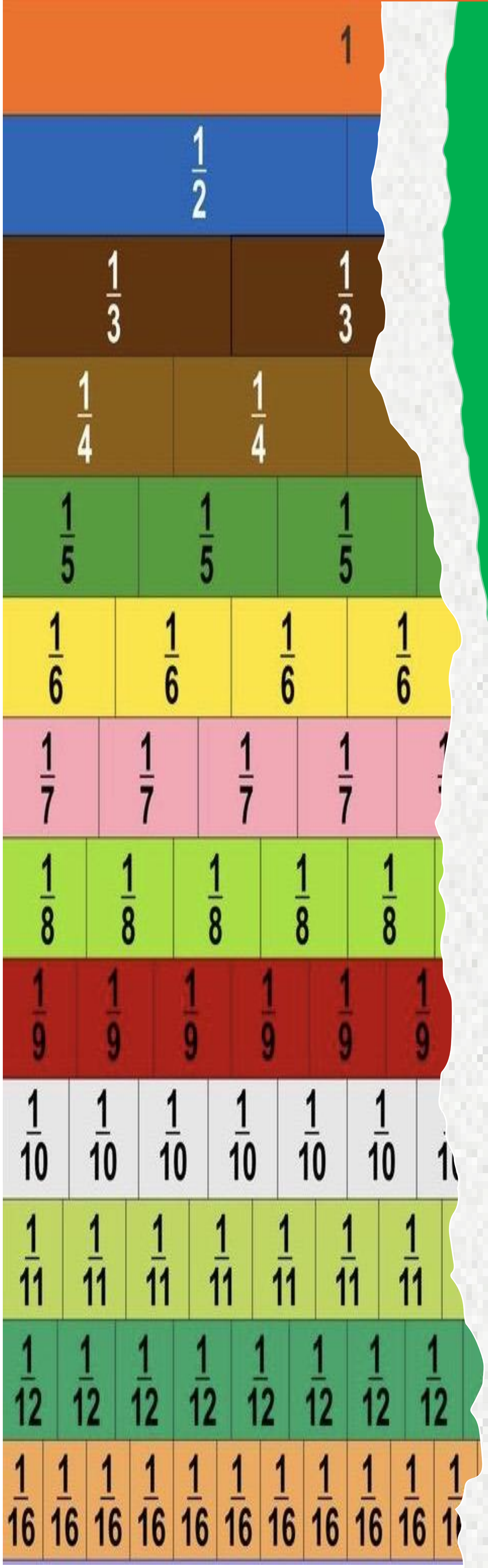


SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA UTILIZAÇÃO DA **RÉGUA DE FRAÇÕES** NA MATEMÁTICA E NA MÚSICA

Autor:
Wennya de Mendonça Alves

Orientação:
Juliana Schivani
Sonní Lemos Barreto

2023

PÚBLICO-ALVO DA UTILIZAÇÃO DO MATERIAL:

4º ano e 6º ano do Ensino Fundamental, séries iniciais e finais, podendo adaptar para uso no Ensino Médio.

CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER TRABALHADOS COM O MATERIAL:

Frações: conceito de parte, todo e quociente; equivalência; comparação; operações com frações (adição, subtração, operação e divisão com denominadores distintos); frações impróprias.

O QUE É?

As réguas de frações se configuram como um material manipulativo, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem, constituído de peças que representam frações de $\frac{1}{1}$ (um inteiro) até $\frac{1}{10}$ (um décimo). Seu objetivo é facilitar a compreensão do conceito de fração (uma ou mais partes iguais – **numerador** de um todo constituído de partes iguais – **denominador**) e a identificação de frações equivalentes, tais como $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$, pela comparação em representações concretas, além de realizar operações com frações de denominadores distintos.

O material usado para confecção das barras de frações é originalmente a madeira MDF (Fibras de média densidade), constituindo-se de 55 peças, como exemplificado na figura 1 a seguir. No material industrializado cada cor representa uma fração distinta.

Figura 1: Régua de Frações feito de madeira

Fonte: Magazine Luiza.

Márquez (1967, p. 63) já afirmava desde a década de 1960 que "a cor é um valioso auxiliar para acelerar o conhecimento do número."

As réguas de frações se assemelham a um outro material concreto denominado escala de Cuisenaire, criado pelo professor belga Èmile Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980) na década de 1950 para auxiliar seus alunos com dificuldade em aritmética. Cuisenaire estudou e experimentou seu material por 23 anos até difundir pelo mundo. (FILHO; ASSIS, 2016).

Figura 2: Escalas de Cuisenaire

Fonte: Shoppe.

As réguas de frações também se assemelham ao material manipulativo denominado FRACSOMA-235, que consiste em barras coloridas, sendo uma delas inteira e as outras divididas em partes iguais, com divisores múltiplos de 2, 3 e 5, podendo chegar a 30 divisões.

Figura 3: FRACSOMA-235

Fonte: https://www.ufjf.br/lacem/materiais/

COMO USAR?

Na figura 4, apresentada a seguir, temos uma régua preta que representa a unidade; duas réguas marrons, cada uma com metade do tamanho da régua preta; três réguas vermelhas, cada uma medindo um terço da régua preta; quatro réguas verdes, cada uma medindo um quarto da régua preta; cinco réguas azuis, cada uma medindo um quinto da régua preta; seis réguas roxas, cada uma medindo um sexto da régua preta; sete réguas laranjas, cada uma medindo um sétimo da régua preta; oito réguas cor salmão, cada uma medindo um oitavo da régua preta; nove réguas amarelas, cada uma medindo um nono da régua preta; dez réguas brancas, cada uma medindo um décimo da régua preta. As cores não são fixas e podem ser modificadas de acordo com a necessidade e disponibilidade do professor.

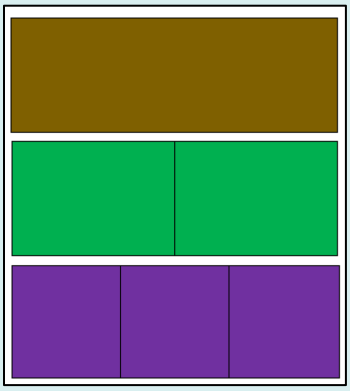
Figura 4: Régua de frações construída com papelão e EVA

Fonte: Elaboração própria, 2022.

O docente pode usar as réguas para definir e representar frações, pedindo que o aluno relacione cada peça com sua respectiva fração correspondente.

Também é possível realizar **equivalências de frações**, pedindo que os alunos formem e comparem $\frac{1}{2}$ com $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$, por exemplo, concluindo que os três conjuntos de peças possuem o mesmo tamanho, conforme ilustração a seguir.

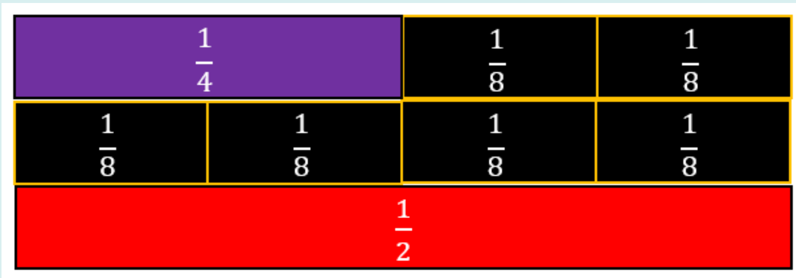
Figura 5: Ilustração da comparação de $\frac{1}{2}$ com $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$



Fonte: Elaboração própria, 2022.

A partir do conceito de equivalência, também se pode **operar com frações de denominadores distintos**. $\frac{1}{4}+\frac{2}{8}$, por exemplo, pode ser representado das seguintes formas:

Figura 6: Adição de $\frac{1}{4}$ com $\frac{2}{8}$ de duas formas equivalentes



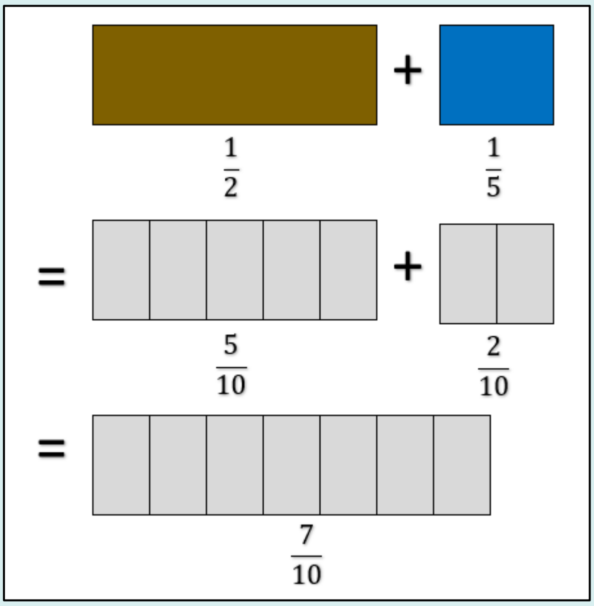
Fonte: Elaboração própria, 2022.

Nota-se que o resultado pode ser $\frac{4}{8}$, quando se divide o comprimento total de $\frac{1}{4}+\frac{2}{8}$ em partes de mesmo tamanho e também pode resultar em $\frac{1}{2}$ que é a fração simplificada de $\frac{4}{8}$.

De um modo geral, para realizar **somas de frações** com denominadores distintos, isto é, com comprimentos diferentes, divide-se o comprimento total em partes de mesmo tamanho. Para encontrar qual é este mesmo tamanho, deve-se testar as peças de cada fração e observar qual conjunto de frações ($\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6},\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{10}$) preenche comprimento da soma total.

Ao **somar** $\frac{1}{2}$ com $\frac{1}{5}$, por exemplo, o estudante percebe que não se pode realizar a soma direta, pois o tamanho da parte correspondente a $\frac{1}{2}$ é diferente do tamanho da parte correspondente a $\frac{1}{5}$. O aluno é incentivado, portanto, a procurar qual das réguas possui um conjunto de partes que formam exatamente o tamanho $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$. A resposta se encontra na ilustração da figura 7 a seguir.

Figura 7: Ilustração da adição de $\frac{1}{2}$ com $\frac{1}{5}$

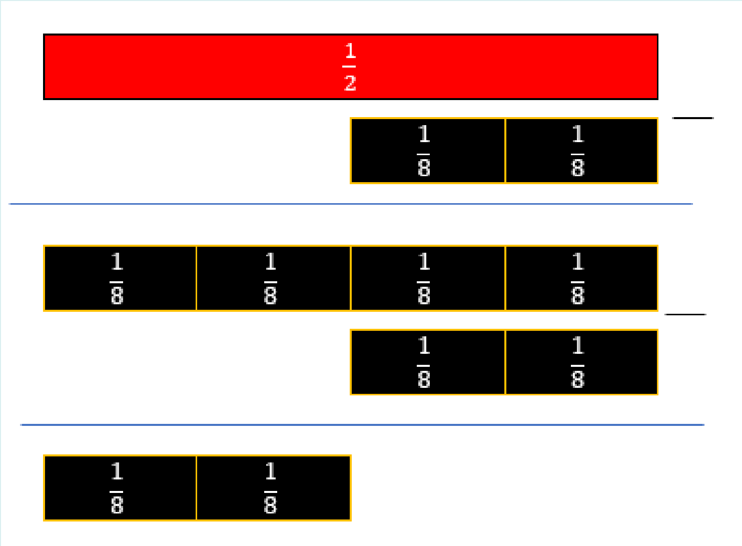


Fonte: Elaboração própria, 2022.

Observação importante: O material é limitado para trabalhar com resultados cujo denominador é superior a 10 avos. Se quisermos, por exemplo, somar $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$ não conseguiremos, pois, teríamos que ter peças que equivalem a $\frac{1}{12}$. Outra limitação é no uso de **frações impróprias** (quando o numerador é maior que o denominador). Nestes casos, necessitamos de mais de um conjunto de réguas de frações para termos mais de um inteiro.

Para realizar **subtrações com frações** de denominadores iguais ou distintos, o procedimento é análogo o da adição. Tomemos como exemplo $\frac{1}{2}-\frac{2}{8}$ e usemos as réguas de $\frac{1}{2}$ e de $\frac{1}{8}$ conforme ilustração na figura 8 a seguir:

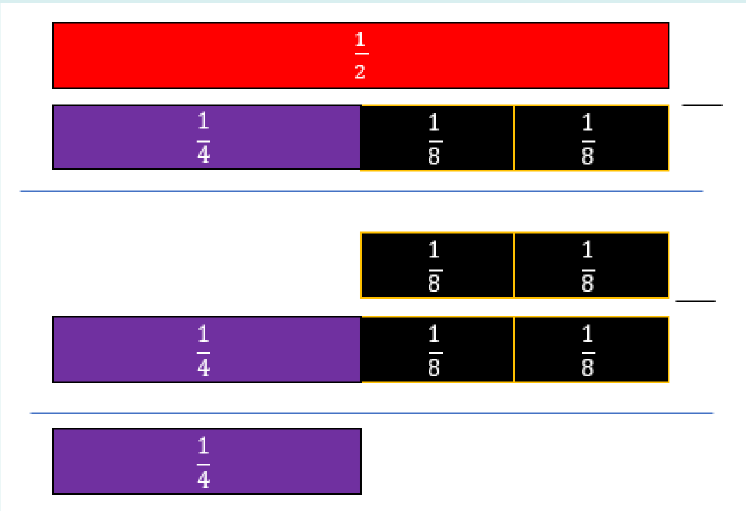
Figura 8: Resolvendo $\frac{1}{2} - \frac{2}{8}$



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Uma outra forma de realizar a mesma subtração consta na figura 8 a seguir.

Figura 9: Resolvendo $\frac{1}{2} - \frac{2}{8}$ de outra forma



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Na figura 8 se preencheu a parte correspondente a $\frac{1}{2}$ com partes que representam $\frac{1}{8}$. Observa-se, assim, que $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$. Ao retirar $\frac{2}{8}$ que é dividido em partes de mesmo tamanho que $\frac{4}{8}$, restam $\frac{2}{8}$. Na figura 9, por sua vez, forma-se $\frac{1}{2}$ com combinações de $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$, isto é, $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$. Ao retirar justamente $\frac{2}{8}$, restam $\frac{1}{4}$ que é equivalente ao $\frac{2}{8}$ da figura 8.

Para **multiplicação** de frações usando o material manipulativo, somente é possível se um dos fatores for um número inteiro, ou seja, o produto deve indicar quantas vezes inteiras o fator será somado a ele mesmo. Se quisermos multiplicar $5 \times \frac{2}{3}$, por exemplo, basta transformar esta multiplicação em soma de parcelas iguais, isto é, $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$. O mesmo é válido para $\frac{1}{7} \times 3$, por exemplo, que equivale a $\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$.

Na **divisão** de frações, é necessário considerar que, por definição, dividir um número a por um número b é o mesmo que multiplicar a pelo inverso multiplicativo de b, ou seja: $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$. Dito isto, $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}$, assim como $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$.

Contudo, realizar divisões usando a régua de frações somente é possível quando recair na multiplicação em que um dos fatores é um número inteiro.

RELEITURA ARTESANAL: PASSO A PASSO DO MODO DE FAZER

Para a reconstrução da régua de fração de forma acessível, com baixo custo, você irá precisar dos seguintes materiais e suas respectivas quantidades:

- 10 tiras de cartolinas ou E.V.A. coloridas medindo 25,2 cm de comprimento e largura que desejar;
- 1 régua;
- 1 lápis;
- 1 tesoura.

Escolhemos a medida de 25,2 cm, pois o Mínimo Múltiplo Comum de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 é 2520 e, dessa forma, teríamos subdivisões mais fáceis de serem encontradas.

Iniciaremos a reconstrução dividindo as nove tiras em partes iguais, medindo cada uma delas, conforme sugestões na tabela 1 a seguir

Tabela 1: Comprimentos sugeridos para cada parte da régua

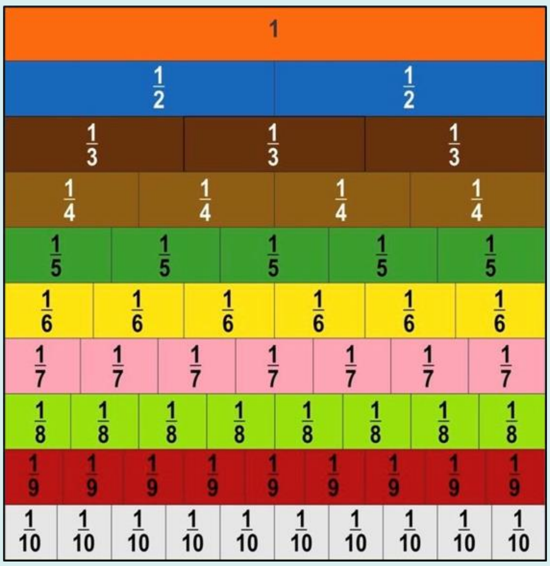
Tira	Comprimento de cada parte	Fração correspondente
Cor 1	25,2 cm	1
Cor 2	12,6 cm	$\frac{1}{2}$
Cor 3	8,4 cm	$\frac{1}{3}$
Cor 4	6,3 cm	$\frac{1}{4}$
Cor 5	5,04 cm	$\frac{1}{5}$
Cor 6	4,2 cm	$\frac{1}{6}$
Cor 7	3,6 cm	$\frac{1}{7}$
Cor 8	3,15 cm	$\frac{1}{8}$
Cor 9	2,8 cm	$\frac{1}{9}$
Cor 10	2,52 cm	$\frac{1}{10}$

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Terminado a construção do material, teremos 55 peças que representam desde o 1 até as frações $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ e $\frac{1}{10}$.

A figura 10 a seguir é exibido a fração correspondente a cada parte.

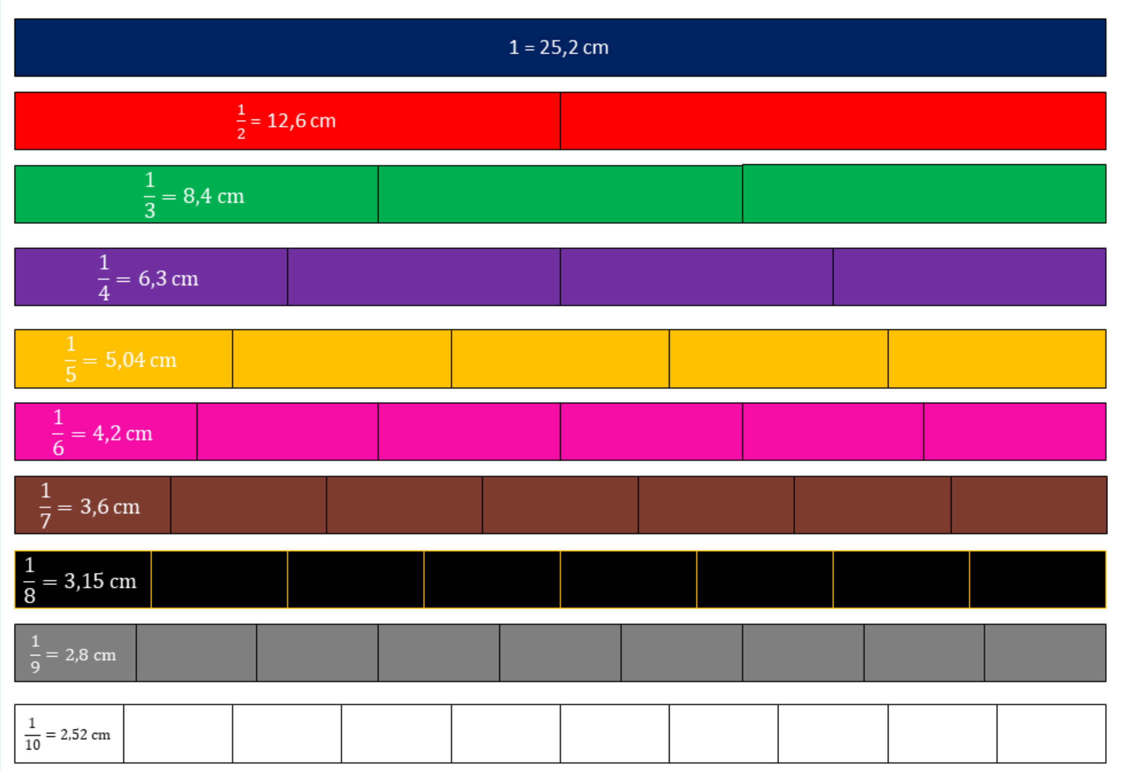
Figura 10: Régua de frações com as indicações de cada parte



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Deve-se recortar as partes conforme medições e então obteremos a régua de frações conforme esquematizado na figura 11.

Figura 11: Esquema da régua de frações com as medidas propostas



Fonte: Elaboração própria, 2022.

PROPOSTA DE APLICAÇÃO

PROPOSTA 1:

Objetivos de aprendizagem: conhecer as diferentes maneiras de representar a mesma quantidade; identificar a equivalência entre as frações; saber realizar operações com frações.

Conteúdos: Equivalência, soma, subtração, multiplicação e divisão de frações, frações impróprias.

1º Momento: Dividir a turma em grupos, onde cada grupo**,** a depender da idade, pode eles próprios confeccionar o material com papéis coloridos. Outra opção é o professor distribuir impressões das réguas para os alunos apenas recortarem (ver apêndice deste material).

2º Momento: De posse de todas as 55 peças, os alunos deverão escrever em cada peça ou em uma peça de cada cor, a sua fração correspondente com a finalidade de compreender que cada fração representa uma parte de um inteiro que foi dividido em partes de mesmo tamanho.

3º Momento: Para a abordagem de **equivalência de frações,** o professor pode escrever uma fração no quadro e pedir para que os estudantes representem esta fração com as peças e, em seguida, encontrem as equivalências utilizando as demais peças do material, observando as semelhanças de comprimento entre os conjuntos de peças, como já exemplificado anteriormente (ver figura 5). Os alunos deverão fazer o registro em seu caderno dos resultados encontrados. (Se possível, o professor pode colar pedaços de ímãs no verso de peças maiores e pedir que cada grupo insira as peças em um quadro metálico, de modo que toda a turma consiga acompanhar e participar das construções. Dessa forma, também poderá ser organizado um jogo entre os grupos, estimulando-os ainda mais a participarem das atividades.) Alguns exemplos:

- Encontrar a fração equivalente a $\frac{1}{2}$. (O aluno deverá observar que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$).
- Encontrar a fração equivalente a $\frac{2}{8}$. (O aluno deverá observar que $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$).
- Encontrar a fração equivalente a $\frac{3}{9}$. (O aluno deverá observar que $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$).

4º Momento: Para o trabalho de **soma de frações**, os alunos devem encontrar o resultado das operações que o professor escrever no quadro, tais como: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3} + \frac{6}{9}$; $\frac{3}{5} + \frac{4}{10}$. Para realizar a soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$, por exemplo, os alunos deverão usar as duas peças do material que representam $\frac{1}{2}$, e uni-las, percebendo que as peças equivalem a 1 inteiro da régua. Os alunos deverão perceber as equivalências das respostas que obterem, visto que $\frac{1}{3} + \frac{6}{9} = 1$ e $\frac{3}{5} + \frac{4}{10} = 1$.

Para realizar somas de frações em que os denominadores são distintos, é preciso encontrar frações equivalentes às que estão presentes nas operações, isto é, dividir os dois “pedaços” em partes de mesmo tamanho. Um exemplo disto já foi ilustrado anteriormente (ver figuras 6, 7 e 8). Os estudantes deverão fazer o registro das respostas às operações no caderno, explicando com desenhos e esquemas todo o procedimento realizado até a obtenção do resultado. Alguns outros exemplos:

- Encontrar o resultado de $\frac{2}{6}+\frac{1}{2}$. O aluno só irá conseguir preencher o comprimento total desta soma em partes iguais com a peça correspondente a $\frac{1}{6}$ de modo que $\frac{2}{6}+\frac{1}{2}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$. Neste exemplo, pode ocorrer de o aluno preencher $\frac{2}{6}$ com uma peça de $\frac{1}{3}$, uma vez que são equivalentes. Porém, o problema ainda continua, pois agora temos que somar $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$, cujos denominadores ainda são diferentes, isto é, possuem comprimentos diferentes.

- Encontrar o resultado de $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$. Neste caso, é preciso de uma barra dividida em 20 partes iguais, uma vez que o menor múltiplo comum de 4 e 5 é o 20.

- Encontrar o resultado de $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$. Através de testes percebe-se que só irá preencher o comprimento total desta soma com peças correspondentes a $\frac{1}{6}$ de modo que $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$. Neste caso, necessita-se de 7 peças equivalentes a $\frac{1}{6}$ ou, ao formar $\frac{6}{6}$ substitui-se imediatamente por uma régua inteira.

5º Momento: A **subtração de frações**, como já posto, é análogo a adição. Veja:

- Encontrar o resultado de $\frac{1}{2}-\frac{2}{6}$. Isto é o mesmo que encontrar $\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$. Isto é o mesmo que encontrar $\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{1}{3}-\frac{2}{9}$. Isto é o mesmo que encontrar $\frac{3}{9}-\frac{2}{9}=\frac{1}{9}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}$. Isto é o mesmo que encontrar $\frac{5}{9}-\frac{3}{9}=\frac{2}{9}$.

6º Momento: A **multiplicação de frações**, como já posto, só é possível quando recaí em somas de quantidades inteiras de parcelas iguais. Alguns exemplos:

- Encontrar o resultado de $3 \times \frac{2}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$.
- Encontrar o resultado de $6 \times \frac{3}{9} = \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} + \frac{3}{9} = \frac{18}{9} = 2\ inteiros$ ou equivale-se a encontrar $6 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2\ inteiros.$

7º Momento: Na divisão de frações, usaremos apenas exemplos em que recaí na multiplicação em que um dos fatores é um número inteiro, como já explicado. Alguns exemplos:

- Encontrar o resultado de $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{5} \times \frac{7}{1} = 7 \times \frac{1}{5} = 1\frac{2}{7}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{5}{\frac{1}{8}} = 5 \times \frac{1}{8}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} = 2 \times \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$.
- Encontrar o resultado de $\frac{12}{7} = 12 \times \frac{1}{7} = 1\frac{5}{7}$.

PROPOSTA 2:

Objetivos de aprendizagem: Relacionar as frações com a música

Conteúdo específico: Frações e música.

1º Momento: Para entender como surgiu esta relação entre a música e a matemática o professor pode partir dos fatos históricos que se tem registro.

Os primeiros indícios são do século VI a.C, quando possivelmente Pitágoras inventou o monocórdio, um instrumento musical composto por uma única corda fixada em dois cavaletes e que produzia sons diferentes através da vibração desta corda em pontos distintos. "(...) seus experimentos evidenciavam relações entre comprimento de uma corda estendida e a altura musical do som emitido quando tocada. " (ABDOUNUR, 2015, p. 26). Oscar Abdounur (2015, p.26-27) explica que:

> Pitágoras observou que pressionando um ponto situado a ¾ do comprimento da corda em relação a sua extremidade – o que equivale a reduzi-la ¾ de seu tamanho original – e tocando-a a seguir, ouvia-se uma quarta acima do tom emitido pela corda inteira. Analogamente, exercida a pressão a 2/3 do tamanho original da corda, ouvia-se uma quinta acima e a ½ obtinha-se a oitava do som original. (...) se o comprimento da corda for 12, então quando reduzimo-lo para 9, ouve-se a quarta, para 8, a quinta e para 6, a oitava. (ABDOUNUR, 2015, p. 26-27).

Portanto, $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ correspondem às frações de uma corda que fornecem as notas musicais mais agudas dos intervalos referidos quando se produz a nota mais grave pela corda inteira. Estas quatro notas constituíram a primeira escala musical que, mais tarde, seguindo as mesmas proporções de Pitágoras, aumentou para as 7 notas, mais uma a oitava, como conhecemos hoje. (ALMEIDA, 2018).

2º Momento: Para comprovar que as quartas (3/4), quintas (2/3) e oitavas (1/2) notas musicais soam de forma harmônica em nossos ouvidos podemos testar usando copos ou garrafas de vidro e água colorida (que pode ser tingida com suco em pó ou tinta guache). O professor deve encher o copo ou garrafa com um líquido colorido e verificar a quantidade inserida. Em outras 4 garrafas ou copos, deve-se inserir respectivamente 1 inteiro e $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ da quantidade de líquido inicial, presente na primeira garrafa. Vejamos algumas possibilidades de quantidades inteiras de líquido, no quadro abaixo.

Tabela 2: Sugestões de quantidades de líquido nas garrafas

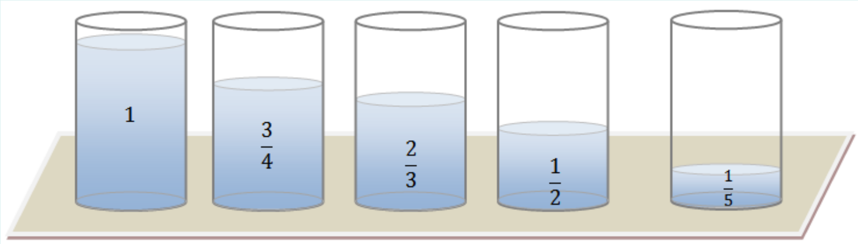
Frações	**Quantidades de líquido**		
1	900 ml	600 ml	300 ml
¾	675 ml	450 ml	225 ml
2/3	600 ml	400 ml	200 ml
½	450 ml	300 ml	150 ml

Fonte: Elaboração própria, 2022.

O professor deve pedir que os alunos batam suavemente em cada garrafa com uma colher enquanto tentam diferenciar o som produzido em cada uma das garrafas. Espera-se que os estudantes percebam que, produzirá um som mais agudo com a diminuição da quantidade de líquido e mais grave com o aumento da quantidade de líquido. Isto é, quanto menor a fração, mais agudo é o som.

No Clube da OBMEP há uma atividade semelhante, onde é pedido que se use uma nova garrafa, agora com $\frac{1}{5}$ da quantidade inicial de líquido. Os estudantes devem bater suavemente com uma colher nas garrafas (1) e (5); (2) e (5); (3) e (5); (4) e (5), conforme sequência na figura 12 a seguir.

Figura 12: Esquema da atividade sugerida pelo CLUBE da OBMEP



Fonte: Clube de Matemática da OBMEP

Algumas das perguntas sugeridas pelo Clube da OBMEP, para serem feitas aos estudantes são:

- Em alguma das quatro combinações vocês obtiveram sons harmoniosos?

- Batam suavemente nos copos em várias sequências, incluindo o quinto copo necessariamente em cada sequência. O que vocês puderam concluir a partir do experimento?

3º Momento: Para finalmente usarmos as garrafas com líquido como instrumento musical semelhante ao xilofone, devemos inserir quantidades específicas de líquido em 7 garrafas, produzindo assim, as sete notas naturais (DÓ, RÉ, MI, FÁ, SOL, LÁ, SI).

Na tabela 3 a seguir, há a quantidade de líquido inserido em cada garrafa com sua fração aproximada que corresponde cada quantidade em relação ao todo (900 ml) e a nota musical produzida. Vale ressaltar que a quantidade de líquido inicial pode ser reduzida ou aumentada. O que irá produzir as notas musicais é a fração correspondente ao inteiro que se tomou como referência (que no nosso caso, foi 900 ml).

Tabela 3: Quantidades de líquido nas garrafas e as frações correspondentes

Frações	Quantidades de líquido	Nota musical
$\mathbf{1}$	900 ml	DÓ
$\approx \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}}$	785 ml	RÉ
$\approx \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$	560 ml	MI
$\approx \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{8}}$ **ou** $\approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$	460 ml	FÁ
$\approx \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$	380 ml	SOL
$\approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$	200 ml	LÁ
$\approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}}$	80 ml	SI

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Observação importante: Na nota FÁ é usado 460 ml e não 450 ml (que corresponderia exatamente a metade de água comparado a quantidade inicial) pelo fato de que 10 ml a menos deixaria de ser a nota musical FÁ ou desafinaria o instrumento.

Figura 13: Xilofone de garrafas representando, da esquerda para a direita, respectivamente, as notas Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si conforme Tabela 3

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Na figura 13 anterior temos a imagem das garrafas com suas respectivas quantidades de líquido (água colorida com tinta guache) e as notas musicais produzidas.

É importante que se use como inteiro a máxima capacidade da garrafa ou do copo, para que não haja espaço vazio suficiente para alterar o som desejado, ou desafinar.

Para tocar *"Atirei o pau no gato"*, basta bater suavemente nas garrafas que correspondem as notas específicas e nas quantidades de vezes indicadas abaixo.

Atirei o pau no gato... to to | **SOL FA MI RE MI FA SOL... SOL SOL**

Mas o gato to to | **LA SOL FA... FA FA**

Não morreu...reu reu | **SOL FA MI... MI MI**

Dona Chica ca ca | **DO DO LA... LA LA**

Admirou-se se se | **SI LA SOL... SOL SOL**

Do berro, | **MI FA SOL,**

do berro que o gato deu | **MI FA SOL FA MI RE DO**

Para tocar a adaptação que fizemos do trecho da música *Asa Branca*, basta bater suavemente nas garrafas que correspondem as notas específicas e nas quantidades de vezes indicadas abaixo.

ASA BRANCA – Luiz Gonzaga (adaptação nossa)

DÓ DÓ RÉ MI SOL SOL MI FA | *Quando Olhei a Terra Ardendo*

DÓ DÓ RÉ MI SOL SOL FÁ MI | *Qual a fogueira de São João*

DÓ DÓ RÉ MI SOL, SOL FA MI RÉ MI, MI MI RÉ DÓ

Eu perguntei a Deus do céu, ai, por que tamanha judiação

DÓ DÓ RÉ MI SOL, SOL FA MI RÉ MI, MI MI RÉ DÓ

Eu perguntei a Deus do céu, ai, por que tamanha judiação

Almeida (2018) em seu Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática, traz uma proposta de atividade para alunos do 7° ano do Ensino Fundamental. A atividade consiste em construir um monocórdio, identificar as frações de partes da corda e suas respectivas notas musicais e, por fim, tocar inteiramente a música *Asa Branca* usando o instrumento construído.

REFERÊNCIAS PARA SABER MAIS:

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e música**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

ALMEIDA, Luan Xavier. **Matemática e música**: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) Universidade Federal do Pará, 2018. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/materiais-concretos/instrumentos-musicais/matematica-e-musica-uma-abordagem-atraves-do-monocordio-de-pitagoras/view> Acesso em 21 ago. 2022.

FILHO, José Paulino; ASSIS, Márcia Maria Alves de. (Org.) **Laboratório de Ensino de Matemática e Formação de Professores**. IFESP: Natal/RN, 2016.

MAGANIZE LUIZA. **Réguas De Frações 67 Peças Cx De Madeira – JOTTPLAY**.

MÁRQUEZ, Ángel Diego. **Didática das matemáticas elementares**: o ensino das matemáticas pelo método dos números em cor ou método Cuisenaire. Rio de Janeiro: Letra e Artes LTDA, 1967.

OBMEP, Clubes de Matemática da. **Aplicando a matemática básica**: A musicalidade das frações 1/2, 3/4, 2/3. Disponível em: < http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-a-musicalidade-das-fracoes-texfrac12frac34frac23tex/> Acesso em: 21 ago. 2022.

SHOPEE. **Jogo Pedagógico Escala Cuisenaire 294 Peças.**