

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA UTILIZAÇÃO DAS **BARRAS DE NAPIER** NA MATEMÁTICA

Autor:
Leydson J. Ferreira da Silva

Orientação:
Sonní Lemos Barreto
Juliana Schivani



Invented by John Napier



PÚBLICO-ALVO DA UTILIZAÇÃO DO MATERIAL:

Ensino Fundamental I e II (Séries iniciais e finais), podendo adaptar para o nível médio ou superior, conforme sugestão de atividade mais adiante.



CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER TRABALHADOS COM O MATERIAL:

Multiplicação; Divisão e Radiciação (extração de raízes quadradas e cúbicas).



O QUE É?

As Barras de Napier foram inventadas no século XVII pelo matemático escocês John Napier (1550-1617) e podem ser definidas como tabelas de multiplicação gravadas em bastões, permitindo multiplicar e dividir de forma automática evitando a memorização da tabuada, e que trouxe um grande auxílio para o uso de logaritmos, assim como na execução de operações aritméticas como multiplicações e divisões longas.

A finalidade de Napier era justamente facilitar os cálculos logaritmos e não a de realizar operações básicas de multiplicação. Por este motivo, ele não considerava o instrumento digno de ser publicado, mas com medo de plágios, o descreveu em sua obra *Rabdologia* (nome dado a um método de cálculo com varetas em que estão gravados números naturais) escrita em 1615 e publicado em 1617 (MARTINS; PEREIRA, 2019).

O material contém onze barras, cada uma é dividida em quadrados, sendo que no primeiro deles são escritos os algarismos de um até nove. Nos demais quadrados, um segmento de reta diagonal separa os múltiplos do número escrito no alto da barra que vai de zero a nove. No primeiro quadrado da primeira barra, nenhum número é representado e nos demais estão os algarismos de um até nove. Trata-se de um material manipulativo, ou seja, o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar.

Figura 1: Barras de Napier em ossos



Fonte: https://stringfixer.com/pt/Napier%27s_bones

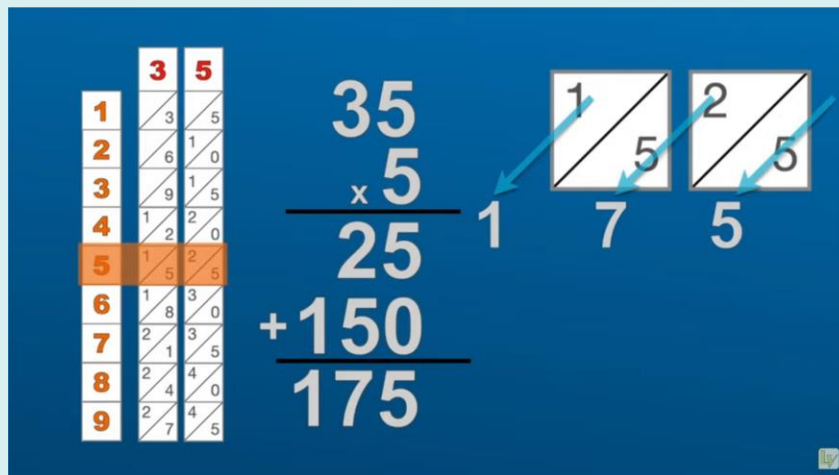
John Napier nasceu em 1550 em Edinburgh (Escócia) e faleceu em 1617. Ele criou as peças conhecidas como Barras ou ossos de Napier, e Napier acreditava que o material iria livrar os astrônomos dos erros de cálculos.



COMO USAR?

O material pode ser utilizado para realizar multiplicação, divisão e radiciação. Vejamos um exemplo de aplicação para a multiplicação na expressão 35×5 , ilustrado na figura 2 a seguir e explicado a diante.

Figura 2: Ilustração sobre a multiplicação com as Barras de Napier

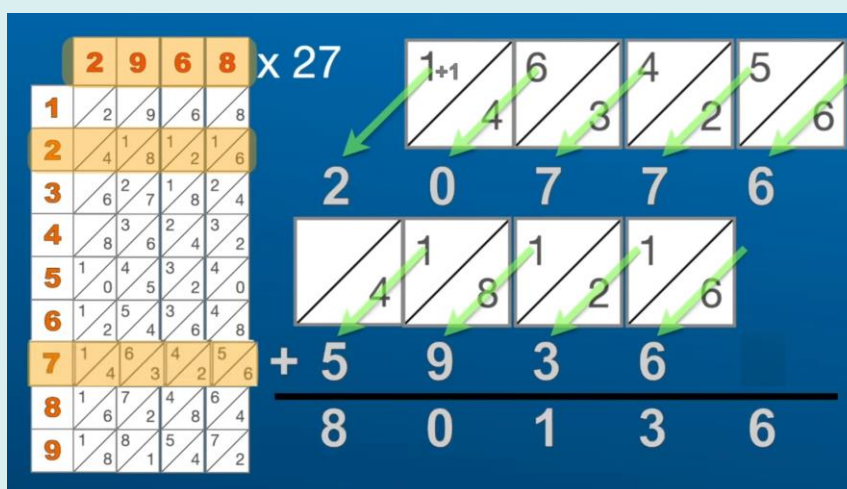


Fonte: <https://youtu.be/FRdSjaz4mr4>

Na figura 2, têm-se o modo convencional e a forma de multiplicar com as Barras de Napier. Para o produto de 35 por 5, utilizamos as barras com os múltiplos de 3 e de 5 respectivamente, e em seguida, a barra que serve para multiplicar e está descrita do 1 ao 9. Como estamos multiplicando pelo número 5 iremos verificar apenas a linha correspondente a este número e somar as diagonais.

No caso de multiplicações em que multiplicador e multiplicando possuem dois ou mais algarismos, devemos realizar as multiplicações por partes, um algarismo por vez. Na figura 3, temos a multiplicação de 2968 por 27 como exemplo.

Figura 3: Ilustração de multiplicação com dois dígitos com as Barras Napier

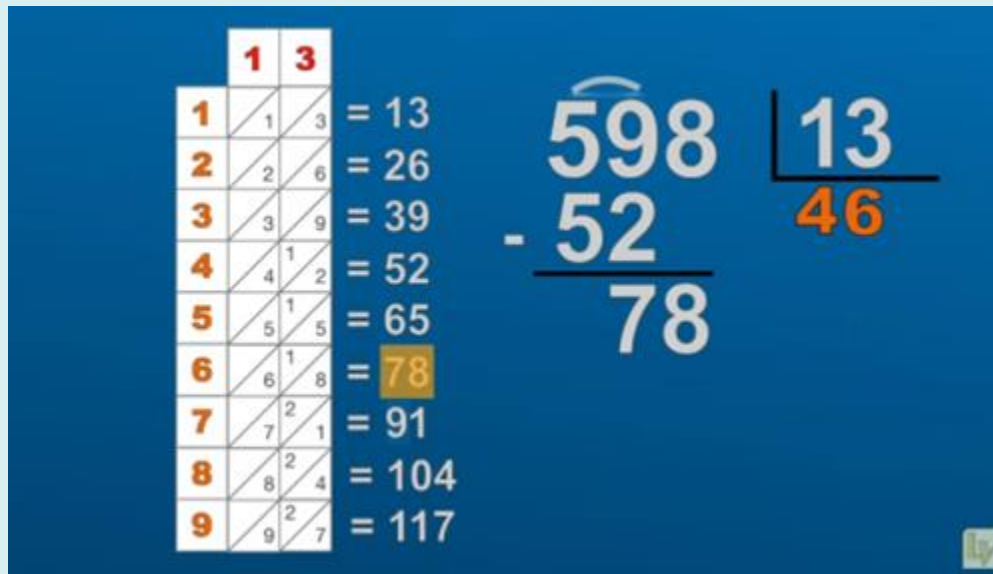


Fonte: <https://youtu.be/FRdSjaz4mr4>

Para que isso aconteça precisaremos da barra índice que está descrita do 1 ao 9 e as que têm os múltiplos de 2, 9, 6 e 8, organizaremos conforme a figura 3 e em seguida olharemos para a linha correspondente ao 7 e somaremos as suas diagonais. Repete-se o processo com a linha correspondente ao 2. Por último, é somado os valores que corresponde a cada um deles, como mostrado na figura 3, atentando-se que os números multiplicados por 7 é escrito a partir da casa das unidades e os multiplicados por 2 é escrito a partir da casa das dezenas, sempre da direita para a esquerda. O mesmo método pode ser realizado para multiplicação com mais dígitos. Sugerimos utilizar um quadro de indicação das unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar para registrar os resultados de cada parte e assim, reduzir as chances de erro no resultado final.

Vejamos, agora, um exemplo de aplicação para a divisão: na expressão $598 \div 13$ precisaremos das barras que contém os múltiplos de 1 e a que contém os múltiplos de 3, conforme ilustração na figura 4 a seguir.

Figura 4: Explicação sobre a divisão com as Barras de Napier



Fonte: <https://youtu.be/FRdSjaz4mr4> (adaptado)

Ao colocar as barras 1 e 3 uma ao lado da outra obteremos os múltiplos de 13. Ressalta-se que a linha em que houver dois números em diagonal, precisarão ser somados, como é o caso da linha 4 do exemplo da figura 3, onde 1 e 4 foram somados e se obteve 5 dezenas.

Para localizar melhor cada linha, é usada a barra que vai de 1 ao 9 ao lado.

Verificaremos, então, o número que seja menor ou igual ou que se apresente próximo ao 59. Com isso, obteremos o 52 e observando a barra do lado veremos que o 13 cabe no 59 quatro vezes e assim o 4 irá para o quociente e subtraímos do 59 o 52, que vai ter resto 7. Agora, acrescentando as 8 unidades do dividendo original teremos 78 e novamente veremos quantas vezes o 13 cabe no 78 em nossas barras. Ao verificar, veremos que o 13 cabe 6 vezes no 78, logo, acrescenta-se o 6 no quociente e como sobrará resto 0, teremos que $598 \div 13 = 46$.

Para produtos de números não inteiros, basta retirar as vírgulas e acrescentá-la ao final do resultado. Nas divisões não exatas também é possível dar continuidade ao resultado do quociente realizando os mesmos procedimentos anteriores.

Para radiciação, é necessária uma barra específica, com os quadrados ou cubos dos algarismos de 1 a 9. Neste material, focaremos nas multiplicações e divisões, mas você poderá encontrar a explicação detalhada destes outros processos em LANZARIN (2004) cujo link de acesso se encontra nas referências.



RELEITURA ARTESANAL: PASSO A PASSO DO MODO DE FAZER

Para a confecção das **Barras de Napier** de forma acessível, com baixo custo, você irá precisar dos seguintes materiais e suas respectivas quantidades:

- 11 Palitos de picolé;
- 01 Caneta de sua preferência;
- 01 Régua;
- Tinta guache (cores diversas);

De posse destes materiais, iniciaremos sua confecção pegando os palitos de picolé e medindo com uma régua. Para demarcar os pontos utilize uma caneta e trace retas para que forme retângulos. Precisaremos que os retângulos tenham espaços iguais e que neles os números possam ser escritos de forma legível. No material confeccionado utilizamos as seguintes medidas: altura de 1,0cm cada e a largura vai ser a do palito. Após isso, separe uma barra e escreva do 1 ao 9 deixando um espaço em seu canto superior. Para as demais, escreva na parte superior um número em cada barrinha, assim você vai precisar escrever do 0 ao 9 como está ilustrado na imagem a seguir, e deixe sempre todos os retângulos alinhados.

Figura 4: Construção caseira das Barras de Napier em palitos



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Quando você fizer com todos os palitos de picolé, eles ficarão dessa forma:

Figura 5: Barras de Napier no processo sem as marcações (unidade e dezena)



Fonte: Elaboração própria, 2022.

A seguir com uma caneta você precisará dividir esses retângulos que estão em branco, traçando uma reta da ponta esquerda da linha que forma a base do retângulo para a ponta direita da linha superior.

Figura 6: Palitos de picolé com a marcação (unidade e dezena)



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Após ter traçado as linhas ao meio, você precisará colocar a barra de 1 a 9 do lado das outras barras, que também precisarão ficar em ordem do 0 ao 9.

Nesse sentido, é necessário multiplicar os números da barra que é de 1 a 9 com o número da barra superior e colocá-los no espaço correspondente como ilustrado na figura a seguir. Essa linha que fica em diagonal nos retângulos é para separar as unidades das dezenas, de forma que estas fiquem na parte superior e as unidades fiquem na parte inferior.

Figura 7: Finalização das Barras de Napier



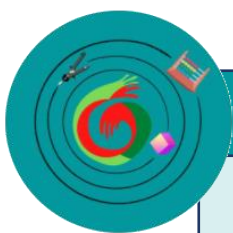
Fonte: Elaboração própria, 2022.

Quando terminar de fazer todos esses processos, você terá a sua Barra de Napier e pronto! Basta usar a criatividade para colorir com tinta guache se quiser. E esse será o resultado:

Figura 8: Finalização das Barras de Napier com tinta colorida



Fonte: Elaboração própria. 2022.



PROPOSTAS DE APLICAÇÃO

O professor poderá propor entre dois grandes grupos de alunos de sua turma um jogo, onde o primeiro grupo deverá resolver multiplicações e divisões pelo método usual de algoritmo da multiplicação e da divisão, usando tão somente lápis e papel e o segundo grupo irá resolver as mesmas operações usando apenas as barras de Napier.

O objetivo da atividade é fazer com que os estudantes comparem os dois métodos e percebam que as barras de Napier agilizam as contas.

Para que todos possam participar e observar, sugere-se que as contas sejam realizadas no quadro branco e que as barras de Napier sejam feitas com um papelão de tamanho maior e com ímãs colados em seu verso, podendo assim, ser fixado e manuseado no quadro metálico.



REFERÊNCIAS E PARA SABER MAIS:

Imagem de Ossos de Napier - Base, Capa e 2 Conjuntos Completos de Varas - Calculadora Matemática. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Creative-Crafthouse-Napiers-Bones-Calculator/dp/B00IO5605W>> Acesso em: 20 jul. 2022.

KRUG, Jorge. John Napier. Blog Matemática. 2017. Disponível em: <<https://matematica.com.br/blog/post/john-napier/1507946603>> Acesso em: 30 jul. 2022.

LANZARIN, Zélia Bavaresco. **OSSOS DE NAPIER E RÉGUAS DE GENAILLE-LUCAS**. Monografia (Graduação). Curso de Matemática com habilitação em Licenciatura. Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/materiais-concretos/barras-de-napier>. Acesso em: 08 ago. 2022.

MARTINS, Eugeniano Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. AS BARRAS DE CALCULAR DE NAPIER: PERCEPÇÕES DE UMA PRIMEIRA MANIPULAÇÃO. In: **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**. Volume 06, Número 18, 53–64, 2019.

NAPIER, John. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo**: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. Edinburgh: Andrew Hart, 1617.

OBMEP, Clube da Matemática. John Napier. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/b_john-napier/> Acesso em: 20 jul. 2022.

Ossos de Napier. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Napier%27s_bones> Acesso em: 25 jul. 2022.

PEREIRA, Rúbia; BAIER, Tania. **EFETUANDO MULTIPLICAÇÕES COM AS BARRAS DE NAPIER: RELATO DE VIVÊNCIA PEDAGÓGICA NA ESCOLA PARCEIRA PIBID**. In: Seminário Institucional PIBID/UNISINOS. II. 2017. Disponível em: <<http://www.repositorio.jesuita.org.br/bitstream/handle/UNISINOS/8112/6764-9778-1-DR.pdf?sequence=1>> Acesso em: 21 jul. 2022.

SILVA, Suelâne Santos de Lima. **Trabalhando a Multiplicação com o uso das Barras de Napier**. Monografia (Graduação). Curso de Licenciatura Matemática. CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO. Rio Tinto/PB: UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3245/1/SLS19062017.pdf>> Acesso em: 02 ago. 2022.

VETERE, Luiz. **OSSOS DE NAPIER: Como funcionam?**. Disponível em: <<https://youtu.be/FRdSjaz4mr4>> Acesso em: 30 jul. 2022.