriormente. Dessa forma tarda 30 dias para cobrir o vazio da janela. Se em vez de uma aranha, fossem duas, quanto tempo demoraria a cobrir o vazio?

4) (DANTE, 2010) Um homem que pesa 80 kg e seus dois filhos, cada um deles pesando 40 kg, querem atravessar um rio. Se eles tiverem apenas um bote, com capacidade de carregar com segurança somente 80 kg, de que modo eles poderão atravessar o rio?

5) (*Site*: oqueeoquee) Uma garrafa com sua rolha custam R$ 1,10. Sabendo que a garrafa custa R$ 1,00 a mais que a rolha, qual é o preço da rolha? E qual é o preço da garrafa?

6) (OMU, 2008) Um recipiente, na forma de um prisma retangular reto de base quadrada, cuja área lateral é igual ao sêxtuplo da área da base, contém um determinado medicamento que ocupa ¾ da sua capacidade total. Conforme prescrição médica, três doses diárias desse medicamento de 50 ml cada deverão ser ministradas por um paciente durante 6 meses.

Nessas condições, é correto afirmar que, para ministrar a quantidade total prescrita, o medicamento contido no recipiente será:



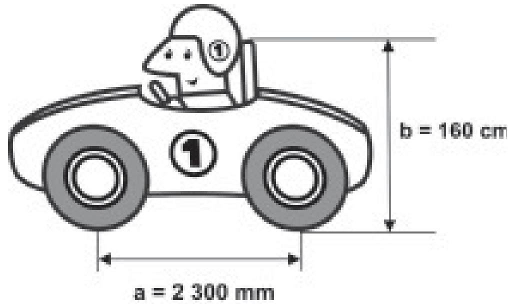
a) Insuficiente, faltando 125 ml.
b) Insuficiente, faltando 100 ml.
c) Suficiente, não faltando nem restando.
d) Suficiente, restando 125 ml.
e) Suficiente, restando ainda 225 ml.

7) (OMU, 2008) Considerando todos os números inteiros que na divisão por 1.999 fornecem como quociente o número 2 e como resto um número ímpar, podemos afirmar que:
a) O menor deles é 3.998.
b) O maior deles é 5.996.
c) Nenhum deles é divisível por três.
d) A soma do menor deles com o maior deles é divisível por três.
e) A média aritmética de todos esses números é 4.997.

8) (DANTE, 2010) Foram convidadas 28 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

» **Problemas de aplicação: s**ão aqueles que retratam situações reais do dia a dia e exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situações-problemas contextualizadas.

9) (ENEM, 2011) Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:
a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente:

a) 0,23 e 0,16.

b) 2,3 e 1,6.

c) 23 e 16.

d) 230 e 160.

e) 2300 e 1600.

10) (ENEM, 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome 4,8 kW por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

a) 0,8

b) 1,6

c) 5,6

d) 11,2

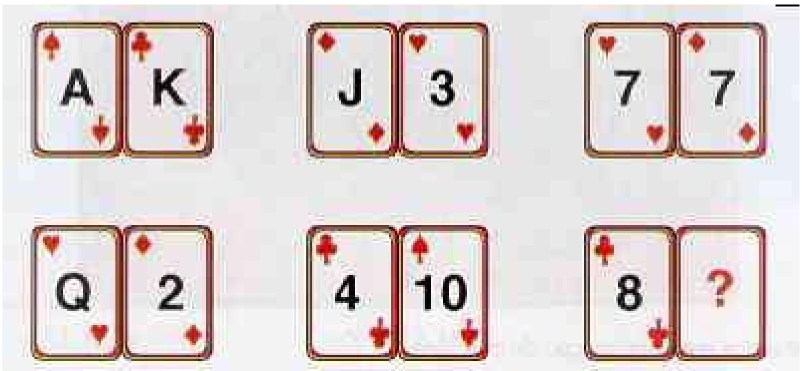
e) 33,6

» **Problemas com excesso de dados: n**em todas as informações fornecidas pelo problema são utilizadas na sua solução. São interessantes para o aluno, pois ressaltam a importância da leitura, fazendo com que aprenda a escolher os dados que são importantes na sua solução.

11) (STANCANELLI, 2001) Caio é um garoto de seis anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo, ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

» **Problemas de lógica:** requerem raciocínio dedutivo. Fomentam a análise dos dados, facilitam a leitura e interpretação do problema e são motivadores, pois diminuem a pressão para chegar ao resultado imediatamente.

12) (REIS, 2006) As cartas de um baralho foram agrupadas em pares, segundo uma relação lógica. Qual é a carta que está faltando, sabendo que K vale 13, Q vale 12, J vale 11 e A vale 1?



13) (KÖNIG, 2013) Considere a sequência de números disposta em linhas:

1ª	1	soma: 1
2ª	3 5	soma: 8
3ª	7 9 11	soma: 27
4ª	13 15 17 19	soma: 64
5ª	21 23 25 27 29	soma: 125
6ª		soma:
.		
.		
.		
10ª		

Com base nas informações de cada linha, determine:

a) Os números que formam a 6ª linha.

b) A soma dos números que formam a 10ª linha.

14) (STANCANELLI, 2001) Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul. Ela empresta seus chapéus a sua prima Raquel. Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus. Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma usou. Quando chove Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho. O chapéu com flores não serve para Raquel. Hoje choveu o dia todo. Quando Mariana não usa seu chapéu amarelo ela não sai com Raquel.

15) (REIS, 2006) Observe as multiplicações a seguir:

12.345.679 × 18 = 222.222.222

12.345.679 × 27 = 333.333.333

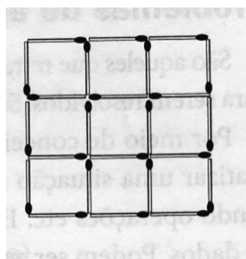
... ...

12.345.679 × 54 = 666.666.666

Para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por quanto?

» **Problemas de quebra-cabeça:** são problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum *truque*, alguma regularidade, que é a chave da solução.

16) (DANTE, 2010) Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



» **Problemas sem solução:** estes problemas desenvolvem no aluno a capacidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Nem todo problema tem solução.

17) (STANCANELLI, 2001) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual é a idade do menino?

» **Problemas com mais de uma solução:** este tipo de problema não tem uma única resposta e não existe só uma maneira de resolvê-lo. Ajuda a perceber que resolvê-lo é um processo de investigação e o aluno participa como ser pensante e construtor de seu próprio conhecimento.

18) (STANCANELLI, 2001) Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?

CAPÍTULO 5

EXPLORANDO A MATEMÁTICA DO XADREZ

Geovana Luiza Kliemann

Ana Paula Krein Müller

Ana Paula Dessoy

Júlia Weber Ferreira da Silva

Maria Madalena Dullius

Neste capítulo apresentamos orientações sobre as regras e o movimento das peças do jogo de xadrez, além de possibilidades para exploração da Matemática por meio de atividades relacionadas a ele. O xadrez, por ser um jogo de regras, exige do jogador concentração, autocontrole, paciência e planejamento para prever estratégias a cada jogada, características essas que podem auxiliar o estudante na construção de conhecimentos.

Para Duarte e Freitas,

> No decorrer de uma partida de xadrez, vários fatores influenciam nas decisões das crianças, porém vários destes trabalham em função da eficácia do raciocínio. Concentração, atenção e previdência são muito importantes nessa estrutura de base para formação de uma estratégia vitoriosa. Essas habilidades contribuem para uma boa construção do raciocínio lógico da criança, que implicará em maior facilidade na resolução de questões matemáticas (2007, p. 416).

As atividades aqui sugeridas relacionam o xadrez a alguns conteúdos matemáticos, como: área, perímetro, figuras geométricas, fração, plano cartesiano, pares ordenados. Essa relação entre teoria e prática é apresentada por meio da metodologia da resolução de problemas, que possibilita ao aluno o desenvolvimento do raciocínio lógico e a melhor compreensão desses conteúdos.

Explorando a matemática do xadrez

Este jogo possibilita explorar diversos conteúdos matemáticos, além de auxiliar os estudantes no desenvolvimento da capacidade para pensamento criativo, estimular a imaginação, a capacidade para o processo de tomar decisões com autonomia e aprimorar o raciocínio lógico.

Conteúdos: frações, plano cartesiano e área.

Público-alvo: Educação Básica.

Organização da classe: dois jogadores, com peças de cores diferentes.

Recursos necessários: jogo de xadrez.

Detalhamento do jogo

Elementos do jogo de xadrez

Tabuleiro: o jogo é disputado em um tabuleiro quadriculado de 64 casas (8x8) de duas cores alternadas.

Casa: menor parte do tabuleiro, sendo no total 64 casas.

Colunas: conjunto de casas dispostas em uma mesma linha vertical.

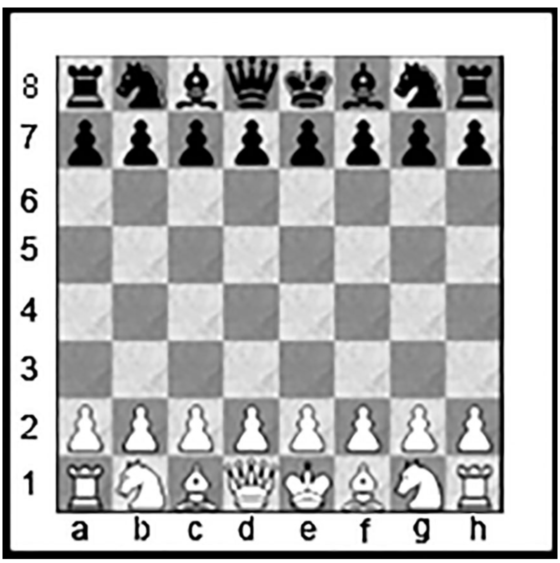
Linhas: conjunto de casas dispostas em uma mesma linha horizontal.

Diagonais: conjunto de casas da mesma cor em direção inclinada. Ao todo são 24 diagonais, sendo a menor com duas casas e a maior com oito.

Captura: eliminação de uma peça adversária, ocupando sua posição.

Na Figura 5.1 apresentam-se o tabuleiro e a posição inicial das 32 peças do jogo, sendo as peças "claras" de um jogador e as "escuras" de outro.

Figura 5.1 – Tabuleiro e posição inicial das peças



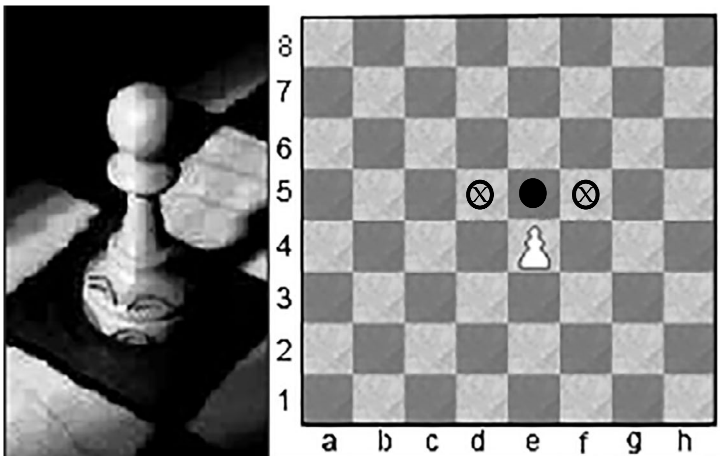
Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

Movimento das peças

» **Peão** - movimenta-se de casa em casa, sempre para frente. Se estiver em sua casa inicial, poderá andar duas casas de uma só vez. É a única peça que captura de maneira diferente da qual se move, ou seja, anda para frente e captura na diagonal de sua casa (FIGURA 5.2). Quando o peão chegar ao final do tabuleiro, é promovido e substituído por outra peça que já tenha sido capturada pelo adversário.

O ponto ● representa a posição do movimento do peão, e o símbolo ⊗ representa o movimento de captura.

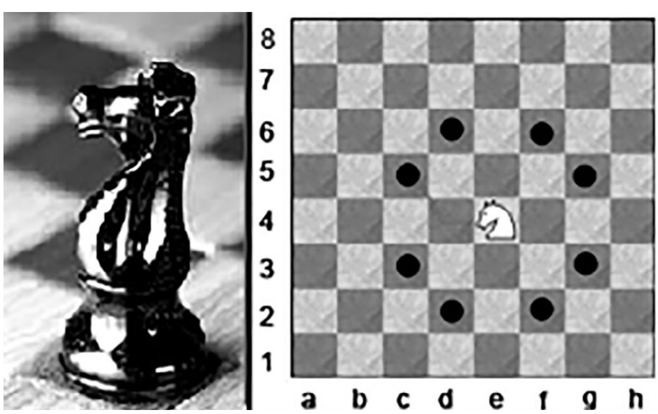
Figura 5.2 – Movimento do peão



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

» **Cavalo** - pode andar para qualquer lado a partir da posição que está ocupando, seguindo uma casa na horizontal e duas na vertical ou então duas na horizontal e uma na vertical, formando um “L” (FIGURA 5.3). O cavalo é a única peça que salta sobre as outras, e captura somente a peça adversária que está posicionada na casa que ele passa a ocupar.

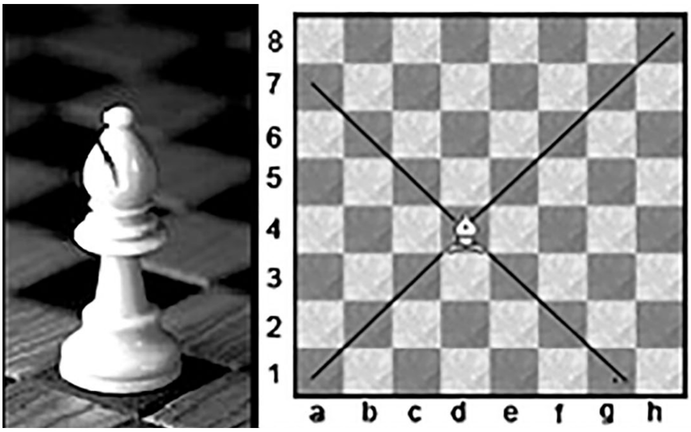
Figura 5.3 – Movimento do cavalo



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

» **Bispo** - no jogo existem quatro bispos, dois para cada jogador, um fica na casa clara e o outro na casa escura, podendo cada um andar quantas casas estiverem livres, contanto que não saia da diagonal de sua cor (FIGURA 5.4) e não utilize duas diagonais em um só movimento.

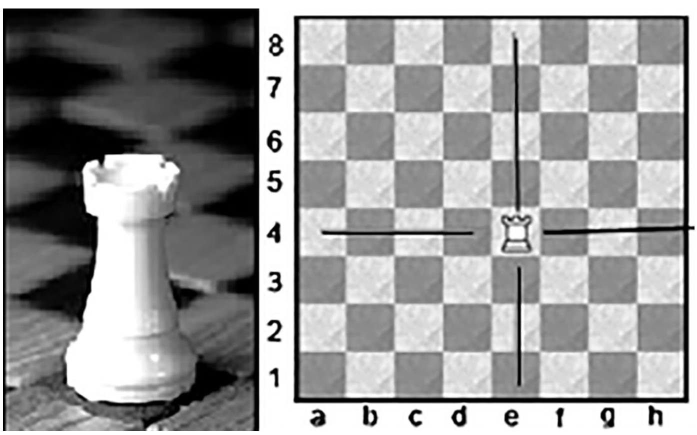
Figura 5.4 – Movimento do bispo



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

» **Torre** - a cada jogada movimenta-se e captura somente nas horizontais (linha) ou verticais (coluna) quantas casas tiver à disposição, conforme Figura 5.5.

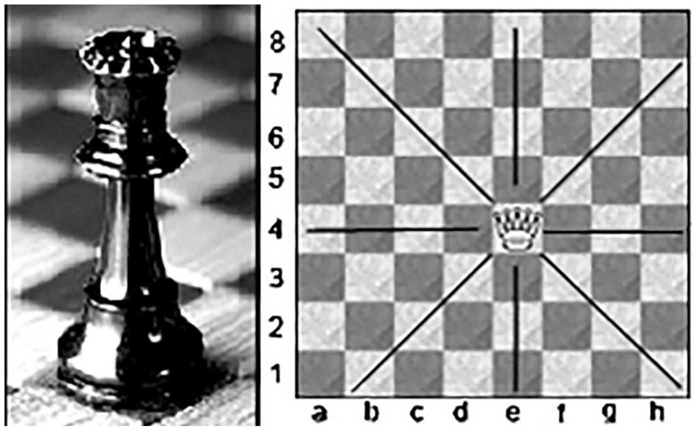
Figura 5.5 – Movimento da torre



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

» **Dama/Rainha** – é a peça mais poderosa do jogo. Move-se e captura nas horizontais, verticais ou diagonais (FIGURA 5.6), de acordo com as casas disponíveis.

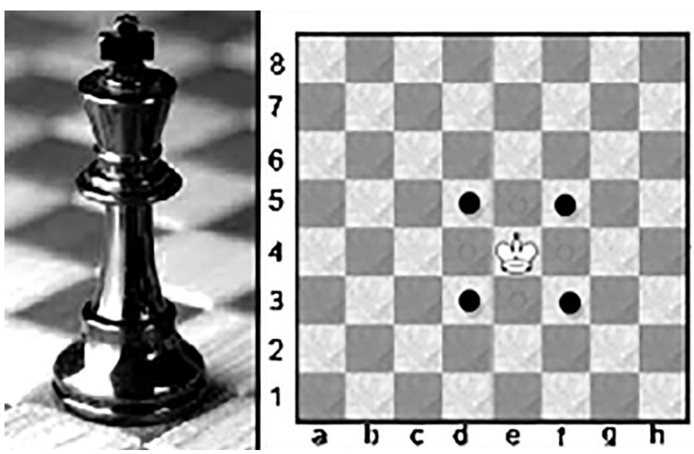
Figura 5.6 – Movimento da dama



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

» **Rei** – esta é a peça chave do jogo. Se for capturada, o adversário perde o jogo. Seus movimentos são limitados. Desloca-se e captura para todos os lados, uma casa por vez.

Figura 5.7 – Movimento do rei



Fonte: Adaptado de Duarte e Freitas (2007).

Para maiores esclarecimentos em relação ao jogo, sugerimos que o leitor consulte o *site* http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/xadrez.pdf, neste encontrará maiores detalhes sobre o xadrez, assim poderá ter maior clareza e explorar as diferentes potencialidades que o mesmo possibilita.

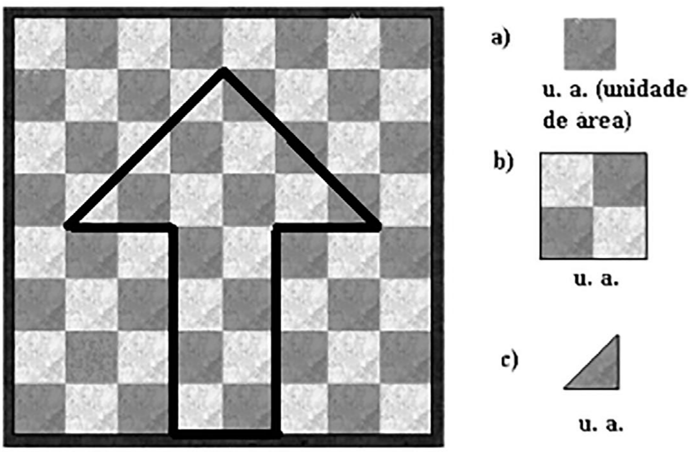
Sugestões de atividades

As atividades socializadas neste capítulo, extraídas e adaptadas de trabalhos citados nas referências, exploram a Matemática por meio do jogo do xadrez. Assim sugere-se realizá-las acompanhadas do tabuleiro e das peças do jogo.

Área

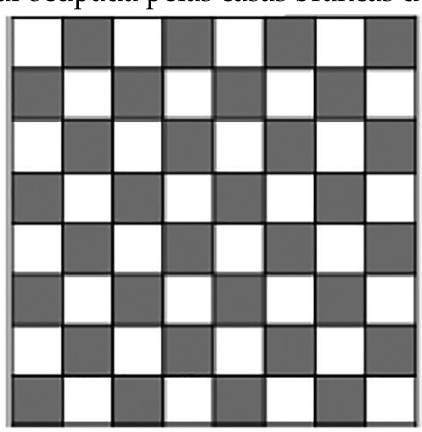
Pode-se explorar a noção de área por meio de problemas simples, como o cálculo da área do tabuleiro, utilizando diferentes unidades para elevar o nível de dificuldade dos problemas e construir uma figura mais complexa. Segue um exemplo dessa proposta:

1) Calcular a área da seta em destaque utilizando as seguintes unidades de área:

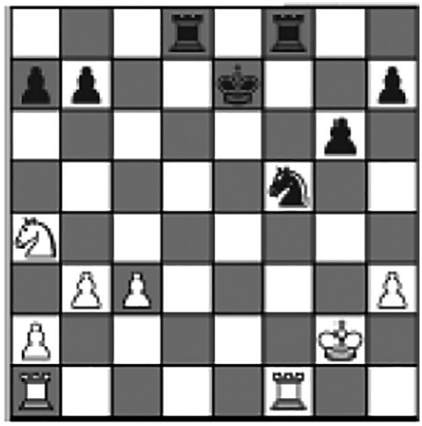


Para as atividades 2 a 17, considerar as medidas do tabuleiro (40cm X 40cm) e as regras de movimento das peças.

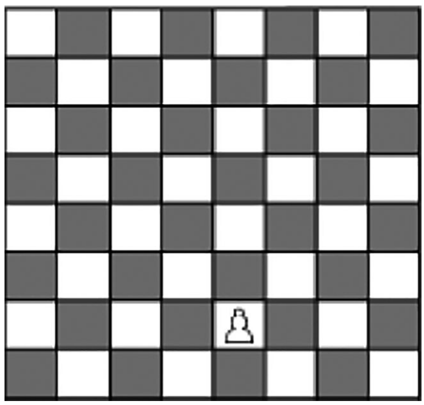
2) Calcular a área total ocupada pelas casas brancas deste tabuleiro.



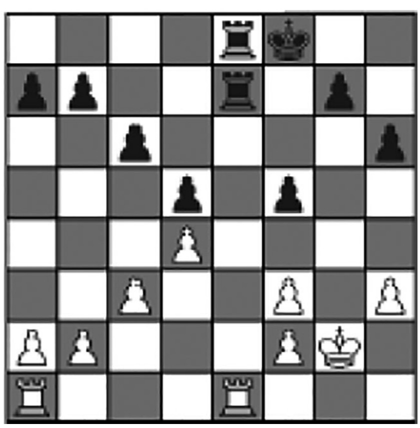
3) Calcular a área total das casas ocupadas pelas peças.



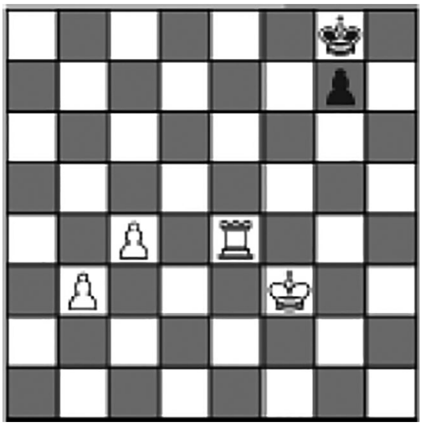
4) No tabuleiro, temos um peão localizado na casa “e2”. Observar as casas onde esse peão ataca e calcular a área total delas.



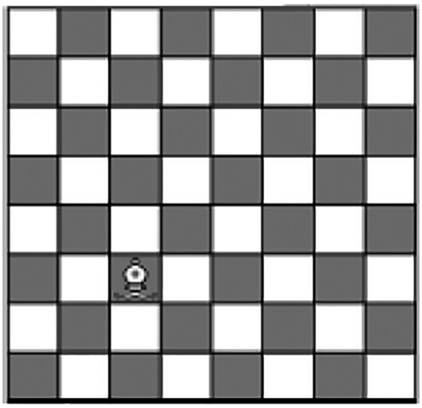
5) Calcular a área total das casas que os peões posicionados nas casas brancas podem atacar.



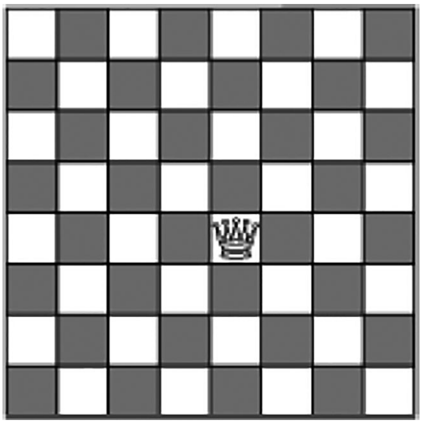
6) Calcular a área total das casas onde a torre pode atacar.



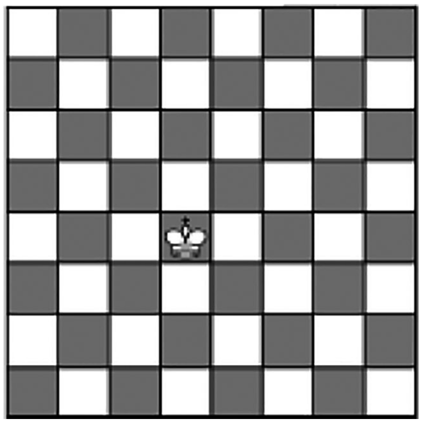
7) Calcular a área total das casas atacadas pelo bispo.



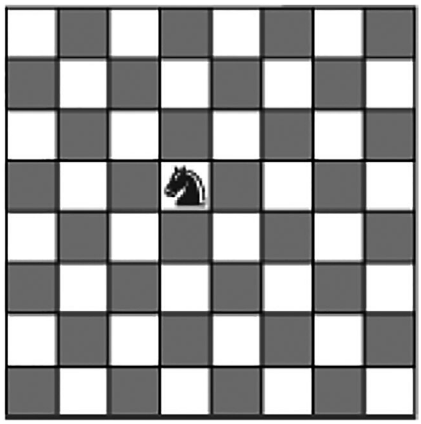
8) Calcular a área total das casas que podem ser atacadas pela dama.



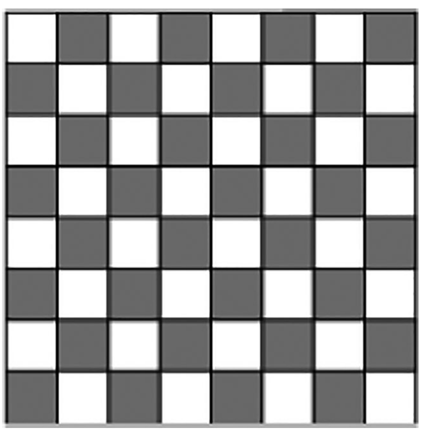
9) Calcular a área total de todas as casas onde o rei ataca.



10) Calcular a área total das casas atacadas pelo cavalo.

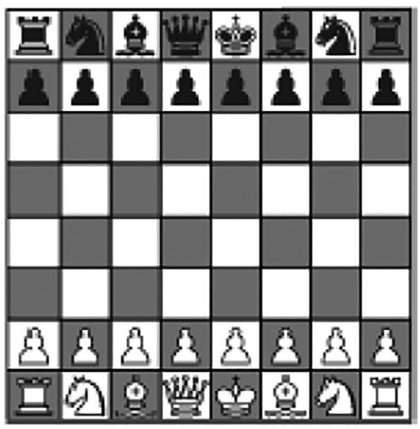


11) Qual é a área total das casas “b3”, “c8”, “f7”, “h1” e “a2”.



12) A partir da figura, calcular a área em m² das casas onde se encontram as torres.

13) No tabuleiro todas as peças estão em suas casas de origem. Descobrir quais são as possibilidades que as peças brancas têm para jogar em seu 1º lance e calcular a área total dessas casas.



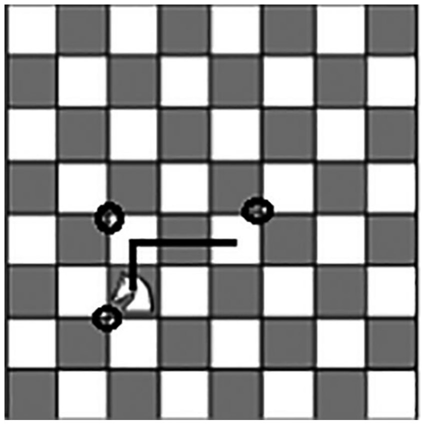
CAPÍTULO 5

14) Calcular a área total do triângulo formado pelo movimento do cavalo que estava na casa "c3" e foi movimentado para a casa "e4". Observar no tabuleiro que os círculos mostram os vértices do triângulo das casas por onde o cavalo passou em seu movimento.

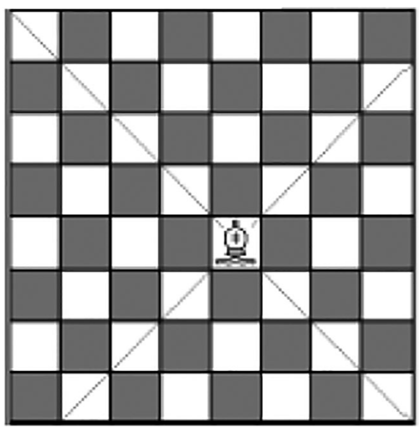
Vértice A, está localizado na casa "c3"

Vértice B, está localizado na casa "c4"

Vértice C, está localizado na casa "e4"



15) Pelos movimentos que o bispo pode realizar, dividimos o tabuleiro de xadrez em quatro partes. Considerando a figura, calcular a área dos triângulos formados.

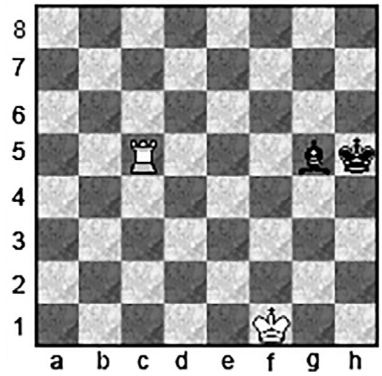


16) Qual é a medida em cm da maior diagonal do tabuleiro?

17) Qual é a soma do perímetro de todas as casas escuras do tabuleiro de xadrez?

Frações

As peças dispostas na figura representam $\frac{4}{64}$ do tabuleiro.



Observar que a multiplicação de frações pode ser abordada da seguinte maneira: as peças claras ocupam duas casas, ou seja, metade da área $\frac{2}{64}$. Então, para sabermos qual fração do tabuleiro é representada pelas peças claras, basta multiplicarmos $\frac{1}{2}$ (metade da área) por $\frac{4}{64}$ (fração que a área representa). Assim obteremos uma fração igual a $\frac{4}{120}$. Simplificando essa fração, chegamos ao resultado de $\frac{2}{64}$, que pode ser verificado no tabuleiro.

Assim, é possível mostrar que numa adição ou subtração de frações de mesmo denominador, este não se altera. Também é possível explorar o conceito de frações equivalentes e sua simplificação.

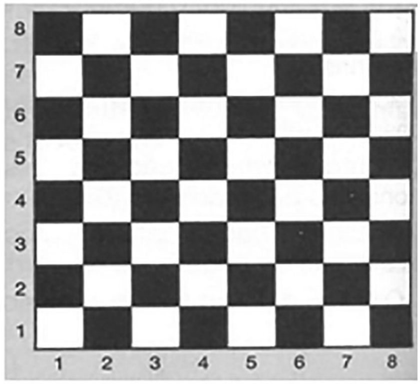
1) Indicar quantas casas do tabuleiro as peças claras ocupam. A seguir escrever a fração que representam no tabuleiro.
a) E as peças escuras?
b) Qual fração, em casas, do tabuleiro representa todas as peças em jogo?
c) E as casas vazias?
d) Qual a fração representada pelas casas claras ocupadas em relação ao número total de casas claras do tabuleiro?

Plano cartesiano

O jogo de xadrez pode facilitar a compreensão do plano cartesiano.

1) Observar, a seguir, os pares ordenados que indicam as posições das casas escuras da 1ª e da 2ª fila horizontal.

- Casas escuras da 1ª fila horizontal: (2,1), (4,1), (6,1) e (8,1)
- Casas escuras da 2ª fila horizontal: (1,2), (3,2), (5,2), e (7,2)



a) Escrever os pares ordenados que indicam as posições das casas escuras da 3ª e da 4ª fila horizontal.

b) Os pares ordenados que indicam as posições das casas claras da 1ª fila horizontal são: (1,1), (3,1), (5,1), e (7,1). Escrever os pares que indicam as posições das casas claras da 5ª e da 6ª fila horizontal.

c) Dado um desses pares ordenados, você consegue dizer, sem olhar a figura, se esse par representa a posição de uma casa clara ou escura? Por quê?

d) Dados dois desses pares ordenados, você consegue dizer, sem olhar para a figura, se esses pares indicam as posições de casas da mesma cor ou de cores diferentes? Por quê?

2) Observar as figuras de um mesmo tabuleiro de xadrez em dois momentos.

Figura 1 – 1º momento

Figura 2 – 2º momento

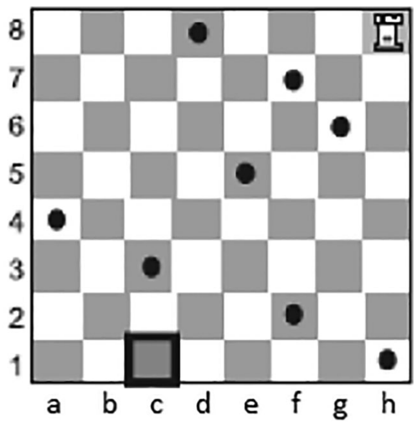
Na Figura 1, temos as peças em posição de partida, e, na Figura 2, temos o tabuleiro após a primeira jogada (movimento da peça escura). Sabendo que a posição de uma peça pode ser dada por um par ordenado em que o primeiro elemento é uma letra e o segundo é um número (linha), indicar:

a) A posição ocupada, na Figura 2, pela peça escura que se movimentou.

b) A posição ocupada, na Figura 1, pela mesma peça.

3) Considerando as casas "al", "bl", "cl" e "dl" do tabuleiro de xadrez, de quantos modos distintos podemos colocar uma torre, um bispo, um cavalo e um rei, nestas quatro casas do tabuleiro citados?

4) Nesta atividade será utilizada somente a torre. Respeitando-se o movimento da peça, qual é o menor número de movimentos possíveis e necessários para que a torre chegue à casa "c1"?



a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 7

CAPÍTULO 5

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, José Wantuir Queiroz de. **O jogo de xadrez e a educação matemática:** como e onde no ambiente escolar. 2010. 156f. Disponível em: <http://bdtd.uepb.edu.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=445>. Acesso em 27 jan. 2014.

BONGIOLO, Cyntia Elvira Franco; BRAGA, Elisabete Rambo e SILVEIRA, Milene Selbach. **Subindo e escorregando: jogo para introdução do conceito de adição de números inteiros**. 1998. 16f. Disponível em: <http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt20035815619166m.pdf>. Acesso em: 25 de jan. de 2014.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE-Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008. 193 p.

BRASIL. **PCN +**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2014.

DANTE, Luiz R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1 ed. São Paulo: Ática, 2010.

DUARTE, Rafael de Souza e FREITAS, Maria Tereza Menezes. Matemática e xadrez: possibilidades no ensino médio. **FAMAT em Revista**, n. 9, out. 2007. Disponível em: <http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat_revista_09_sala_08.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2014.

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO – ENEM. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2012.

FANTI, Ermínia de Lourdes Campello, SULEIMAN, AmalRahif. Jogos Matix e Senha: motivando conteúdos da 2ª série do Ensino Médio. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMUTACIONAL, 34, 2012. **Anais...** Disponível em: <http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiv_cnmac/pdf/185.pdf>. Acesso em: 08 jan. 2014.

KÖNIG, Rosilene I. **Resolução de problemas matemáticos na formação continuada de professores.** 2013 – 270f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas), Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

MANGILI, Leonardo Milioli. **Os jogos e os números inteiros**. 2007. 42f. Disponível em: <http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000031/00003194.pdf>. Acesso em: 20 de jan. de 2014.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados:** um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

NICOLINI, Cristiane A. H.; BERGMANN, Adriana B. **Investigando a forma dos objetos da natureza.** IX Encontro sobre Investigação na Escola, 2010.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. **The effect of situations on children´s understanding of fractions.** Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford: junho de 2003.

O QUE É O QUE É. **Jogos de lógica**. Disponível em:<http://www.oqueeoquee.com/jogos-de-logica/> Acesso em: 20 maio 2012.

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES – OMU, 11., 2008, Lajeado. **Anais...** Lajeado: Univates, 2008.

PORTANOVA, R. **Um currículo de matemática em movimento**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.

REIS, Michele P. **Brincando com a lógica:** aprendendo a pensar. Projeto Teia do Saber, 2006. Metodologias de Ensino da Matemática. Disponível em: <http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab_finais/TrabalhoMichele.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2012.

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elisabeth. **Construindo consciências**: matemática. 1 ed. São Paulo: Sipione, 2006.

RICÓN, M. C. D. **Haciendo matemáticas con el tangram.** Disponível em: **<**http://www.mauriciocontreras.es/TALLER%20DE%20TANGRAM.pdf**>.** Acessado em: 23 nov. 2013.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SILVA, M. T. DA. **Tangram e Geoplano:** Uma Abordagem Didática. Monografia. Santa Catarina: Universidade Federal De Santa Catarina, 2007.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. **Jogos matemáticos do 1º a 5º ano**. Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com números.** São Paulo: Editora Scipione, 1997.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SITES CONSULTADOS:

<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/xadrez.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2014.

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

O Observatório da Educação é um programa resultante da parceria entre a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) e a SECADI (Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão), que visa, principalmente, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos em nível de mestrado e doutorado.

Na Univates, no âmbito desse programa, desenvolvemos o projeto intitulado "Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), Prova Brasil, PISA (Programme for International Student Assessment), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e ENADE (Exame Nacional de Desempenho de Estudantes)".

Entre as ações desenvolvidas, destacamos a realização de intervenções pedagógicas e oficinas junto a escolas da Educação Básica. Nessas atividades exploramos o ensino da Matemática por meio de resolução de problemas, jogos e uso de ferramentas computacionais, visando a experimentar diferentes possibilidades para contribuir na melhoria das práticas de sala de aula. Para o desenvolvimento dessas atividades, preparamos materiais instrucionais, alguns dos quais são socializados neste livro.

O desenvolvimento do projeto e consequente produção deste livro, foi possível em função do apoio financeiro da CAPES/INEP. Nossos agradecimentos.

Maria Madalena Dullius

ISBN 978-85-8167-094-2

Apoio:

INEP

CAPES

OBEDUC
OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO