SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUAN XAVIER ALMEIDA

MATEMÁTICA E MÚSICA: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras

CASTANHAL-PA
2018

LUAN XAVIER ALMEIDA

MATEMÁTICA E MÚSICA: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras

Trabalho apresentado como parte dos requisitos obrigatórios para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Faculdade de Matemática, da Universidade Federal do Pará.
Orientadora: Profa. Dra. Roberta Modesto.

CASTANHAL-PA
2018

LUAN XAVIER ALMEIDA

MATEMÁTICA E MÚSICA: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras

Trabalho apresentado como parte dos requisitos obrigatórios para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará.

Aprovado em: ____________________

Banca Examinadora

____
Dra. Roberta Modesto Braga (Orientadora)
UFPA – Campus Castanhal

____
Dra. Maria Eliana Soares
UFPA – Campus Castanhal

____
Dr. Valdelírio Silva da Silva
UFPA – Campus Castanhal

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pai eterno que me deu sabedoria pra contornar as adversidades e força para está concluindo o curso.

A minha família: mãe Lucirene, pai Auber, irmã Larisse, filha Lia Cristina, padrasto Manoel, tia Lucidalva e vó Maria de Lurdes que sempre me apoiaram, incentivaram e acompanharam todas as etapas desta caminhada.

Aos professores da Universidade Federal do Pará que muito me ensinaram, oportunizando o meu crescimento intelectual e pessoal.

A Roberta Modesto Braga minha orientadora, pela ajuda, atenção, por todo conhecimento adquirido com ela, graças a esses ensinamentos pude chegar até aqui.

Aos amigos: Abimael, Dinho e Miguel que sempre tiveram do meu lado me apoiando, e por todas as conversas e trocas de experiências acerca da educação.

Não poderia deixar de agradecer aos colegas da república: Cleudo, Daniel, Emar e Renatha que em nossa caminhada estudantil constituímos uma família em prol de um mesmo objetivo.

RESUMO

Este trabalho investigou algumas relações entre Matemática e Música possíveis de serem abordadas em ambiente de ensino e aprendizagem de Matemática. Usamos a história desta relação como fio condutor para trabalharmos a interdisciplinaridade, a qual qualificou o que é comum entre essas duas áreas de conhecimentos. O objetivo foi desenvolver uma proposta interdisciplinar envolvendo Matemática e Música para o ensino de frações. Nesse intuito, sintetizamos a relação entre a Matemática e a Música retratando especificamente o trabalho de Pitágoras em seu monocórdio. Partindo deste contexto histórico elaboramos um conjunto de atividades articuladas e planejadas com a intenção de atingir nossa finalidade didática. Assim, apresentamos uma proposta de sequência didática, onde os educandos poderão construir seus monocórdios, analisar os sons, assim como relacioná-los com frações. Tal proposta constitui uma abordagem interdisciplinar, que destaca o uso do monocórdio como uma prática didática, capaz de tornar o ensino e a aprendizagem de frações mais significativo, atraente e capaz de fazer com que pequenas frações de corda se tornem Música.

Palavras chaves: Pitágoras, monocórdio, fração, interdisciplinaridade.

ABSTRACT

This work investigated some relationships between Mathematics and Music possible to be approached in an environment of teaching and learning Mathematics. We use the history of this relationship as the guiding thread for working interdisciplinarity, which has characterized what is common between these two areas of knowledge. The objective was to develop an interdisciplinary proposal involving Mathematics and Music for the teaching of fractions. In this sense, we synthesize the relationship between Mathematics and Music, specifically depicting the work of Pythagoras in his monochord. Starting from this historical context we elaborate a set of activities articulated and planned with the intention of reaching our didactic purpose. Thus, we present a proposal for a didactic sequence, where the students can build their monocórdios, analyze the sounds, as well as relate them with fractions. This proposal constitutes an interdisciplinary approach, which highlights the use of monochord as a didactic practice, capable of making teaching and learning fractions more meaningful, attractive and capable of making small fractions of string become Music.

Keywords: Pythagoras, monochord, fraction, interdisciplinarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Monocórdio..14
Figura 2 – Oitava..18
Figura 3 – Quinta...18
Figura 4 – Quarta...18
Figura 5 – Intervalos entre as notas...24
Figura 6 -Tutorial monocórdio...27

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação de ½ do comprimento de uma corda e sua frequência..............................14
Tabela 2 –Relação de 2/3 do comprimento de uma corda e sua frequência............................15
Tabela 3 – Relação de ¾ do comprimento de uma corda e sua frequência..............................15
Tabela 4 – Intervalo de oitava..21
Tabela 5 – Frações de comprimento..23
Tabela 6 – Intervalo de frequência...24

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 9
2 AS RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA. 13
2.1O experimento do monocórdio 13
2.2A escala pitagórica 17
2.3A construção da escala pitagórica 21
3 INTERDISCIPLINARIDADE 25
3.1 Disciplina e Interdisciplinaridade 25
3.2 Conceito de Interdisciplinaridade 26
4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA: relação entre Matemática e Música como abordagem interdisciplinar para o ensino de frações. 28
4.1Apresentação 28
4.2 Público alvo: Alunos do 7º ano do ensino fundamental. 28
4.3 Número de aulas 28
4.4 Conteúdo científico abordado 28
4.5 Recursos 28
4.6 Estratégia de ação 29
5 CONSIDERAÇÕES 34
REFERÊNCIAS 35

1 INTRODUÇÃO

Segundo Morais (2008), a música é a arte de combinar os sons simultaneamente e sucessivamente, com ordem, equilíbrio e proporção dentro do tempo. “A ideia de música como ciência nasce em Pitágoras (século VI a.C.). Acredita-se que a sua experiência foi uma das primeiras tentativas de compreender e organizar o universo sonoro no ocidente” (HENRIQUE2002, p.15).

Podemos reconhecer este filósofo como o primeiro a relacionar razões de cordas vibrantes a intervalos musicais fazendo uso do seu monocórdio, um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma tábua, possuindo um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções.

A matemática teve papel decisivo para a evolução da música como cita Nunes (2012, p.19):

> A matemática foi indispensável para a evolução da música em vários aspectos: na construção de sistemas musicais que determinam os sons que ouvimos, na fundamentação teórica da análise e composição musical, nos aspectos relacionados à acústica e mais recentemente na música digital, entre outros.

Por esta afirmativa podemos constatar que a matemática esteve diretamente ligada à evolução da música.

É importante salientar, a condição de música com ciência, segundo Santos e Borges (2010) no Brasil e em vários outros países a música é encarada como ciência, pois ela está presente nas universidades em nível de graduação e pós-graduação. “O doutorado, por exemplo, é a defesa em prol de uma tese científica”.

Para tanto, cabe destacar a definição do dicionário de filosofia Abbagnano (1998, p.136), ciência é “conhecimento que inclua, em qualquer forma ou medida, uma garantia da própria validade”.

Segundo Ferreira (2000, p.153), ciências são todas as “disciplinas escolares e universitárias que compreende a química, a física, a biologia, a matemática, a astronomia e outras”. A física, por exemplo, estuda a música através da acústica.

Ainda de acordo com Ferreira (2000, p.153), ciência é o “conjunto metódico de conhecimentos obtidos mediante a observação e a experiência; saber e habilidade que se adquire para o bom desempenho de certas atividades; informação, conhecimento, notícia”. E para Santos e Borges (2010) é isso que faz um músico ou um musicólogo, ensinar a teoria musical através da observação e a experiência.

Assim, podemos reconhecer a música como ciência e compreender o processo de evolução dessas duas áreas de conhecimentos trabalhando de forma harmônica, no qual podemos identificar o trabalho de Pitágoras como o primeiro estudo dos sons relacionando-os com frações.

Nesse sentido, entendemos que as relações existentes entre música e matemática, podem ser atrativas e significativas para o ensino da matemática. Existe também o fato do ensino da música ter se tornado mais presente nas escolas, com isso a transferência de aprendizagem de um domínio para o outro se faz importante, processo em que as atividades compartilham elementos neurológicos comuns entre si.

Levando em consideração a existência desses domínios relativamente independentes, podem ocorrer transferências entre estes dois domínios, como cita Oliveira e Sabba (2013):

> Um exemplo de transferência, é a aprendizagem da matemática por meio da música, há estudos que sugerem fortemente um grande envolvimento de processos espaço-temporais e até mesmo visuo-espaciais no processamento musical, estes processos também são utilizados para aprender conceitos matemáticos, o que nos faz pensar em tal transferência. (OLIVEIRA; SABBA 2013, p. 3).

O compositor Dom Shiltz em sua palestra na Comissão Nacional de Educação Musical, em Nashville, em 1990,fezum depoimento retratando a importância da música em seus estudos durante o ensino médio.

> Eu vou lhes contar sobre uma aula que eu tinha... apreciação musical. Eu realmente não pensava nela como uma aula. Achava que era um período em que cantávamos. [...] Foi melhor que qualquer aula de história da minha vida. Aprendíamos Matemática, descobríamos os relacionamentos entre as partes e que a composição seguia regras matemáticas. E aprendíamos a ouvir; se não escutamos, não conseguimos aprender. Essa apreciação da música interligou todos os meus estudos. (CAMPBELL; CAMPBELI; DICKINSON, 2000apud NUNES 2012, p. 19-20).

O Conhecimento da relação íntima entre a matemática e a música, nos direciona para a interdisciplinaridade, onde é possível proporcionar aos educandos uma visão mais ampla da matemática e da música, deste modo tirando o conhecimento matemático do campo abstrato.

Segundo Oliveira, E. (2010) a utilização da interdisciplinaridade como forma de desenvolver um trabalho de integração dos conteúdos de uma disciplina com outras áreas de conhecimento é uma das propostas apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais “PCN`s” que contribui para o aprendizado do aluno.

O estudo das relações entre matemática e música apesar de serem antigas, se fazem recentes no campo da Educação Matemática.

Partindo das considerações acima, chegamos a seguinte situação problema: *Que relações entre a Matemática e a Música podem possibilitar para uma proposta de ensino interdisciplinar para o ensino de frações?*

Nesse contexto, nos propusemos com este trabalho de pesquisa *desenvolver uma proposta interdisciplinar envolvendo Matemática e Música para o ensino de frações.*

E para alcançar esse objetivo, traçamos os seguintes objetivos específicos: a) sintetizar a relação entre matemática e música através do monocórdio de Pitágoras; b) propor uma sequência didática envolvendo música e matemática para o ensino de frações.

Metodologicamente, para a revisão bibliográfica foram consultadas várias literaturas; Abdounur, (2002): Nunes (2012); Campos (2009); Oliveira, e Sabba (2013); Cavalcante e Lins (2010), entre outros, ligadas ao assunto em estudo, livros, artigos publicados na internet o que possibilitou que este trabalho tomasse forma para ser fundamentado.

Segundo Marconi e Lakatos (1992), a pesquisa bibliográfica é o levantamento da bibliografia já publicada, em forma de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. A sua finalidade é fazer com que o pesquisador entre em contato direto com todo o material escrito sobre um determinado assunto, auxiliando o cientista na análise de suas pesquisas ou na manipulação de suas informações. Ela pode ser considerada como o primeiro passo de toda a pesquisa científica.

A partir do conhecimento teórico, foram elaborados a identificação do tema, a formulação do problema de pesquisa e a seleção dos artigos. Com embasamento do referencial teórico foi proposto uma sequência didática, a fim de contribuir no ensino da matemática e dá suporte à comunidade escolar sobre o referido tema.

É importante ressaltar o que é uma sequência didática, que segundo Oliveira, Maria (2013) a define como sendo um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino aprendizagem.

A supracitada autora apresenta como passos básicos da sequência didática: Escolha do tema a ser trabalhado; questionamentos para problematização do assunto a ser trabalhado; planejamento dos conteúdos; objetivos a serem atingidos no processo de ensino aprendizagem; delimitação da sequência de atividades, levando-se em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade etapas, e avaliação dos resultados.

O trabalho está estruturado em quatro seções. Esta primeira que trata das questões introdutórias sobre o trabalho, bem como a metodologia utilizada. A segunda seção, intitulado “As relações entre música e matemática” traz uma abordagem histórica sobre a relação entre música e matemática, destacando o monocórdio e a escala pitagórica como elementos que permitem essas associações: tais como, frações de cordas vibrantes e padrões matemáticos na sistematização de escalas.

A terceira seção, intitulada “Interdisciplinaridade” considera a noção do termo Interdisciplinaridade na educação e sua relação com a construção do conhecimento. A quarta seção, intitulado “Proposta de sequência didática: Relação entre Matemática e música como abordagem interdisciplinar para o ensino de frações”, apresenta uma sequência didática, mostrando que a música está presente no cotidiano das pessoas, citando algumas formas que possam auxiliar os alunos na aprendizagem escolar, destacando a importância do uso de novas ferramentas que incentive e valorize a capacidade de raciocínio matemático dos indivíduos através da utilização da música. A quarta seção trata das considerações sobre o trabalho.

2 AS RELAÇÕES ENTRE A MÚSICA E A MATEMÁTICA.

2.1O experimento do monocórdio

A relação entre a Música e a Matemática é muito antiga, não se sabe ao certo quem foi o primeiro a fazer as primeiras conjecturas entre essas duas ciências (Fonseca 2013, p.15), uma vez que os povos antigos já manifestavam as duas áreas de conhecimento de formas separadas. Como afirma Abdounur (2002).

> [...] o poder conquistador supra-humano da música já se expressa na mitologia grega em Orfeu, cujo canto acompanhado de lira sustentava rios, amansava feras e movia pedras. A matemática também se faz presente desde os tempos mais remotos, por exemplo, na contagem de objetos. (ABDOUNUR 2002, p.07).

A matemática surgiu da necessidade humana de organizar, compreender e estruturar suas atividades, isso nos leva a pensar que em um determinado momento o homem começou a relacionar a matemática com a música, apesar de não podermos afirmar quando tal processo foi iniciado. Abdounur (2002) cita que há milhares de anos já havia certa preocupação matemática relacionada à música:

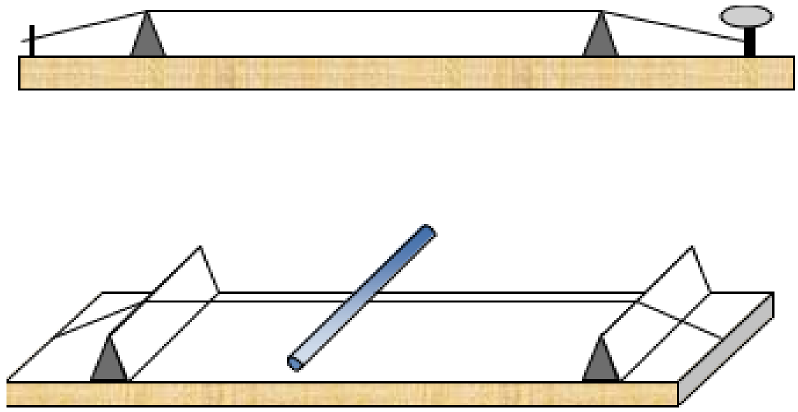
> [...] referente a um osso de urso com idade entre 43.000 e 82.000 anos [...] apresentando uma configuração de buracos capaz de produzir intervalos musicais de tons e semitons, elementos fundamentais da escala diatônica moderna.
>
> [...] o que já mostraria preocupações matemáticas quando de sua confecção, porém tais considerações não passam de conjecturas. (ABDOUNUR 2002, p.07-08).

Como isso, podemos pensar que esse cuidado matemático, referente à música se dava de forma empírica ou intuitiva. Segundo Fonseca (2013), Pitágoras foi o primeiro a escrever um documento científico da relação entre música e matemática, datada em aproximadamente VI séculos a.C. Para Pitágoras a música tinha várias finalidades inclusive as pedagógicas onde se podia controlar a raiva, a agressividade entre outras, assim ele usava a música para criar um ambiente de tranquilidade para passar aos seus discípulos os seus ensinamentos. Na escola Pitagórica, Pitágoras fez seu estudo a partir de um monocórdio, instrumento de uma única corda, onde é possível dividir a corda em várias frações e fazer vibrar as partes, como define Abdounur (2002).

> [...] o monocórdio é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa possuindo, ainda um cavalete móvel

> colocado sob a corda para dividi-la em duas seções. (ABDOUNUR, 2002, p. 4).

Figura 1. Monocórdio



Fonte: https://wikicharlie.cl/wikicharlie/index.php?title=Piano&oldid=51993

Deste modo, Pitágoras observou que dividindo a corda ao meio com o cavalete e tocando uma das metades se obtinha um som equivalente ao som da corda solta (o som original), o que para nós hoje é mesma nota, uma oitava acima[1]. Sabemos que a divisão de uma corda ao meio, duplica a sua frequência em relação à frequência (original) da corda solta. Daí, as seguintes relações podem ser evidenciadas:

Tabela 1: Relação de ½ do comprimento de uma corda e sua frequência.

Comprimento da corda (*x*)	Frequência(*f*)
x	f
$\frac{x}{2}$	$2f$

Fonte: Do autor.

Estes dois intervalos são consonantes[2], ou seja, quando tocados juntos são agradáveis aos ouvidos, apresentando equivalência. Desse modo podemos entender que as notas diferenciadas por oitavas são consonantes, apresentando uma classe de equivalência com cita Abdounur (2002, p. 9).

> [...] as notas diferenciadas por intervalos de oitavas apresentam [...] uma espécie de classe de equivalência musical da seguinte forma: duas notas são equivalentes, se o intervalo definido por elas for um número inteiro de oitavas. Sobe essa ótica, as distintas oitavas reduziam se apenas a uma, possuindo, portanto cada

---

[1] Uma oitava a cima: a nota é a mesma, porém ela está em uma região mais aguda do instrumento.
[2]Consonantes ou convergentes: estes termos são usado para representar o conjunto harmonioso de sons.

> nota, notas equivalentes em todas as outras oitavas e particularmente naquele referencial. (ABDOUNUR 2002, p.9).

Pitágoras deu continuidade à sua investigação observando outros sons provenientes de outras frações da corda, como por exemplo, colocando o cavalete a 1/3 do final da corda e tocando 2/3 restante. O som obtido é consonante aos dois primeiros sons, o original e a oitava, e a relação de comprimento e frequência como à corda solta (original) é:

Tabela 2: Relação de 2/3 do comprimento de uma corda e sua frequência.

Comprimento da corda (*x*)	Frequência (*f*)
x	f
$\frac{2x}{3}$	$\frac{3f}{2}$

Fonte: Do autor.

Este novo som pode ser produzido uma oitava acima de acordo com a seguinte relação:

Tabela 3: Relação de ¾ do comprimento de uma corda e sua frequência.

Comprimento da corda (*x*)	Frequência (f_1)[3]
$\frac{2x}{3}$	(f_1)
$\frac{3x}{4}$	$\frac{4}{3}(f_1)$

Fonte: Do autor.

Esses quatros sons produzidos pelas vibrações dos comprimentos da $(x, \frac{x}{2}, \frac{2x}{3}, \frac{3x}{4})$ corda, são todos consonantes, e são conhecidos como consonância de Pitágoras, uma vez que tal descoberta é atribuída a Pitágoras, embora seja provável que estes intervalos já fossem conhecidos por outros povos antigos. (FONSECA, 2013).

A descoberta destes intervalos foi significativa paras os pitagóricos, pelo fato de existir relações entre matemática e consonância, e maravilhados pelo fato desta relação ser representada por frações de pequenos números inteiros entre 1 e 4, como cita Abdnounur (2002).

---

[3]Nas tabelas 1 e 2 a relação é direta com o comprimento x da corda, adotou-se f como frequência. Na tabela 3, trata-se da oitava de 2x/3 então, usa-se f_1 sendo uma frequência genérica, pois 3x/4 se relaciona 2x/3 e não com x, como acontece nas tabelas 1 e 2.

> [...] os pitagóricos consideravam o número quatro – o primeiro quadrado par – origem de todo universo, todo o mundo material representando a matéria em seus quatros elementos integrados: o fogo, o ar, a terra e a água. A importância do número quatro para os pitagóricos emergem ainda no cenário musical ao considerar o tetracorde – sistema de quatro sons, [...] como escala mais elementar e unidade fundamental da música grega. (ABDNOUNUR 2002, p. 6-7).

Desse modo podemos compreender que para os Pitagóricos os números eram a essência para todas as coisas, conforme Souza (1996), reafirma em o livro “os Pré-socráticos” que:

> Pitágoras teria chegado à conclusão de que todas as coisas são números através, inclusive, de uma observação musical: verifica, no monocórdio, que o som produzido varia de acordo com a extensão da corda sonora. Ou seja, descobre que há uma dependência do som em relação à extensão, da música (tão importante como propiciadora de vivências religiosas está- ticas) em relação à matemática (SOUZA 1996, p.18).

Movidos por essa filosofia “os pitagóricos buscavam incessantemente por formulações que validassem seu pensamento a respeito da ideia que envolvia a noção do número” (DUARTE; GONÇALVES; NÓBREGA 2017, p. 103) Embora existisse um olhar místico em que os números fossem essência de tudo, inclusive do ser, indo de encontro e confrontando o olhar racional, como afirma Pereira (2013, p.15), “Na verdade, toda a filosofia pitagórica era fundamentada em dualidades, tais como o par e o ímpar, o perfeito e o imperfeito, o ser e o não ser, etc.”.

Aristóteles (350 a. C) em seus estudos reafirma em que os pitagóricos acreditavam e a forma pelo qual tratavam os números:

> [...] os assim chamados pitagóricos, tendo-se dedicado às matemáticas, foram os primeiros a fazê-la avançar. Nutridos por ela, acreditaram que o seus princípios eram o princípio de todas as coisas.
> [...] assim, todas as coisas estariam em relações semelhantes; observando também que as notas e os acordes musicais consistem em números e parecendo-lhes, por outro lado, que toda a natureza é feita à imagem dos números, sendo estes os princípios da natureza, supuseram que os elementos do número são os elementos de todas as coisas e que todo o universo é harmonia e número. (ARISTÓTELES 350 a.C. apud PEREIRA 2013, p. 15)

Pitágoras estava deslumbrado com as consonâncias descobertas em seu experimento com o monocórdio, e estava interessado em ir além, até descobrir aquilo que hoje chamamos de harmonia, acredita-se que ele tenha feito outras investigações no monocórdio e chegado ao mesmo resultado, conforme afirma Fonseca (2013):

> [...] Pitágoras teria feito marcas na corda que a dividia em doze secções iguais; e que, ao tocar a corda na 6ª marca, na 8ª marca e na 9ª marca encontrou os sons [...] equivalentes às frações $\frac{x}{2}, \frac{2x}{3}\, e\, \frac{3x}{4}$.(FONSECA 2013, p. 20).

Este resultado foi bem interessante, uma vez que foi possível verificar que relações aritméticas onde 9 é a média aritmética de 12 e 6, e 8 é a média harmônica entre 12 e 6.

$9 = \frac{12+6}{2}$ pois $m = \frac{a+b}{2}$

m= (média aritmética entre dois números)

$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)$ pois $\frac{1}{h} = \left(\frac{1}{2}\right).(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

h= (é a media harmônica entre dois números)

Definimos a média harmônica entre os números reais e positivos $x_1, x_2, x_3,..., x_n$ como sendo o inverso da média aritmética do inverso destes números.

Como isso, 12x6=9x8; que é uma geral da aritmética e da média harmônica, portanto temos $ab = hm$.

Estas relações foram fundamentais para encontrar outros sons que viriam compor uma escala mais completa, a escala pitagórica.

2.2A escala pitagórica

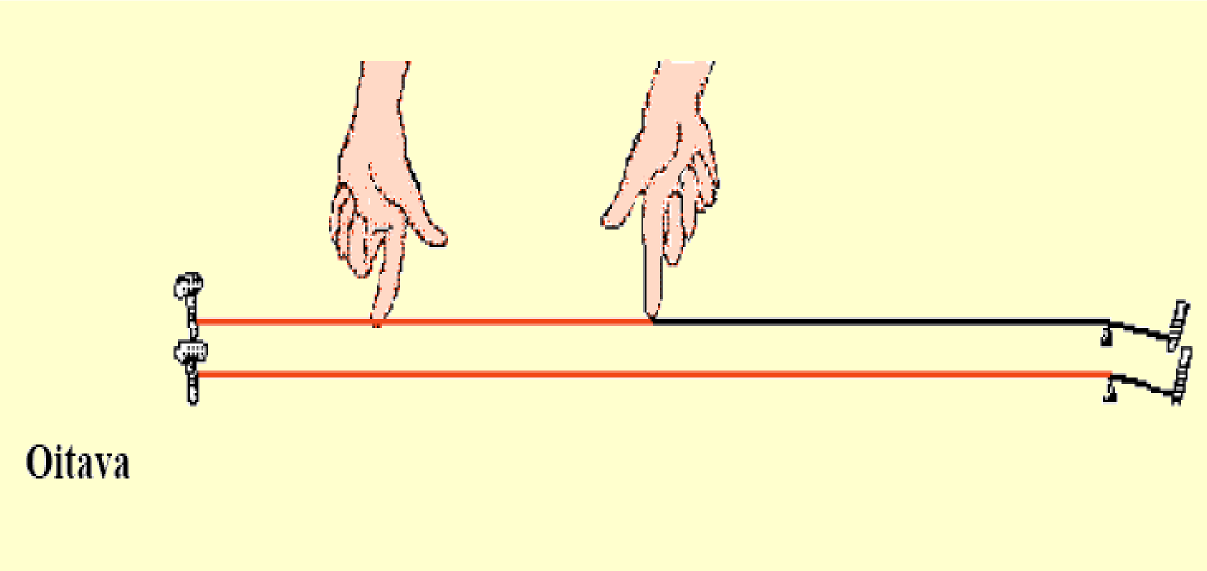
Pitágoras o criador do monocórdio, descobriu uma relação entre os números e os sons, as notas musicais. Essa relação deu origem à harmonia musical, que nada mais é que a união das notas tocadas simultaneamente, produzindo um som agradável aos ouvidos.

O monocórdio na modalidade de corda solta produzia uma nota musical que servia de referência para que com isso fosse possível determinar as outras. “As novas” notas foram bem definidas a partir de proporções numéricas: A Tonica, de razão 1:1 → comprimento *x*, A Oitava, de razão 1:2 → comprimento $\frac{x}{2}$ (Fig.2), A Quinta[4], de razão 2:3 → comprimento $\frac{2x}{3}$ (Fig.3), A Quarta[5], de razão 3:4 → comprimento $\frac{3c}{4}$ (Fig.4).

---

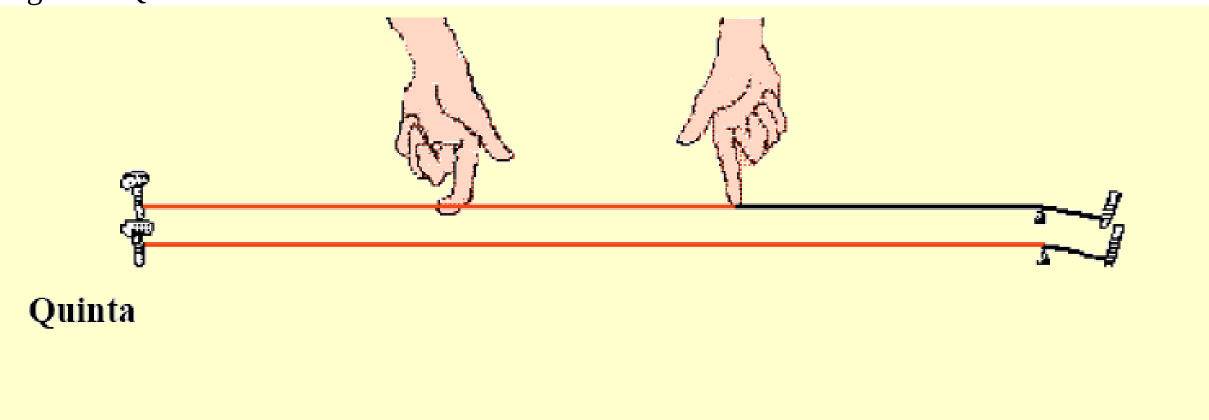
[4] A quinta: refere-se à nota sol que é a quinta nota da nossa escala atual.
[5] A quarta: refere-se à nota fá que é a quarta nota da nossa escala atual.

Figura 2. Oitava



Fonte: <http://www.ghtc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html>

Figura 3. Quinta



Fonte:< http://www.ghtc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html>

Figura 4. Quarta

Fonte: http://www.ghtc.usp.br/server/Sites-HF/Lucas-Soares/monocordio%20de%20pitagoras.html

Essas quatro notas foram definidas como consonantes, são notas que quando tocadas simultaneamente produzem uma sonoridade concordante[6], “casam” entre si, são prazerosas de se escutar. Acredita-se que esta tenha sido a primeira ideia de acorde:

> [...] que, por definição, é a reprodução de um grupo de notas ao mesmo tempo. A ideia de acorde consonante é oposta à ideia de acorde dissonante, que é formado por sons que, quando tocados juntos, não agradam aos ouvidos. A dualidade consonância × dissonância é objeto de estudo dos musicólogos. (PEREIRA 2013, p. 20)

Segundo, a lenda contada por Guido D’Arezzo, no tratado sobre música intitulado *Micrologus.*

> Pitágoras, ao ouvir os diferentes sons produzidos pelas batidas dos martelos numa oficina de ferreiro, percebeu que estes propiciavam uma sensação agradável e tinham uma harmonia entre si. Ele também teria notado que os valores dos sons poderiam ser expressos por relações numéricas (proporções) e que, para sua surpresa, os martelos que produziam os sons mais agradáveis (consonantes) pesavam 12, 9, 8 e 6 unidades de massa. (D’AREZZO, 1996 apud PEREIRA 2013, p. 20).

Sabemos que fazendo uma corda vibrar, a mesma emite som. De acordo, com Pereira (2013), os gregos perceberam que o som dependia do comprimento da corda, usando comprimentos aleatórios, sons diferentes eram produzidos, alguns agradáveis outros não.

Sendo assim, os sons harmoniosos são sempre produzidos por uma corda vibrante cujo comprimento é dividido em proporções simples, assim existe uma relação entre sons harmoniosos e números inteiros, que conforme Pereira (2013), para os pitagóricos “A consonância [...], seria mais bela quanto mais simples fosse à relação proporcional entre os sons. A mística dos números fica evidente quando se observam os denominadores das frações: $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$.” (PEREIRA 2013, p.21).

Concidentemente, essas frações eram equivalentes às frações que relacionavam os pesos dos martelos da oficina que Pitágoras tivera observado, sendo o doze o inteiro, como se pode notar a baixo:

$$\frac{12}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12} \text{ e } \frac{9}{12}.$$

[6] Concordantes: Que concorda; (em música)Harmônico.
Fonte: <https://www.priberam.pt/dlpo/concordante> acessado em 22 /05/2018

Não se pode afirmar em que tom estava afinado o monocórdio, porém isso não é tão relevante, o importante é a relação entre a corda solta (tônica) e as notas encontradas, como afirma Pereira (2013).

> [...] o que realmente interessa é a relação entre a corda tocada solta (tônica) e as outras notas obtidas pressionando o monocórdio em determinadas posições e fazendo vibrar a corda pressionada nessas posições. Essas notas consoantes são, na escala ocidental atual, a **oitava**, a **quinta** e a **quarta**, relativas à tônica.(PEREIRA 2013, p. 20).

A oitava é sempre obtida, ao tocar a corda na metade de seu comprimento, e para o ouvido humano é interpretada como a mesma nota. Ou seja, a primeira nota (corda solta “tônica”) e a oitava são identificadas como notas iguais.

Podemos fazer analogia com um violão, quando tocamos uma nota na 12ª casa do violão, obtemos o mesmo acorde, isto é, a oitava. A 12ª casa do violão quando pressionada corresponde à metade do comprimento da corda. “Exatamente como Pitágoras descobriu há 2500 anos em seu experimento com o monocórdio. Essa descoberta foi o marco inicial para a formação da primeira escala musical”, como cita Pereira (2013, p.22).

> A partir dessa descoberta, estava, então, formada a primeira escala musical, a mais elementar e a que serviu de base para a música grega: a escala formada pelos quatro sons descobertos por Pitágoras, que hoje sabemos que eles representam a 1ª, a 4ª, a 5ªe a 8ªna escala atual. Como consequência, surgiu o tetracórdio, uma espécie de lira com quatro cordas, cada uma contendo uma nota daquela escala.

Vale ressaltar que o comprimento inicial da corda não era importante, mas sim, a razão entre um dado comprimento *x* como referência, e os comprimentos $x_1 = \frac{x}{2}$, $x_2 = \frac{2x}{3}$, $x_3 = \frac{3x}{4}$,..., obtidos a partir da divisão da corda.

Desse modo, saindo dos limites da primeira oitava podemos encontrar outros sons equivalentes em outras oitavas acima, fracionando a corda em pedaços ainda menores.
Conforme abaixo:

- Oitavas[7] $\rightarrow \frac{x}{2}, \frac{x}{4}, \frac{x}{8}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n . x$
- Quartas[8] $\rightarrow \frac{\mathbf{3x}}{\mathbf{4}}, \frac{3x}{8}, \frac{3x}{16}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n . \frac{\mathbf{3x}}{\mathbf{4}}$

[7] As oitavas são obtidas pela divisão do comprimento *x* por 2, isto é apresentam a mesma tonalidade do comprimento de x porem mais agudas.

- Quintas[9]→$\mathbf{\frac{2x}{3}}, \frac{x}{3}, \frac{x}{6}, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \mathbf{\frac{2x}{3}}$

Para um melhor entendimento sobre as relações acima, podemos pensar em uma sequência de notas que se repetem sempre depois da sétima nota. A oitava nota seria a primeira nota do próximo grupo de notas, cada vez mais aguda.

Podemos seguir este padrão, tais como: a corda tocada na fração $\frac{3x}{16}$, por exemplo, seria uma quarta, mais aguda, duas oitavas acima da quarta inicial, onde a fração da corda era $\frac{3x}{4}$.

A partir desse padrão, Pitágoras também observou que o som produzido pelo monocórdio era dissonante quando pressionado em outros pontos diferentes destes acimas citados.

2.3A construção da escala pitagórica

A primeira escala musical tinha quatro notas, e entre essas quatro notas existem outras, que foram sendo descobertas, seguindo as mesmas proporções estabelecidas por Pitágoras, até se chegar ao que hoje chamamos escala diatônica de dó, que segundo Pereira (2013), é uma escala que possui 7 notas, mais uma a oitava, a qual é transformada na escala de 8 notas. Abaixo podemos observar o exemplo da afamada escala, onde as frações representam as frações da corda solta, de comprimento *x*.

Tabela 4: Intervalo de oitava

$DÓ_1$	$RÉ_1$	MI_1	$FÁ_1$	SOL_1	$LÁ_1$	SI_1	$DÒ_2$
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
x			$\frac{3x}{4}$	$\frac{2x}{3}$			$\frac{x}{2}$

Fonte: Do autor.

Com isso, podemos calcular as outras notas, por meio da seguinte convenção: na escala diatônica[10] a primeira oitava esta delimitada com $DÓ_1$ e $DÓ_2$. Entre essas estão, RÉ, MI, FÁ,

---

[8] $\frac{3x}{4}$ é a quarta de referência, sempre que dividida por 2 encontraremos quartas mais agudas. Ou seja, uma oitava acima.

[9] $\mathbf{\frac{2x}{3}}$é a quinta de referência, sempre que dividida por 2 encontraremos quintas mais agudas. Ou seja, uma oitava acima.

SOL, LÁ e SI. Deste modo, podemos considerar genericamente, a ‘n-esima’ oitava que estará delimitada entre $DÓ_n$ e $DÓ_{n+1}$ e conterá $RÉ_n$, MI_n, etc. Adotaremos Z_n, para representar uma nota qualquer ou a fração do comprimento da corda que produz a referida nota.

Como exemplo podemos citar o $SOL_n = \frac{2}{3}.DÓ_n$ fração necessária para produzir a nota SOL_n. Partindo de uma suposição que o monocórdio estivesse afinado com a tônica em DÓ, podemos dizer que Pitágoras já percebia o $FÁ_1$ (quarta), o SOL_1(quinta) e o $DÓ_2$(oitava).

Utilizando um processo denominado por ciclo das quintas, que consiste em uma sequência de notas distanciadas por intervalos de quinta, podemos encontrar notas anteriores e posteriores.

Em termos de comprimento de corda, a quinta (ou quinta justa) de uma nota musical qualquer é determinada por:

$$Q = \frac{2}{3}.X_n \textit{ (Equação 1)}$$

Fazendo uso desta *equação1* podemos determinar o ciclo das quintas, como cita Pereira (2013, p.25).

> Partindo da razão definida para a quinta $\left(\frac{2}{3}\right)$, pode-se determinar o ciclo das quintas da seguinte maneira: tomada uma nota como referencia, por exemplo, DO, deve-se encontrar a quinta de DO, depois a quinta em relação à quinta, e assim por diante. Para tal, partimos de dois resultados já conhecidos, que definem o intervalo de uma oitava.

Ainda, considerando o estudo de Pereira (2013), podemos compreender o ciclo das quintas:

- A quinta de $DÓn$ é $SOLn$
- A quinta de $FÁn$ é $DÓn_{+1}$(que está na próxima oitava).

Com isso, podemos calcular a m-esima quinta da n-esima oitava com a equação:

$$Qm = \left(\frac{2}{3}\right)^m .DÓ_1 \textit{(Equação 2)}$$

Se definirmos ($DÓ_1$) com 1 unidade de comprimento, $x = 1$ podemos calcular os comprimentos da corda que produzirá as próximas quintas, como podemos observar:

[10]Escala diatônica: é uma escala de sete notas (heptatônica), com cinco intervalos de tons e dois intervalos de semitons entre as notas. Este padrão se repete a cada oitava nota numa sequência tonal específica.

- A quinta de DÓ$_1$: $\frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$, que corresponde a SOL$_1$.

  A quinta de FÁ$_1$: $\frac{2}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$, que corresponde a DÓ$_2$(que está na próxima oitava).
- A quinta de SOL$_1$: $\frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, que corresponde a RÉ$_2$(que está na próxima oitava).

  Para calcular RE1, multiplica-se RÉ$_2$ por 2.

  RÉ$_1$ = $2.\frac{4}{9} = \frac{8}{9}$
- A quinta de RÉ$_1$: $\frac{2}{3}.\frac{8}{9} = \frac{16}{27}$, que corresponde ao LÁ$_1$.
- A quinta de LA$_1$: $\frac{2}{3}.\frac{16}{27} = \frac{32}{81}$, que corresponde ao MI$_2$(que está na próxima oitava).

  Para calcular MI$_1$, multiplica-se MI$_2$ por 2.

  MI$_1$ = $2.\frac{32}{81} = \frac{64}{81}$
- A quinta de MI: $\frac{2}{3}.\frac{64}{81} = \frac{128}{243}$, que corresponde ao SI$_1$.

Utilizando o processo descrito acima podemos fazer uma interação entre a primeira e segunda oitava, mas devemos lembrar que é necessário multiplicar por 2 para trazer uma nota da segunda oitava para a primeira oitava.

Fazendo o remanejamento das notas pelo ciclo das quintas, temos as sete notas (dó, ré, mi, fá, sol, lá e si), na primeira oitava. Estas sete notas formam a escala de sete tons, conhecida como diatônica.

Nas tabelas abaixo podemos observar a composição da escala diatônica e a relação de comprimentos e frequências das notas.

Tabela 5: Frações de comprimento

DÓ$_1$	RÉ$_1$	MI$_1$	FÁ$_1$	SOL$_1$	LÁ$_1$	SI$_1$	DÓ$_2$
1ª	2ª	3ª	**4ª**	**5ª**	6ª	7ª	**8ª**
$\boldsymbol{x}$	$\frac{8x}{9}$	$\frac{64x}{81}$	$\boldsymbol{\frac{3x}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{2x}{3}}$	$\frac{16x}{27}$	$\frac{128x}{243}$	$\boldsymbol{\frac{x}{2}}$

Fonte: Do autor

Tabela 6: Intervalos de frequência

DÓ$_1$	RÉ$_1$	MI$_1$	FÁ$_1$	SOL$_1$	LÁ$_1$	SI$_1$	DÓ$_2$
1ª	2ª	3ª	**4ª**	**5ª**	6ª	7ª	**8ª**
$\boldsymbol{f}$	$\frac{9f}{8}$	$\frac{81f}{64}$	$\boldsymbol{\frac{4f}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{3f}{2}}$	$\frac{27f}{16}$	$\frac{243f}{128}$	$\boldsymbol{2f}$

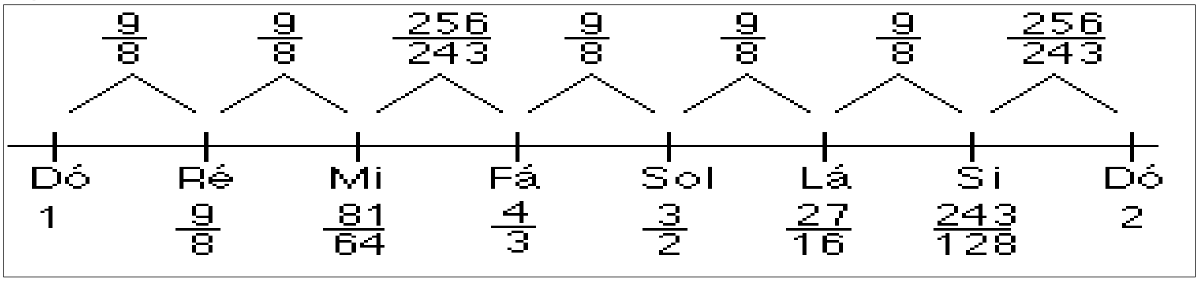
Fonte: Do autor

Com isso, vale ressaltar, Pereira (2013) que está gama foi utilizada por toda a idade média, e sofreu modificações somente a partir do século XVI, como podemos observar:

> Até a Idade Média, o modelo matemático de escala criado por Pitágoras era o mais aceito pela comunidade musical no Ocidente, todavia havia outros. E outros estavam sendo desenvolvidos para tentar corrigir as 'falhas' do modelo grego. Talvez o próprio Pitágoras também tenha percebido que o intervalo entre duas notas da escala, quer dizer, entre a frequência sonora das notas, não era sempre o mesmo. (PEREIRA, 2013, p. 31)

Era evidente que os intervalos entre um DÓ e um RÉ ou entre um RÉ e um MI não eram os mesmo que os intervalos entre SI e DÓ ou entre MI ou FÁ. Como podemos ver abaixo:

Figura 5. Intervalos entre as notas



Fonte: <http://www.dmu.uem.br/lappso/index.php?title=Taa_ch1.11>

Com o desenvolvimento do sistema tonal e ampliação do uso de modulações e diferentes tonalidades, o uso da escala de médio tom ou da escala pitagórica tornava-se restritivo. Uma solução foi adotar uma escala com doze semitons igualmente distribuídos pela oitava. Nessa escala, chamada de escala temperada, o intervalo entre Dó e Dó#[11] é o mesmo entre Dó# e Ré. Além disso, as notas em harmônicas passam a ter a mesma frequência, o que não ocorre na escala pitagórica (IAZZETTA, 2000).

[11] O símbolo # é utilizado para indicar notas sustenidos, que são notas meio tom acima da nota de origem.

3 INTERDISCIPLINARIDADE

3.1 Disciplina e Interdisciplinaridade

De acordo com Fortes (2012) a noção de disciplina é fundamental para que se possa entender o desenvolvimento das ciências, do pensamento humano. É uma categoria organizada dentro das diversas áreas do conhecimento que as ciências abrangem. Para se entender o termo interdisciplinaridade, deve-se partir da noção de disciplina.

> A organização disciplinar foi instituída no século XIX, com a formação das universidades modernas; desenvolveu-se, depois, no século XX, com o impulso dado à pesquisa científica; isto significa que as disciplinas têm uma história: nascimento, institucionalização, evolução, esgotamento, etc; essa história está inscrita na da Universidade, que, por sua vez, está inscrita na história da sociedade (MORIN, 2002, p. 105).

A disciplina é uma forma de organizar, de delimitar, ela representa um conjunto de estratégias organizacionais, uma seleção de conhecimentos que são ordenados para apresentar ao aluno, com o apoio de um conjunto de procedimentos didáticos e metodológicos para seu ensino e de avaliação da aprendizagem.

Segundo Fazenda (1999, p. 66): “a indefinição sobre interdisciplinaridade origina-se ainda dos equívocos sobre o conceito de disciplina”. A polêmica sobre disciplina e interdisciplinaridade possibilita uma abordagem pragmática em que a ação passa a ser o ponto de convergência entre o fazer e o pensar interdisciplinar. É preciso estabelecer uma relação de interação entre as disciplinas, que seriam a marca fundamental das relações interdisciplinares.

O caráter disciplinar do ensino formal dificulta a aprendizagem do aluno, não estimula ao desenvolvimento da inteligência, de resolver problemas e estabelecer conexões entre os fatos, conceitos, isto é, de pensar sobre o que está sendo estudado. “O parcelamento e a compartimentação dos saberes impedem apreender o que está tecido junto” (MORIN, 2000, p.45):

Por outro lado, na formação de projeto interdisciplinar é necessário determinar o valor de cada disciplina, discute-se em nível teórico, suas estruturas e a intencionalidade de seu papel no currículo escolar. Esses fundamentos possibilitam entender que a interdisciplinaridade é muito mais que uma simples integração de conteúdo.

> A interdisciplinaridade não dilui as disciplinas, ao contrário, mantém sua individualidade. Mas integra as disciplinas a partir da compreensão das múltiplas causas ou fatores que intervêm sobre a realidade e trabalha todas as linguagens necessárias para a constituição de conhecimentos, comunicação e negociação de significados e registro sistemático dos resultados. (BRASIL, 1999, p. 89)

Para que ocorra a interdisciplinaridade não se trata de eliminar as disciplinas, trata-se de torná-las comunicativas entre si, concebê-las como processos históricos e culturais, e sim torná-la necessária a atualização quando se refere às práticas do processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Brasil (1999), a reorganização curricular em áreas de conhecimento tem o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos conteúdos, numa perspectiva de interdisciplinaridade e contextualização. A proposta da interdisciplinaridade é estabelecer ligações de complementaridade, convergência, interconexões e passagens entre os conhecimentos. O currículo deve contemplar conteúdos estratégias de aprendizagem que capacitem o aluno para a vida em sociedade, a atividade produtiva e experiências subjetivas, visando à integração.

De acordo com Morin (2000), as disciplinas como estão estruturadas só servirão para isolar os objetos do seu meio e isolar partes de um todo. A educação deve romper com essas fragmentações para mostrar as correlações entre os saberes, a complexidade da vida e dos problemas que hoje existem. Caso contrário, será sempre ineficiente e insuficiente para os cidadãos do futuro.

Para Fortes (2012), a inteligência parcelada, compartimentada, mecanicista, disjuntiva e reducionista rompe o complexo do mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa o que está unido, torna unidimensional o multidimensional.

3.2 Conceito de Interdisciplinaridade

Ao conceituar o termo Interdisciplinaridade, não se possui ainda um sentido único e estável, trata-se de um conceito que varia, não somente no nome, mas também no seu significado. Entender o vocábulo Interdisciplinaridade foi e ainda é muito discutido, pois existem várias definições para ela, depende do ponto de vista e da vivência de cada um, da experiência educacional, que é particular. (FORTES, 2012).

Para Japiassu (1976, p.74): “A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa”.

Essa temática é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com possível abordagem em diferentes disciplinas. É compreender, entender as partes de ligação entre as diferentes áreas de conhecimento, unindo-se para transpor algo inovador, abrir sabedorias, resgatar possibilidades e ultrapassar o pensar fragmentado. É a busca constante de investigação, na tentativa de superação do saber. Ainda que a noção do termo interdisciplinaridade não se configure como um sentido unívoco e preciso, em vista do conjunto de enfoques que ela recebe, mesmo que não possamos generalizar uma concepção de interdisciplinaridade, o certo é que há uma compreensão comum, por parte dos seus diversos teóricos, na necessidade de relação de sentidos e significados na busca do conhecimento, objetivando uma percepção de saberes em conjunto.

> O conceito de interdisciplinaridade fica mais claro quando se considera o fato trivial de que todo conhecimento mantém um diálogo permanente como os outros conhecimentos, que pode ser de questionamento, de confirmação, de complementação, da ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos (BRASIL 2000, p.75).

Como foi visto anteriormente, a preocupação interdisciplinar não é um fenômeno recente. Na atualidade, na área da educação se revelou tão importante repensarmos a produção dos saberes na prática e na teoria, levando-se em conta as suas implicações mútuas, seus valores, seus fins e motivações para a vida humana. É importante enfatizar que a interdisciplinaridade supõe um eixo integrador com as disciplinas de um currículo, para que os alunos aprendam a olhar o mesmo objeto sob perspectivas diferentes.

Segundo Fortes (2012) A importância da interdisciplinaridade aponta para a construção de uma escola participativa e decisiva na formação do sujeito social. O seu objetivo tornou-se a experimentação da vivência de uma realidade global, que se insere nas experiências cotidianas do aluno e do professor.

> “O valor e a aplicabilidade da Interdisciplinaridade, portanto, podem-se verificar tanto na formação geral, profissional, de pesquisadores, como meio de superar a dicotomia ensino-pesquisa e como forma de permitir uma educação permanente”. (FAZENDA, 1992, p.49)

Tendo em vista essas reflexões a interdisciplinaridade se constitui como uma forma de ver e sentir o mundo, de estar no mundo, de perceber, de entender as múltiplas implicações que se, realizam, ao analisar um acontecimento, um aspecto da natureza, isto é, os fenômenos na dimensão social, natural ou cultural. É ser capaz de ver e entender o mundo de forma holística, em sua rede infinita de relações, em sua complexidade.

4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA: relação entre Matemática e Música como abordagem interdisciplinar para o ensino de frações.

4.1 Apresentação

Sabemos que a relação entre a Matemática e a Música é antiga, e se perde no tempo. Hoje podemos observar o ensino da matemática de forma mecanizada, onde a teoria passa longe da prática, fazendo com que os alunos não percebam que a matemática está presente em situações do nosso dia a dia, como na música por exemplo.

Utilizando o contexto histórico, mais especificamente o estudo de Pitágoras com seu monocórdio, desenvolvemos uma sequência didática para ensino de frações, onde é possível criar monocórdios, relacionar frações de cordas vibrantes a sons, usar o ciclo das quintas para a construção da escala musical, assim como transformar pequenas frações de cordas vibrantes em música.

Esperamos com isso dar sentido ao conteúdo e inserir em sala de aula algo que os alunos gostam: a música, e relacioná-la com a matemática.

A premissa determinante para pensar em uma sequência didática diz respeito às dificuldades que os alunos apresentam em entender e realizar atividades que envolvam frações. Nesse sentido propusemos a integração teórico-prática do conhecimento da matemática com o da música, especificamente para o 7º ano do ensino fundamental.

Objetivos da sequência didática:

a) Oportunizar que os educandos compreendam a relação entre matemática e música

b) Possibilitar a transferência de conhecimentos entre domínios diferentes

c) Oportunizar o ensino de frações de maneira prazerosa e contextualizada

d) Observar as inteligências múltiplas contidas em sala de aula oportunizando a compreensão de conteúdo.

e) Organizar o processo de ensino e aprendizagem de matemática, de modo significativo.

4.2 Público alvo: Alunos do 7º ano do ensino fundamental.

4.3 Número de aulas: 5 aulas de 45 minutos.

4.4 Conteúdo científico abordado: frações: operações com frações; multiplicação e divisão.

4.5 Recursos: monocórdio, afinador eletrônico, régua, lápis e quadro negro.

4.6 Estratégia de ação

A estratégia de ação corresponde as 5 (cinco) aulas de 45 (quarenta e cinco) minutos e está dividida em 7 (sete) atividades.

A **1ª atividade** corresponde à sondagem sobre os conhecimentos dos alunos e/ou informações que os mesmos têm a respeito da relação entre matemática e música.

1º passo: Apresentar o questionário de sondagem aos alunos. Esse questionário aborda questões do tipo: Você gosta de música? Por quê?; Qual seu estilo musical preferido?; Você toca algum instrumento musical?; Você gosta de matemática? Por quê?; Você acha que existe alguma relação entre a matemática e a música? ( ) sim ( ) não; Você conhece as sete notas musicais? ( )sim ( ) não; Você sabe o que são frações?( ) sim ( ) já estudei mas não lembro; Você acha que é possível estudar frações através da música, mais especificamente com as notas musicais? ( ) sim ( ) não.

2ª passo: Os tópicos devem ser discutidos com a turma, o que possibilita ao professor fazer o resgate histórico da relação entre matemática e música.

A **2ª atividade** refere-se especificamente a construção do monocórdio.

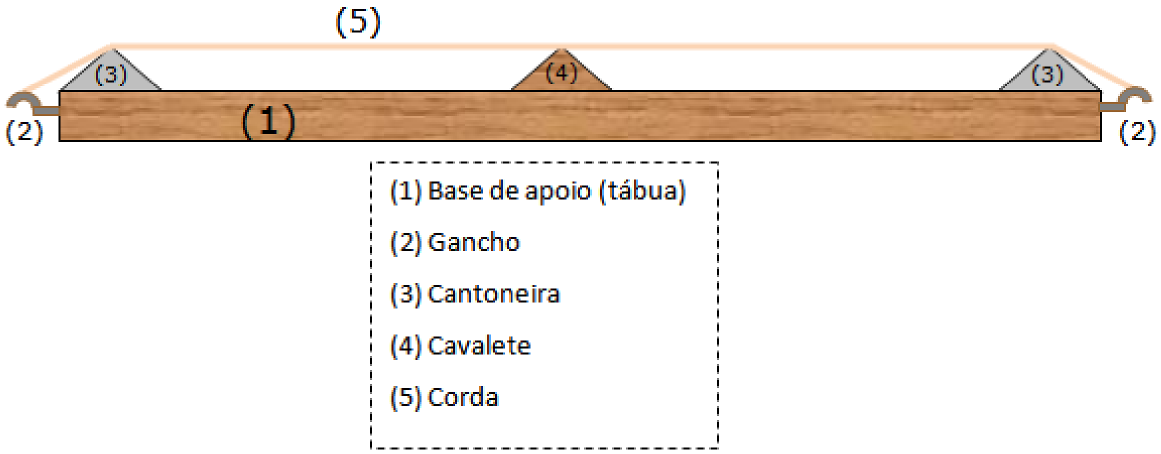
1º passo: familiarizar os educandos com este artefato através do resgate histórico, descrevendo-o e enfatizando importância deste instrumento para a construção das escalas musicais.

2º passo: Construir o monocórdio. Para a construção, são necessários os seguintes materiais:

- Uma tábua de aproximadamente 80 cm de comprimento, 10 cm de largura e 5 cm de espessura. Dois ganchos com rosca (para fixação da corda).
- Duas cantoneiras de metal (devem ficar entre os ganchos para manterem a corda esticada).
- Um cavalete móvel (pode ser de madeira fino em cima e mais espesso em baixo).
- Uma corda, como por exemplo, corda de violão.
- Uma régua com aproximadamente 80 cm (para encontrar as frações da corda de uma maneira mais fácil).

Esquema para construção:

Figura 6. Tutorial monocórdio.



Fonte do tutorial de construção do monocórdio: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>

A **3ª atividade** corresponde à utilização do monocórdio para identificação dos sons emitidos, bem como o reconhecimento das relações existentes, tais como:

a) A corda inteira $\left(\frac{1}{1}\right)$.

b) Metade da corda $\left(\frac{1}{2}\right)$.

c) Três quartos da corda $\left(\frac{3}{4}\right)$.

d) Dois terços da corda $\left(\frac{2}{3}\right)$.

1º passo: Encontrar as frações da corda que se pede no comando e marcar no monocórdio.

2º passo: observar e analisar os sons.

A **4ª atividade** corresponde à utilização de afinador eletrônico para auxiliar na representação das frações abaixo, por suas respectivas notas.

a) A corda inteira $\left(\frac{1}{1}\right)$.

b) Metade da corda $\left(\frac{1}{2}\right)$.

c) Três quartos da corda $\left(\frac{3}{4}\right)$.

d) Dois terços da corda $\left(\frac{2}{3}\right)$.

1º passo: Identificar as frações de corda no monocórdio.

2º passo: Identificar as notas que as frações representam.

Na carência de afinador eletrônico, o aparelho pode ser substituído pelo Afinador Cifras Club, um aplicativo disponível para aparelhos smartphones. Disponível no Google Play pelo link <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.studiosol.afinadorlite>.

A **5ª atividade** corresponde à continuação da atividade anterior, nessa oportunidade encontraremos ré, mi, lá e si utilizando o afinador, posteriormente assinalando-as no monocórdio.

Vale ressaltar que nesta atividade não encontraremos ré, mi, lá e si por meio do ciclo das quintas tal como Pitágoras fez pra descobri-las. Usaremos o afinador para encontrá-las como forma de facilitar para os educandos, uma vez que as frações que representam essas tonalidades são formadas por numeradores e denominadores de números grandes. Mas é importante que seja demonstrado o processo dos ciclos das quintas, para que os alunos sejam conhecedores das frações que correspondem às respectivas notas. Os cálculos podem ser feitos no quadro negro.

1º passo: Encontrar ré, mi, lá e si com o auxilio do afinador eletrônico.

A **6ª atividade** corresponde a tocar a música Asa branca no monocórdio.

1º passo: Identificar as sete notas já assinaladas no monocórdio.

2º passo: Tocar na sequência abaixo:

Asa branca – Luiz Gonzaga

sol lá si RÉ RÉ si DÓ DÓ | *Quando Olhei a Terra Ardendo*
sol lá si RÉ RÉ DÓ si | *Qual a fogueira de São João*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓsi sol DÓ | *Eu perguntei a Deus do céu, ai*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Por que tamanha judiação*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Eu perguntei a Deus do céu, ai*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Por que tamanha judiação*

FÁ RÉ MI DÓ RÉ si DÓ lÁ si sol lá sol mi sol sol

sol lá si RÉ RÉ si DÓ DÓ | *Que braseiro, que fornalha*
sol lá si RÉ RÉ DÓ si | *Nem um pé de prantação*
sol sol lá si RE RÉ DÓ si sol DÓ | *Por falta d'água perdi meu gado*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Morreu de sede meu alazão*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Por falta d'água perdi meu gado*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Morreu de sede meu alazão*

FÁ RÉ MI DÓ RÉ si DÓ lá si sol lá sol mi sol sol

sol lá si RÉ RÉ si DÓ DÓ | *Inté mesmo a asa branca*
sol lá si RÉ RÉ DÓ si | *Bateu asas do sertão*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Então eu disse, adeus Rosinha*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Guarda contigo meu coração*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Então eu disse, adeus Rosinha*
si sila lá si la lá sol sol | *Guarda contigo meu coração*

FA RE MI DO RE si DO la si sol la sol mi sol sol

sol lá si RÉ RÉ si DÓ DÓ | *Hoje longe, muitas léguas*
sol lá si RE RÉ DÓ si | *Numa triste solidão*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Espero a chuva cair de novo*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Pra mim voltar pro meu sertão*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Espero a chuva cair de novo*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Pra mim voltar pro meu sertão*

FÁ RÉ MI DÓ RÉ si DÓ lá si sol lá sol mi sol sol

sol lá si RÉ RÉ si DÓ DÓ | *Quando o verde dos teus olhos*
sol lá si RÉ RÉ DÓ si | *Se espalhar na prantação*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Eu te asseguro não chore não, viu*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Que eu voltarei, viu Meu coração*
sol sol lá si RÉ RÉ DÓ si sol DÓ | *Eu te asseguro não chore não, viu*
si si lá lá si lá lá sol sol | *Que eu voltarei, viu meu coração.*

Observações: No monocórdio serão encontradas notas agraves e agudas, por exemplo, dó $(\frac{1}{2})$ é mais agudo que $(\frac{1}{1})$, pois está uma oitava acima. As notas que estão em maiúsculas na cifra da música Asa brancas representam notas agudas.
Fonte da cifra: <http://cifrasemusicas.com/flauta-doce/asa-branca-luiz-gonzaga/>acessado em 28/03/2018.

A **7ª Atividade** corresponde à avaliação dos alunos sobre a relação matemática-música e como a metodologia aplicada contribuiu para o ensino de frações.

1º passo: Apresentar o questionário de avaliação aos alunos. Esse questionário aborda questões do tipo: Agora sendo conhecedor da relação entre matemática e música, isso fez você ver a matemática de forma diferente?; Que mais chamou sua atenção nos conteúdos e atividades estudadas?; Você compreende o que é frações?( ) sim, agora compreendo melhor. ( ) não.; Você achou que seria possível estudar matemática através da música?( ) sim.( ) não.; O que você achou de estudar matemática através da música?( ) achei interessante, compreendi melhor o assunto e de forma mais prazerosa.( ) Não achei interessante.

2º passo: após a aplicação do questionário, deve ser feito a avaliação das metodologias usadas, analisar se os resultados foram satisfatórios, ou se cabe a esta sequência didática pequenos ajustes.

5 CONSIDERAÇÕES

A Matemática e a Música têm características específicas, mas, no entanto, relacionam-se, o que para muitos se torna até difícil imaginar, que as duas caminham lado a lado mantendo um contato entre si. É neste contexto que procuramos nessa pesquisa, fazer um resgate histórico da relação entre a matemática e a música. Destacando a importância do estudo de Pitágoras e o seu monocórdio, como ferramentas fundamentais para que tais relações fossem possíveis.

Assim, procuramos aproximar essas duas áreas de conhecimentos no âmbito escolar, através de uma proposta de sequência didática, onde a matemática possa ser ensinada através da interdisciplinaridade, bem como destacar o monocórdio como uma ferramenta didática para o ensino de frações.

Com isso, esperamos que alunos possam compreender as relações existentes entre a matemática e a música. E fazer uso destes conceitos em sala de aula, como um instrumento facilitador nos processos de ensino aprendizagem.

A proposta de sequência didática é apenas uma das possibilidades possíveis para que o ensino de frações se distancie do ensino tradicional e suas abstrações, e passe a ser ensinada de forma mais concreta e significativa.

A partir dessa proposta de sequência didática podemos constatar que há possibilidade de relacionarmos Matemática e Música por meio da interdisciplinaridade e, assim respondendo o problema de pesquisa "Que relações entre a Matemática e a Música podem possibilitar para uma proposta de ensino interdisciplinar para o ensino de frações?". Portanto, podemos considerar que o objetivo do trabalho foi alcançado.

Este trabalho não tem uma finalidade em si, mas de contribuir para o ensino da matemática, especialmente para ensino de frações, retratando o conteúdo de forma mais dinâmica, com possibilidades de aplicação para turmas do 7º ano do ensino fundamental.

Como a pesquisa trata da interdisciplinaridade, podemos considerar que a mesma tem relevância para o ensino da música, onde pode ser utilizado por professores de música em suas aulas, ou até mesmo em oficinas musicais, bem como para o ensino de matemática tal como foi pensado inicialmente.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. 2ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música:** O pensamento analógico na construção de significados. 4. ed. São Paulo: Escrituras, 2002. (Coleção Ensaios transversais).

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**: bases legais. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2013.

CAMPOS, G. P. da S. **Matemática e Música**: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares. Dissertação (mestrado) Universidade federal do Espírito Santo. Vitória-ES 2009.

CAVALCANTE, V. de S; LINS, A. F. **Ensino e aprendizagem da matemática através da música no ensino médio.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador-BA 2010.

DUARTE, C, L; GONÇALVES, H, H; NÓBREGA, N.P. **TUDO É NÚMERO:** uma análise conceitual da ideia de números em Pitágoras. Revista Principia – Divulgação científica e tecnológica do IFPB Nº 33. João Pessoa-PB 2017.

FAZENDA, I. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa.** 4ª ed. Campinas: Papirus, 1999.

FAZENDA. I. **Integração e Interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: Efetividade ou ideologia?** São Paulo: Loyola, 1992.

FERREIRA, A. B. de H. **Minidicionário Escolar de língua portuguesa Século XXI. Mini Aurélio**. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2000.

FONSECA, D. F. **Aspectos Estruturais e Históricos que Relacionam a Música e a Matemática.** Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Lavras. Lavras-MG 2013.

FORTES, C. C. **Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor**. Disponível em <http://www.pos.ajes.edu.br/arquivos/referencial_20120517101727.pdf> acessado em 08 jun. 2018.

HENRIQUE, L. L. **Acústica Musical.** Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa-Portugal 2002.

IAZZETTA, F. **Tutoriais de áudio e acústica**. Universidade de São Paulo 2000. Disponível em http://www2.eca.usp.br/prof/iazzetta/tutor/acustica/escalas/temperada.html acessado em: 07 abr. 2018.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e Patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

MORAIS, M. V. **Álgebra dos tons**. Disponível em http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22008/MarcosViniciusGomesMorais.pdf. Acesso em: 07 jun. 2018.

MARCONI, M. de A. e LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Editora Atlas, 1992. 4ª ed.

MORIN, E. **Os Sete Saberes necessários à Educação do Futuro.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

NUNES, R. M. **Relação entre Matemática e Música:** uma proposta para o ensino de frações equivalentes e proporções no sétimo ano. Monografia, Centro Universitário La Salle. Canoas-RS 2012.

OLIVEIRA, A. P. de S. e SABBA, C. G. **Utilizando Frações da Música à Matemática**. VII CIBEM. Montevideo-Uruguay 2013.

OLIVEIRA, E. **Interdisciplinaridade.** InfoEscola: navegando e aprendendo 2010. Disponível em: https://www.infoescola.com/pedagogia/interdisciplinaridade/acessado em 14 abr. 2018.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PEREIRA, Maria do C. **Matemática e Música De Pitágoras aos dias de hoje**. Dissertação (mestrado) Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ 2013.

SANTOS, P. A. e BORGES, M. R. **Música, arte ou ciência?.** II Simpósio Sergipano de Pesquisa e Ensino em Música – SISPEM. Núcleo de Música (NMU) – Universidade Federal de Sergipe (UFS), 2010.

SOUZA, J. C. de. **Os pré-socráticos**: Fragmentos, Doxografia e Comentários. Tradução de SOUZA, José Cavalcante; ALMEIDA, Anna Lia Amaral et al. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1996.