



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
RIO GRANDE DO NORTE

Nome: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

Curso: Administração Integrado

Disciplina: Matemática III

3º Ano

Prof. Leonardo

Data: \_\_ / \_\_ / 2018

## Capítulo 02 - Probabilidade

### 2 - Introdução

- ✓ Experimentos que, ao serem realizados repetidas vezes nas mesmas condições, apresentam resultados variados, não sendo possível fazer uma previsão lógica dos resultados, são denominados experimentos aleatórios.

Um experimento aleatório apresenta as seguintes características fundamentais:

- ✓ Pode repetir-se várias vezes nas mesmas condições.
- ✓ É conhecido o conjunto de todos os resultados possíveis.
- ✓ Não se pode prever qual é o resultado.
- ✓ Os experimentos aleatórios estão sujeitos à lei do acaso.

Veja alguns exemplos de experimentos aleatórios:

- ✓ O sorteio de uma loteria de números.
- ✓ A escolha de um número de 1 a 50.
- ✓ O sorteio de um prêmio da Loteria Federal.
- ✓ O lançamento de uma moeda.

### 2.1 - Espaço amostral

O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é denominado espaço amostral, o qual indicaremos por  $U$ . O número de elementos desse conjunto é representado por  $n(U)$ .

#### Exemplos

No lançamento de uma moeda:

$$U = \{\text{cara, coroa}\} \quad n(U) = 2$$

No lançamento de um dado:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(U) = 6$$

No nascimento de uma criança:

$$U = \{\text{menino, menina}\} \quad n(U) = 2$$

### 2.2 - Evento

Chamamos de evento qualquer subconjunto do espaço amostral.

#### Exemplos

No lançamento de um dado, podemos ter os seguintes eventos:

- $A \rightarrow$  o número é par

$$A = \{2, 4, 6\} \quad n(A) = 3$$

- $B \rightarrow$  o número é ímpar  $B = \{1, 3, 5\}$   $n(B) = 3$
- $C \rightarrow$  o número é menor que 6  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   $n(C) = 5$
- $D \rightarrow$  o número é múltiplo de 20  $D = \{ \}$   $n(D) = 0$

### 2.2.1 - Tipos de eventos

Considere o experimento aleatório: lançamento de um dado comum e observação do número voltado para cima.

O espaço amostral deste evento é:  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- ✓ Evento certo: é o próprio espaço amostral.

**Exemplo:**

- $B \rightarrow$  ocorrência de um número menor que 8.  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- ✓ Evento impossível: é o subconjunto vazio do espaço amostral.

**Exemplo:**

- $C \rightarrow$  ocorrência de um número maior que 10.  $C = \{ \}$

- ✓ Evento simples ou elementar: é um conjunto unitário.

**Exemplo:**

- $D \rightarrow$  ocorrência de um número ímpar menor que 3.  $D = \{1\}$

- ✓ Eventos mutuamente exclusivos: são aqueles cuja intersecção é um conjunto vazio.

**Exemplo:**

$$E \rightarrow \text{ocorrência de um número menor que 3} \quad E = \{1, 2\}$$

$$F \rightarrow \text{ocorrência de um número maior que 3} \quad F = \{4, 5, 6\}$$

$$E \cap F = \{ \}$$

- ✓ Eventos complementares: são aqueles cuja união é o espaço amostral e a intersecção é um conjunto vazio.

**Exemplo:**

$$A \rightarrow \text{ocorrência de um número par} \quad A = \{2, 4, 6\}$$

$$\bar{A} \rightarrow \text{ocorrência de um número ímpar} \quad \bar{A} = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cup \bar{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ e } A \cap \bar{A} = \emptyset$$

### 2.3 - Probabilidade de um evento

Se, num fenômeno aleatório, o número de elementos do espaço amostral é  $n(U)$  e o número de elementos do evento  $A$  é  $n(A)$ , então a probabilidade de ocorrer o evento  $A$  é o número  $P(A)$ , tal que:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Essa definição é válida quando o espaço amostral  $U$  for equiprobabilístico, ou seja, quando todos os elementos de  $U$  tiverem a mesma probabilidade.

#### OBS: Consequências da definição de probabilidade

- ✓ A probabilidade de ocorrer um evento impossível é:

$$P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(U)} = \frac{0}{n(U)} = 0$$

✓ A probabilidade de ocorrer um evento certo é:

$$P(U) = \frac{n(U)}{n(U)} = \frac{n(U)}{n(U)} = 1$$

Assim a probabilidade de ocorrer um evento A é:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ ou } 0 \leq P(A) \leq 100\%$$

### EXEMPLO RESOLVIDO 1

No lançamento de uma moeda, qual a probabilidade de obter cara?

$$U = \{\text{cara, coroa}\} \text{ e } n(U) = 2$$

$$A \rightarrow \text{obter cara} / n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A) = 50\%$$

Portanto, a probabilidade de obter cara no lançamento de uma moeda é de 1 em 2 ou 50%.

### EXEMPLO RESOLVIDO 2

No lançamento de duas moedas, qual a probabilidade de ocorrer cara pelo menos uma vez?

$$U = \{(\text{cara, cara}), (\text{cara, coroa}), (\text{coroa, cara}), (\text{coroa, coroa})\} \text{ com } n(U) = 4 \text{ e } n(A) = 3$$

$$A \rightarrow \text{obter cara pelo menos uma vez}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{4} \Rightarrow P(A) = 75\%$$

Portanto, a probabilidade de obter cara no lançamento de duas moedas é de 3 em 4 ou 75%.

## 2.4 - Probabilidade do evento complementar

Sejam A e  $\bar{A}$  dois eventos complementares de um espaço amostral, temos:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

### EXEMPLO RESOLVIDO 1

Num baralho comum com 52 cartas, temos:

$$A \rightarrow \text{retirar uma carta 7}$$

$$B \rightarrow \text{retirar uma carta diferente de 7}$$

Note que os eventos A e B são complementares, pois sua intersecção é um conjunto vazio e sua união é igual ao espaço amostral.

Como temos quatro cartas 7 num baralho de 52 cartas:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{52}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} \Rightarrow P(B) = \frac{48}{52}$$

Observe que:

$$P(A) + P(B) = \frac{4}{52} + \frac{48}{52} = \frac{52}{52} = 1$$

### EXEMPLO RESOLVIDO 2

Entre 10 maçãs, 3 estão estragadas. Escolhendo ao acaso 2 maçãs desse conjunto, qual a probabilidade de ambas não estarem estragadas? Qual a probabilidade de pelo menos uma maçã estar estragada?

$$U \rightarrow \text{Escolher duas maçãs em 10}$$

$$n(U) = C_{10,2} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8!} = 45$$

A → Escolher duas maçãs não estragadas:

Como existem 7 maçãs não estragadas, podemos escolher duas da seguinte maneira:

$$n(A) = C_{7,2} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 21$$

Assim, a probabilidade de ocorrer o evento A é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

A probabilidade de escolher duas maçãs não estragadas é de 7 em 15.

Note que o evento da escolha de pelo menos uma maçã estragada é o evento complementar de A. Vamos representá-lo por  $\bar{A}$ . Sendo assim:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow \frac{7}{15} + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

A probabilidade de escolher pelo menos uma maçã estragada é de 8 em 15.

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – PROBABILIDADE - DEFINIÇÃO E EVENTOS COMPLEMENTARES

**01. (Epcar (Afa) 2018)** Durante o desfile de Carnaval das escolas de samba do Rio de Janeiro em 2017, uma empresa especializada em pesquisa de opinião entrevistou 140 foliões sobre qual agremiação receberia o prêmio de melhor do ano que é concedido apenas a uma escola de samba. Agrupados os resultados obtidos, apresentaram-se os índices conforme o quadro a seguir:

| Agremiação escolhida         | A  | B  | C  | A e B | A e C | B e C | A, B e C |
|------------------------------|----|----|----|-------|-------|-------|----------|
| Nº de foliões que escolheram | 77 | 73 | 70 | 20    | 25    | 40    | 5        |

A respeito dos dados colhidos, analise as proposições a seguir e classifique-as em V (VERDADEIRA) ou F (FALSA).

- ( ) Se A for a agremiação vencedora em 2017 e se um dos foliões que opinaram for escolhido ao acaso, então a probabilidade de que ele NÃO tenha votado na agremiação que venceu é igual a 45%.
- ( ) Escolhido ao acaso um folião, a probabilidade de que ele tenha indicado exatamente duas agremiações é de 50%.
- ( ) Se a agremiação B for a campeã em 2017, a probabilidade de que o folião entrevistado tenha indicado apenas esta como campeã é menor que 10%.

A sequência correta é

- a) V – V – F
- b) F – V – V
- c) F – V – F
- d) V – F – V

**02. (Uerj simulado 2018)** Dez cartões com as letras da palavra “envelhecer” foram colocados sobre uma mesa com as letras viradas para cima, conforme indicado abaixo.



Em seguida, fizeram-se os seguintes procedimentos com os cartões:

- 1º) foram virados para baixo, ocultando-se as letras;

- 2º) foram embaralhados;  
 3º) foram alinhados ao acaso;  
 4º) foram desvirados, formando um anagrama.  
 Observe um exemplo de anagrama:



A probabilidade de o anagrama formado conter as quatro vogais juntas (EEEE) equivale a:

- a)  $\frac{1}{20}$   
 b)  $\frac{1}{30}$   
 c)  $\frac{1}{210}$   
 d)  $\frac{1}{720}$

**03. (Espcex (Aman) 2018)** Em uma população de homens e mulheres, 60% são mulheres, sendo, 10% delas vegetarianas. Sabe-se, ainda, que, 5% dos homens dessa população também são vegetarianos. Dessa forma, selecionando-se uma pessoa dessa população ao acaso e verificando-se que ela é vegetariana, qual é a probabilidade de que seja mulher?

- a) 50%  
 b) 70%  
 c) 75%  
 d) 80%  
 e) 85%

**04. (G1 - ifal 2017)** Em um certo grupo de pessoas, 40 falam inglês, 32 falam espanhol, 20 falam francês, 12 falam inglês e espanhol, 8 falam inglês e francês, 6 falam espanhol e francês, 2 falam as 3 línguas e 12 não falam nenhuma das línguas. Escolhendo aleatoriamente uma pessoa desse grupo, qual a probabilidade de essa pessoa falar espanhol ou francês?

- a) 7,5%  
 b) 40%  
 c) 50%  
 d) 57,5%  
 e) 67,5%

**05. (Ufrgs 2017)** As figuras abaixo representam dez cartões, distintos apenas pelos números neles escritos.

|                  |                      |                   |                      |                    |
|------------------|----------------------|-------------------|----------------------|--------------------|
| $\frac{99}{100}$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}$ | $2 \cos 60^\circ$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\pi$              |
| $\log 13$        | $-\frac{5}{3}$       | $\frac{3}{5}$     | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $ \cos 180^\circ $ |

Sorteando aleatoriamente um cartão, a probabilidade de ele conter um número maior do que 1 é

- a)  $\frac{1}{5}$   
 b)  $\frac{3}{10}$   
 c)  $\frac{2}{5}$   
 d)  $\frac{1}{2}$

**06. (Famema 2017)** Um professor colocou em uma pasta 36 trabalhos de alunos, sendo 21 deles de alunos do 1º ano e os demais de alunos do 2º ano. Retirando-se aleatoriamente 2 trabalhos dessa pasta, um após o outro, a probabilidade de os dois serem de alunos de um mesmo ano é

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{1}{3}$
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{1}{5}$
- e)  $\frac{1}{6}$

**07. (Pucrj 2017)** Ao lançar um dado 3 vezes sucessivas, qual é a probabilidade de obter ao menos um número ímpar?

- a)  $\frac{1}{8}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{3}{8}$
- d)  $\frac{5}{8}$
- e)  $\frac{7}{8}$

**08. (Upe-ssa 3 2017)** Uma urna contém 18 bolas vermelhas, 12 amarelas e 20 brancas, sendo todas idênticas. Quantas bolas brancas devem ser retiradas dessa urna, de modo que, ao sortear uma bola, a probabilidade de ela ser branca seja igual a  $\frac{1}{6}$ ?

- a) 16
- b) 15
- c) 14
- d) 13
- e) 12

**09. (Fmp 2017)** Um grupo é formado por três homens e duas mulheres. Foram escolhidas, ao acaso, três pessoas desse grupo. Qual é a probabilidade de as duas mulheres do grupo estarem entre as três pessoas escolhidas?

- a)  $\frac{3}{10}$
- b)  $\frac{1}{10}$
- c)  $\frac{2}{5}$
- d)  $\frac{2}{3}$
- e)  $\frac{1}{3}$

**10. (Ufpa 2016)** Em um quarto no qual uma pessoa se encontra estão 12 mosquitos *Aedes aegypti*, dos quais 5 estão contaminados pelo vírus da dengue. Se 4 distintos mosquitos dos 12 existentes picam a pessoa, a probabilidade de ela ser picada por pelo menos um mosquito contaminado é de

- a)  $\frac{7}{99}$
- b)  $\frac{92}{99}$
- c)  $\frac{4}{7}$
- d)  $\frac{5}{12}$
- e)  $\frac{24}{495}$

**11. (Unisc 2016)** Dentre um grupo formado por 2 Engenheiros e 4 Matemáticos, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um Engenheiro e dois Matemáticos é de

- a) 25%
- b) 35%
- c) 39%
- d) 50%
- e) 60%

**12. (Esc. Naval 2016)** Considere uma urna contendo cinco bolas brancas, duas pretas e três verdes. Suponha que três bolas sejam retiradas da urna, de forma aleatória e sem reposição. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que as três bolas retiradas tenham a mesma cor?

- a) 9,17%
- b) 27,51%
- c) 7,44%
- d) 15,95%

**13. (Unisinos 2016)** Em uma gaveta, há 12 meias brancas e 8 meias cinzas. Retiram-se duas meias, sem reposição. Qual a probabilidade de as duas meias que foram retiradas serem de cores diferentes?

- a)  $\frac{1}{4}$
- b)  $\frac{24}{95}$
- c)  $\frac{10}{17}$
- d)  $\frac{1}{2}$
- e)  $\frac{48}{95}$

**14. (Espm 2016)** Em uma urna são depositadas  $x$  bolas pretas e 20 bolas brancas. Em uma segunda urna são colocadas 50 bolas a mais que na primeira, das quais  $3x$  são pretas. Retira-se, ao acaso, uma única bola de cada urna. Se a probabilidade  $P$  da bola retirada ser preta for a mesma para cada urna, o valor de  $P$  é:

- a) 20%
- b) 25%
- c) 10%
- d) 15%
- e) 30%

**15. (G1 - Ifal 2016)** Maria estuda no Curso de Mecânica do Ifal na Turma 611 – A, que tem 40 estudantes. Nessa turma, será escolhida uma comissão composta por 5 estudantes, para tratar de questões de interesse da turma. Qual a probabilidade de Maria fazer parte dessa comissão?

- a) 2,5%
- b) 5%
- c) 10%
- d) 12,5%

**16. (Ufrn 2003)** José, João, Manoel, Lúcia, Maria e Ana foram ao cinema e sentaram-se lado a lado, aleatoriamente, numa mesma fila. A probabilidade de José ficar entre Ana e Lúcia (ou Lúcia e Ana), lado a lado, é

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{14}{15}$
- c)  $\frac{1}{30}$
- d)  $\frac{1}{15}$

**17. (Ufu 2006)** Numa classe com 50 alunos, 8 serão escolhidos, aleatoriamente, para formar uma comissão eleitoral. A probabilidade de Lourenço, Paulo e Larissa, alunos da classe, fazerem parte desta comissão é igual a

- a)  $\frac{3}{50}$
- b)  $\frac{1}{175}$
- c)  $\frac{3}{8}$
- d)  $\frac{1}{350}$

**18. (Pucsp 2005)** Joel e Jane fazem parte de um grupo de dez atores: 4 mulheres e 6 homens. Se duas mulheres e três homens forem escolhidos para compor o elenco de uma peça teatral, a probabilidade de que Joel e Jane, juntos, estejam entre eles é

- a)  $\frac{3}{4}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{1}{6}$

**19. (Ufrn 2001)** Para acessar o sistema de computadores da empresa, cada funcionário digita sua senha pessoal, formada por 4 letras distintas do nosso alfabeto (que possui 23 letras), numa ordem preestabelecida. Certa vez, um funcionário esqueceu a respectiva senha, lembrando apenas que ela começava com X e terminava com F. A probabilidade de ele ter acertado a senha ao acaso, numa única tentativa, é:

- a)  $\frac{1}{326}$
- b)  $\frac{1}{529}$
- c)  $\frac{1}{253}$

d)  $\frac{1}{420}$

**20.(Fgv 2005)** Uma urna contém quatro fichas numeradas, sendo:

- A 1ª com o número 5
- A 2ª com o número 10
- A 3ª com o número 15
- A 4ª com o número 20

Uma ficha é sorteada, tem seu número anotado e é recolocada na urna; em seguida outra ficha é sorteada e anotado seu número. A probabilidade de que a média aritmética dos dois números sorteados esteja entre 6 e 14 é:

- a)  $\frac{5}{12}$   
 b)  $\frac{9}{16}$   
 c)  $\frac{6}{13}$   
 d)  $\frac{7}{14}$

**GABARITO – PROBABILIDADE – DEFINIÇÃO e EVENTOS COMPLEMENTARES**

|    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|
| 01 | A | 02 | B | 03 | C |
| 04 | D | 05 | B | 06 | A |
| 07 | E | 08 | C | 09 | A |
| 10 | B | 11 | E | 12 | A |
| 13 | E | 14 | A | 15 | D |
| 16 | D | 17 | D | 18 | C |
| 19 | D | 20 | B |    |   |

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – PROBABILIDADE – OUTROS ASSUNTOS**

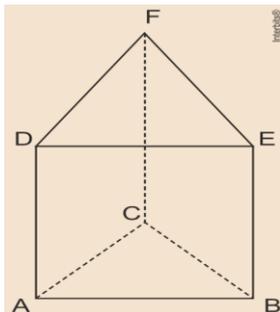
**01. (G1 - ifal 2017)** Ao pegarmos, por acaso, um dos possíveis segmentos de reta que podem ser formados pelos vértices de um cubo, qual a probabilidade de esse segmento de reta ser uma das arestas do cubo?

- a)  $\frac{1}{3}$   
 b)  $\frac{7}{3}$   
 c)  $\frac{1}{7}$   
 d)  $\frac{2}{7}$   
 e)  $\frac{3}{7}$

**02. (Ufrgs 2017)** Considere um hexágono convexo com vértices  $A, B, C, D, E$  e  $F$ . Tomando dois vértices ao acaso, a probabilidade de eles serem extremos de uma diagonal do hexágono é

- a)  $\frac{1}{5}$   
 b)  $\frac{2}{5}$   
 c)  $\frac{3}{5}$   
 d)  $\frac{4}{5}$   
 e) 1

**03. (Upe-ssa 3 2016)** Seleccionamos ao acaso duas arestas do prisma triangular regular representado abaixo. Qual é a probabilidade de elas *não* serem paralelas?



- a)  $\frac{1}{6}$
- b)  $\frac{1}{3}$
- c)  $\frac{1}{2}$
- d)  $\frac{2}{3}$
- e)  $\frac{5}{6}$

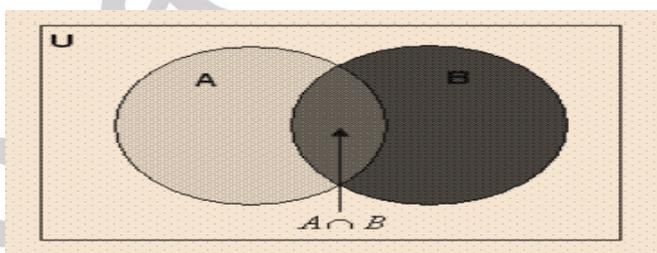
**04. (Ufrn 2000)** Um jogo consiste em um prisma triangular reto com uma lâmpada em cada vértice e um quadro de interruptores para acender essas lâmpadas. Sabendo que quaisquer três lâmpadas podem ser acesas por um único interruptor e cada interruptor acende precisamente três lâmpadas, calcule

- a) quantos interruptores existem nesse quadro;
- b) a probabilidade de, ao se escolher um interruptor aleatoriamente, este acender três lâmpadas numa mesma face.

**GABARITO – PROBABILIDADE – OUTROS ASSUNTOS**

|    |                 |    |   |    |   |
|----|-----------------|----|---|----|---|
| 01 | E               | 02 | C | 03 | E |
| 04 | a) 20% e b) 70% |    |   |    |   |

**2.5 - Probabilidade da união de dois eventos**



Da teoria dos conjuntos sabemos que :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Dividindo-se por  $n(U)$ , temos:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Assim:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

### EXEMPLO 01

Qual é a probabilidade de se jogar um dado e se obter o número 3 ou um número ímpar?

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ e } n(U) = 6$$

A → obter o número 3

$$A = \{3\} \text{ e } n(A) = 1$$

B → obter número ímpar

$$A \cap B = \{3\} \text{ e } n(A \cap B) = 1$$

Note que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} = 50\%$$

Portanto, a probabilidade de se jogar um dado e se obter o número 3 ou um número ímpar é de 50%.

### EXEMPLO 02

Ao lançar dois dados (um azul e um branco) qual a probabilidade de se obter soma dos pontos igual a 9 ou números iguais?

A → Obter soma dos pontos igual a 9

B → Obter números iguais

Note que:

$$n(A) = 6$$

$$n(B) = 4$$

$$n(A \cap B) = 0$$

$$n(U) = 36$$

Então:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{4}{36} - \frac{0}{36} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Portanto, a probabilidade de se obter soma dos pontos igual a 9 ou números iguais é de 5 em 18.

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – UNIÃO DE EVENTOS

**01.(VUNESP)** Em um colégio foi realizada uma pesquisa sobre as atividades extracurriculares de seus alunos. Dos 500 alunos entrevistados, 240 praticavam um tipo de esporte, 180 freqüentavam um curso de idiomas e 120 realizavam estas duas atividades, ou seja, praticavam um tipo de esporte e freqüentavam um curso de idiomas. Se, nesse grupo de 500 estudantes um é escolhido ao acaso, a probabilidade de que ele realize pelo menos uma dessas duas atividades, isto é, pratique um tipo de esporte ou freqüente um curso de idiomas, é

a)  $\frac{18}{25}$ .

b)  $\frac{3}{5}$ .

c)  $\frac{12}{25}$ .

d)  $\frac{6}{25}$ .

e)  $\frac{2}{5}$ .

**02.(PUCCAMP)** Em uma escola, 10 alunos (6 rapazes e 4 garotas) apresentam-se para compor a diretoria do grêmio estudantil, que deverá ter os seguintes membros: 1 presidente, 1 vice-presidente e 2 secretários. Os nomes dos candidatos são colocados em uma urna, da qual serão sorteados os membros que compõem a diretoria. A probabilidade de que na equipe sorteada o presidente ou o vice-presidente sejam do sexo masculino é:

a)  $\frac{1}{3}$ .

b)  $\frac{4}{5}$ .

c)  $\frac{5}{6}$ .

d)  $\frac{13}{15}$ .

**03.(G1)** Considere dois acontecimentos A e B de uma experiência aleatória. Sabendo que  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  e  $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$ , calcule

a)  $P(A \cap B)$

b)  $P(\overline{A})$

**04.(G1)** Num grupo de crianças, 15% tem olhos azuis, 65% tem olhos castanhos e as restantes tem olhos pretos. Escolhendo-se, ao acaso, uma criança desse grupo, qual a probabilidade de que ela tenha olhos azuis ou pretos?

**05.(UEPA)** Os cursos ofertados pelo UEPA no Prosel e Prise, no município de Igarapé-açu, com as respectivas vagas, constam na tabela abaixo:

| <i>Curso Ofertado</i>             | <i>Prosel</i> | <i>Prise</i> |
|-----------------------------------|---------------|--------------|
| <i>Licenciatura em Letras</i>     | 20            | 20           |
| <i>Licenciatura em Matemática</i> | 20            | 20           |

Supondo que todas as vagas serão preenchidas, a probabilidade de sortearmos, ao acaso, um aluno do curso de Licenciatura em Matemática ou um aluno aprovado no Prise é de :

a) 25%

b) 50%

c) 60%

d) 75%

e) 100%

**06.(G1)** Num grupo de 60 pessoas 10 são torcedores do São Paulo 5 são torcedores do Palmeiras e as demais são torcedoras do Corinthians escolhido ao acaso um elemento do grupo a probabilidade dele ser do São Paulo ou do Palmeiras é ?

a) 0,40

b) 0,25

c) 0,50

d) 0,30

**07.(G1).** Um número inteiro é escolhido ao acaso dentre os números  $\{1,2,3, \dots, 60\}$ . Calcule a probabilidade de o número ser divisível por 2 ou por 5.

**08.(G1).** Numa urna existem 10 bolas coloridas. As brancas estão numeradas de 1 a 6 e as vermelhas de 7 a 10. Retirando-se uma bola, qual a probabilidade de ela ser branca ou de seu número ser par?

**09.(FMU-SP)** Num único lance de uma par de dados honestos, a probabilidade de saírem as somas 7 ou 11 é:

a)  $\frac{4}{36}$ .

b)  $\frac{5}{36}$ .

c)  $\frac{6}{36}$ .

d)  $\frac{7}{36}$ .

e)  $\frac{8}{36}$ .

**10.(G1)** Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Seja o experimento “retirado de uma bola” e considere os eventos:

$A = \{ \text{a bola retirada possui um número múltiplo de 2} \}$

$B = \{ \text{a bola retirada possui um múltiplo de 5} \}$

Calcule a probabilidade do evento  $A \cup B$

**GABARITO – PROBABILIDADE – UNIÃO DE EVENTOS**

|    |               |    |               |    |                       |
|----|---------------|----|---------------|----|-----------------------|
| 01 | B             | 02 | D             | 03 | a) 0 b) $\frac{3}{4}$ |
| 04 | 35%           | 05 | D             | 06 | B                     |
| 07 | $\frac{3}{5}$ | 08 | $\frac{4}{5}$ | 09 | E                     |
| 10 | $\frac{3}{5}$ |    |               |    |                       |

## 2.6 - Probabilidade condicional

Observe a seguinte situação:

Ao retirar uma carta de um baralho de 52 cartas, qual é a probabilidade de sair um *ás vermelho* sabendo que ela é de copas?

$U = \{\text{cartas do baralho}\}$   $n(U) = 52$

$A \rightarrow \text{sair "ás vermelho"}$   $A = \{\text{Ás de ouro, Ás de copas}\}$

$B \rightarrow \text{sair copas}$   $B = \{\text{cartas de copas}\}$   $n(B) = 13$

$A \cap B = \{\text{Ás de copas}\}$   $n(A \cap B) = 1$

Note que o evento  $B$  já ocorreu, então o espaço amostral se reduz ao evento  $B$ .

Então a probabilidade de ocorrer o evento  $A$ , tendo ocorrido o evento  $B$  é:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{1}{13}$$

Note que nesse exemplo a ocorrência do evento  $A$  está condicionada à ocorrência do evento  $B$ .

Indicamos:  $A/B$

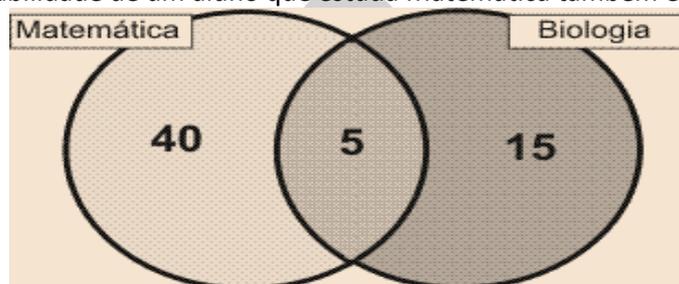
$A/B$  significa a ocorrência do evento  $A$  sabendo que  $B$  vai ocorrer ou já ocorreu (os eventos  $A$  e  $B$  são dependentes).

Essa probabilidade é chamada probabilidade condicional de ocorrer  $A$ , tendo ocorrido  $B$  ou probabilidade de  $A$  dado  $B$ , e é dada por:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \text{ ou } P(A/B) = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(U)}}{\frac{n(B)}{n(U)}} \Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

### EXEMPLO 01

Numa classe com 60 alunos, 40 estudam só Matemática, 10 estudam só Biologia e 5 estudantes estudam Matemática e Biologia. Determine a probabilidade de um aluno que estuda Matemática também estudar Biologia.



$A \rightarrow \text{estudar Matemática e Biologia}$

$B \rightarrow \text{estudar Matemática}$

$n(B) = 45$  e  $n(A \cap B) = 5$

Note que o evento  $B$  já ocorre, então o espaço amostral é reduzido ao evento  $B$ .

Assim, a probabilidade de ocorrer  $A$ , tendo ocorrido  $B$ , é:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \Rightarrow P(A/B) = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$$

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – PROBABILIDADE CONDICIONAL

01.(G1) Se  $A$  e  $B$  são eventos com  $p(A) = \frac{3}{5}$ ,  $p(B) = \frac{1}{2}$  e  $p(A \cap B) = \frac{3}{10}$ , determine a probabilidade de:

- $A$  dado  $B$
- $B$  dado  $A$
- $A$  dado  $A \cup B$
- $A \cup B$  dado  $A$

**02. (G1)** Jogam-se dois dados. Qual é a probabilidade de se obter o 4 no primeiro dado, se a soma dos resultados é 9 ?

**03. (G1)** Um grupo de pessoas está classificado da seguinte maneira:

|                 | <i>Professor</i> | <i>Advogado</i> | <i>Dentista</i> |
|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| <i>Homens</i>   | 60               | 80              | 50              |
| <i>Mulheres</i> | 90               | 40              | 30              |

Definindo que *H*: homem; *M*: mulher; *P*: professor; *A*: advogado; *D*: dentista; escreva em palavras o que significa cada uma das expressões, supondo que cada pessoa tenha uma única profissão e calcule os valores de cada item.

- a)  $p(A/H)$
- b)  $p(P/M)$
- c)  $p(D/H)$
- d)  $p(\bar{D}/H)$

**04. (G1)** Uma família planeja ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha exatamente 2 meninas, dado que a primeira criança que nasceu é menina ?

**05. (G1)** Uma moeda é lançada três vezes. Determine a probabilidade de se obter:

- a) 3 caras.
- b) 3 caras, dado que a primeira foi cara.
- c) exatamente 2 caras.
- d) 2 caras, dado que a primeira foi coroa.
- e) cara no 2º lançamento, dado que 2 coroas e 1 cara foram obtidas.
- f) cara no 2º lançamento, dado que 3 caras foram obtidas.
- g) cara no 2º lançamento, dado que pelo menos 1 cara foi obtida.

**06. (Unesp 1989)** Dois jogadores *A* e *B* vão lançar um par de dados. Eles combinam que se a soma dos números dos dados for 5, *A* ganha e se a soma for 8, *B* é quem ganha. Os dados são lançados. Sabe-se que *A* não ganhou. Qual a probabilidade de *B* ter ganho?

- a)  $\frac{10}{36}$
- b)  $\frac{5}{32}$
- c)  $\frac{5}{36}$
- d)  $\frac{5}{35}$
- e) Não se pode calcular sem saber os números sorteados.

**07. (Fuvest 2007)** Uma urna contém 5 bolas brancas e 3 bolas pretas. Três bolas são retiradas ao acaso, sucessivamente, sem reposição. Determine

- a) a probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca.
- b) a probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca, sabendo-se que as três bolas retiradas não são da mesma cor.

**08. (UFRJ 2005)** Um novo exame para detectar certa doença foi testado em trezentas pessoas, sendo duzentas sadias e cem portadoras da tal doença. Após o teste verificou-se que, dos laudos referentes a pessoas sadias, cento e setenta resultaram negativos e, dos laudos referentes a pessoas portadoras da doença, noventa resultaram positivos.

a) Sorteando ao acaso um desses trezentos laudos, calcule a probabilidade de que ele seja positivo.

b) Sorteado um dos trezentos laudos, verificou-se que ele era positivo.

Determine a probabilidade de que a pessoa correspondente ao laudo sorteado tenha realmente a doença.

**09. (UNESP 2006)** O sangue humano está classificado em quatro grupos distintos:  $A$ ,  $B$ ,  $AB$  e  $O$ . Além disso, o sangue de uma pessoa pode possuir, ou não, o fator Rhésus. Se o sangue de uma pessoa possui esse fator, diz-se que a pessoa pertence ao grupo sanguíneo Rhésus positivo ( $Rh^+$ ) e, se não possui esse fator, diz-se Rhésus negativo ( $Rh^-$ ). Numa pesquisa, 1000 pessoas foram classificadas, segundo grupo sanguíneo e respectivo fator Rhésus, de acordo com a tabela ao lado. Dentre as 1000 pessoas pesquisadas, escolhida uma ao acaso, determine

|        | $A$ | $B$ | $AB$ | $O$ |
|--------|-----|-----|------|-----|
| $Rh^+$ | 390 | 60  | 50   | 350 |
| $Rh^-$ | 70  | 20  | 10   | 50  |

a) a probabilidade de seu grupo sanguíneo não ser  $A$ . Determine também a probabilidade de seu grupo sanguíneo ser  $B$  ou  $Rh^+$ .

b) a probabilidade de seu grupo sanguíneo ser  $AB$  e  $Rh^-$ . Determine também a probabilidade condicional de ser  $AB$  ou  $O$ , sabendo-se que a pessoa escolhida é  $Rh^-$ .

**10. (UNESP)** Um número é sorteado ao acaso entre os 20 primeiros de 1 a 20. Qual a probabilidade de se obter:

a) Um número múltiplo de 5?

b) Um número múltiplo de 5, sabendo que o número sorteado não é primo?

**GABARITO – PROBABILIDADE CONDICIONAL**

|    |   |    |  |    |  |
|----|---|----|--|----|--|
| 01 | a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1 | 02 | $\frac{1}{2}$  | 03 | a) $\frac{8}{19}$ b) $\frac{9}{16}$ c) $\frac{5}{19}$ d) $\frac{14}{19}$ |
| 04 | $\frac{1}{2}$   | 05 | a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{1}{4}$<br>e) $\frac{1}{3}$ f) 1    g) $\frac{4}{7}$ | 06 | B  |
| 07 | a) $\frac{15}{56}$ b) $\frac{1}{3}$                     | 08 | a) 40%    b) 75%   | 09 | a) 54% e 87%<br>b) 1% e 40%  |
| 10 | a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{4}$                       |    |  |    |  |

## 2.7 - Eventos independentes

Observe a seguinte situação:

Ao lançar dois dados (um azul e um branco), qual a probabilidade de sair o número 5?

|         |        |        |        |        |        |         |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
|         | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) | (1, 5) | (1, 6)  |
|         | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) | (2, 5) | (2, 6)  |
|         | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) | (3, 5) | (3, 6)  |
|         | (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) | (4, 5) | (4, 6)  |
|         | (5, 1) | (5, 2) | (5, 3) | (5, 4) | (5, 5) | (5, 6)  |
|         | (6, 1) | (6, 2) | (6, 3) | (6, 4) | (6, 5) | (6, 6)  |
| 1º dado |        |        |        |        |        |         |
|         |        |        |        |        |        | 2º dado |

$$A \rightarrow \text{obter 5 no 1º dado} \quad P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B \rightarrow \text{obter 5 no 2º dado} \quad P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

Note que  $\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$ , ou seja,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

Observe também que os eventos **A** e **B** são independentes, ou seja, a probabilidade de ocorrer **B** não depende da ocorrência de **A**.

Quando dois eventos são independentes, a probabilidade de que ocorram os eventos **A**, **B** e  $A \cap B$  é dada por:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Essa regra pode ser generalizada para  $n$  eventos independentes.

$$P(A \cap B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

### EXEMPLO 01

Em uma urna há 5 bolas azuis e 9 bolas brancas. Retiramos uma bola da urna e, em seguida, sem repor a bola retirada, retiramos a segunda bola.

a) Qual a probabilidade de ambas as bolas serem brancas?

$$U = \{5 \text{ bolas azuis e } 9 \text{ bolas brancas}\} \quad \text{e} \quad n(U) = 14$$

$$A \rightarrow \text{a primeira bola ser branca} \quad P(A) = \frac{9}{14}$$

$$B \rightarrow \text{a segunda bola ser branca} \quad P(B) = \frac{8}{13}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{9}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{72}{182} = \frac{36}{91}$$

A probabilidade de ambas as bolas serem brancas é de **36** em **91**.

b) Qual a probabilidade de a primeira bola ser azul e a segunda branca?

$$U = \{5 \text{ bolas azuis e } 9 \text{ bolas brancas}\} \quad \text{e} \quad n(U) = 14$$

$$A \rightarrow \text{a primeira bola ser azul} \quad P(A) = \frac{5}{14}$$

$$B \rightarrow \text{a segunda bola ser branca} \quad P(B) = \frac{9}{13}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{14} \cdot \frac{9}{13} = \frac{45}{182}$$

A probabilidade de a primeira bola ser azul e a segunda branca é de **45** em **182**.

### EXEMPLO 02

Numa certa comunidade, 52% dos habitantes são mulheres e, destas, 2,4% são canhotas. Dos homens, 2,5% são canhotos. Calcule a probabilidade de que um indivíduo escolhido ao acaso seja canhoto.

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \text{ser mulher e canhota} \\ P(A) &= 52\% \cdot 2,4\% = 0,52 \cdot 0,024 = 0,01248 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &\rightarrow \text{ser homem e canhoto} \\ P(B) &= 48\% \cdot 2,5\% = 0,48 \cdot 0,025 = 0,012 \end{aligned}$$

Então, a probabilidade de ser canhoto é:

$$\text{probabilidade de ser mulher e canhota} + \text{probabilidade de ser homem e canhoto} = 0,01248 + 0,012 = 0,02448 = 2,448\%$$

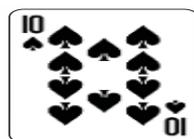
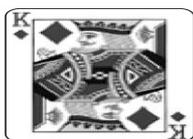
Portanto, a probabilidade de que o indivíduo seja canhoto é de 2,448%.

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – EVENTOS INDEPENDENTES

**01. (Ita 2018)** São dadas duas caixas, uma delas contém três bolas brancas e duas pretas e a outra contém duas bolas brancas e uma preta. Retira-se, ao acaso, uma bola de cada caixa. Se  $P_1$  é a probabilidade de que pelo menos uma bola seja preta e  $P_2$  a probabilidade de as duas bolas serem da mesma cor, então  $P_1 + P_2$  vale

- a)  $\frac{8}{15}$
- b)  $\frac{7}{15}$
- c)  $\frac{6}{15}$
- d)  $\frac{1}{15}$
- e)  $\frac{17}{15}$

**02. (Uerj 2018)** Cinco cartas de um baralho estão sobre uma mesa; duas delas são Reis, como indicam as imagens.



Após serem viradas para baixo e embaralhadas, uma pessoa retira uma dessas cartas ao acaso e, em seguida, retira outra. A probabilidade de sair Rei apenas na segunda retirada equivale a:

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{1}{3}$
- c)  $\frac{2}{5}$
- d)  $\frac{3}{10}$

**03. (Unicamp 2018)** Lançando-se determinada moeda tendenciosa, a probabilidade de sair cara é o dobro da probabilidade de sair coroa. Em dois lançamentos dessa moeda, a probabilidade de sair o mesmo resultado é igual a

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{5}{9}$

- c)  $\frac{2}{3}$   
d)  $\frac{3}{5}$

**04. (Pucsp 2017)** Em um pote de vidro não transparente, foram colocados mini sabonetes, todos de mesmo tamanho, sendo 16 deles na cor amarela, 6 na cor verde e 4 na cor azul. Retirando-se aleatoriamente 3 desses mini sabonetes, um após o outro, sem reposição, a probabilidade de saírem pelo menos 2 deles na cor amarela, sabendo que o primeiro mini sabonete retirado era na cor amarela, é

- a)  $\frac{11}{20}$   
b)  $\frac{13}{20}$   
c)  $\frac{15}{20}$   
d)  $\frac{17}{20}$

**05. (Enem 2017)** Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região. Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

- a) 0,075  
b) 0,150  
c) 0,325  
d) 0,600  
e) 0,800

**06. (Famema 2017)** Um professor colocou em uma pasta 36 trabalhos de alunos, sendo 21 deles de alunos do 1º ano e os demais de alunos do 2º ano. Retirando-se aleatoriamente 2 trabalhos dessa pasta, um após o outro, a probabilidade de os dois serem de alunos de um mesmo ano é

- a)  $\frac{1}{2}$   
b)  $\frac{1}{3}$   
c)  $\frac{1}{4}$   
d)  $\frac{1}{5}$

**07. (Pucrj 2016)** Sejam os conjuntos  $A = \{1,2,3,4\}$  e  $B = \{8,9,10\}$ . Escolhendo-se ao acaso um elemento de  $A$  e um elemento de  $B$ , a probabilidade de que a soma dos dois números escolhidos seja um número ímpar é:

- a)  $\frac{1}{2}$   
b)  $\frac{3}{5}$   
c)  $\frac{12}{25}$   
d)  $\frac{6}{25}$   
e)  $\frac{7}{10}$

**08. (Ueg 2016)** Renata está grávida e realizará um exame que detecta o sexo do bebê. Se o exame detectar que é um menino, a probabilidade de ela pintar o quarto do bebê de azul é de 70% ao passo que de branco é de 30%. Mas, se o exame detectar que é uma menina, a probabilidade de ela pintar o quarto do bebê de rosa é de 60% contra 40% de pintar de branco. Sabendo-se que a probabilidade de o exame detectar um menino é de 50% ,a probabilidade da Renata pintar o quarto do bebê de branco é de

- a) 70%
- b) 50%
- c) 35%
- d) 30%
- e) 20%

**09. (Fgv 2016)** Em uma urna, há 4 bolas vermelhas e 5 bolas brancas. Sorteando-se sucessivamente 3 bolas sem reposição, qual a probabilidade de observarmos bolas de cores diferentes?

- a)  $\frac{4}{5}$
- b)  $\frac{6}{7}$
- c)  $\frac{3}{4}$
- d)  $\frac{5}{6}$
- e)  $\frac{2}{3}$

**10. (Upe-ssa 3 2016)** Um cadeado está protegido pela combinação dos números em três cilindros numerados de 0 a 9 cada um, conforme a figura a seguir. Qual é a probabilidade de, numa única tentativa, se acertar um senha formada apenas por números primos?



- a) 6,0%
- b) 6,4%
- c) 7,2%
- d) 7,8%
- e) 8,0%

**GABARITO – PROBABILIDADE – EVENTOS INDEPENDENTES**

|    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|
| 01 | E | 02 | D | 03 | B |
| 04 | D | 05 | C | 06 | A |
| 07 | A | 08 | C | 09 | D |
| 10 | B |    |   |    |   |

## 2.8 - Distribuição binomial

Dados dois eventos complementares,  $A$  e  $\bar{A}$ , temos:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Se  $P(A) = p$ , podemos escrever:

$$P(\bar{A}) = 1 - p$$

A probabilidade de o evento  $A$  ocorrer exatamente  $k$  vezes em  $n$  experiências é dada por:

$$P_k(A) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

### EXEMPLO 01

Uma prova consta de 6 questões, cada qual com 4 opções e 1 única alternativa correta. Qual a probabilidade de se acertar 2 das 6 questões?

$n(U) = 4$  (número de opções de cada questão)

$n(A) = 1$  (cada questão tem uma única alternativa correta).

Assim:

$$A \rightarrow \text{acertar} \quad P(A) = p = \frac{1}{4}$$

$$\bar{A} \rightarrow \text{errar} \quad P(\bar{A}) = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

A probabilidade de acertar 2 das 6 questões ( $n = 6$  e  $k = 2$ ) é:

$$P_k(A) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \Rightarrow P_2(A) = \binom{6}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \Rightarrow P_2(A) = 15 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{81}{256} = \frac{1215}{4096} \cong 0,29$$

Ou seja, a probabilidade de se acertar 2 das 6 questões é de aproximadamente 29%.

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – PROBABILIDADE – DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

**01.(G1)** Uma urna tem 4 bolas vermelhas e 6 brancas. Uma bola é extraída, observada sua cor e reposta na urna. O experimento é repetido 5 vezes. Qual a probabilidade de observarmos exatamente 3 vezes bola vermelha?

**02.(G1)** Numa cidade, 10% das pessoas possuem carro de marca  $A$ . Se 30 pessoas são selecionadas ao acaso, com reposição, qual a probabilidade de exatamente 5 pessoas possuírem carro da marca  $A$ ?

**03.(G1)** Qual é a probabilidade de obtermos 4 vezes o número 3 ao lançarmos um dado 7 vezes?

**04.(G1)** Uma moeda é lançada 6 vezes. Qual a probabilidade de observarmos ao menos uma cara?

**05.(G1)** Lançando-se 4 vezes uma moeda honesta, a probabilidade de que ocorra cara exatamente 3 vezes é:

- a)  $\frac{3}{4}$
- b)  $\frac{3}{16}$
- c)  $\frac{7}{16}$
- d)  $\frac{1}{4}$
- e) não sei

**06.(G1)** Uma moeda é lançada 6 vezes. Qual a probabilidade de observarmos exatamente duas caras?

07.(G1) Um dado é lançado 5 vezes. Qual a probabilidade de que o “4” apareça exatamente 3 vezes?

08.(G1) Uma pessoa tem probabilidade 0,2 de acertar num alvo toda vez que atira. Supondo que as vezes que ela atira, são ensaios independentes, qual a probabilidade dela acertar no alvo exatamente 4 vezes, se ela dá 8 tiros?

09.(G1) Um time de futebol tem probabilidade  $p = \frac{3}{5}$  de vencer, todas as vezes que joga. Se disputar 5 partidas, qual a probabilidade de que vença ao menos uma?

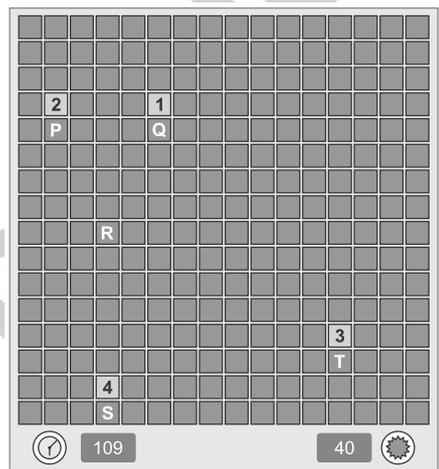
10.(G1) Uma moeda é lançada 9 vezes. Qual a probabilidade de observarmos no máximo 3 caras?

**GABARITO – PROBABILIDADE – DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL**

|    |                    |    |               |    |                     |
|----|--------------------|----|---------------|----|---------------------|
| 01 | $\frac{720}{3125}$ | 02 | $\cong 0,102$ | 03 | 1,56%               |
| 04 | $\frac{63}{64}$    | 05 | D             | 06 | 0,234               |
| 07 | $\frac{125}{3888}$ | 08 | 0,046         | 09 | $\frac{3093}{3125}$ |
| 10 | 0,254              |    |               |    |                     |

**EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – ENEM**

01. (Enem 2017) A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16x16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras P, Q, R, S e T e um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina. O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra

- a) P.
- b) Q.
- c) R.
- d) S.
- e) T.

**02. (Enem 2017)** Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região. Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

- a) 0,075
- b) 0,150
- c) 0,325
- d) 0,600
- e) 0,800

**03. (Enem (Libras) 2017)** Um laboratório está desenvolvendo um teste rápido para detectar a presença de determinado vírus na saliva. Para conhecer a acurácia do teste é necessário avaliá-lo em indivíduos sabidamente doentes e nos sadios. A acurácia de um teste é dada pela capacidade de reconhecer os verdadeiros positivos (presença de vírus) e os verdadeiros negativos (ausência de vírus). A probabilidade de o teste reconhecer os verdadeiros negativos é denominada especificidade, definida pela probabilidade de o teste resultar negativo, dado que o indivíduo é sadio. O laboratório realizou um estudo com 150 indivíduos e os resultados estão no quadro.

| <i>Resultado do teste da saliva</i> | <i>Doentes</i> | <i>Sadios</i> | <i>Total</i> |
|-------------------------------------|----------------|---------------|--------------|
| <i>Positivo</i>                     | 57             | 10            | 67           |
| <i>Negativo</i>                     | 3              | 80            | 83           |
| <i>Total</i>                        | 60             | 90            | 150          |

Considerando os resultados apresentados no quadro, a especificidade do teste da saliva tem valor igual a

- a) 0,11
- b) 0,15
- c) 0,60
- d) 0,89
- e) 0,96

**04. (Enem 2017)** Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de  $\frac{2}{3}$  e a de acusar a cor vermelha é de  $\frac{1}{3}$ . Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos. Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

- a)  $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$
- b)  $\frac{10 \times 2^9}{3^{10}}$
- c)  $\frac{2^{10}}{3^{100}}$
- d)  $\frac{2^{90}}{3^{100}}$
- e)  $\frac{2}{3^{10}}$

**05. (Enem (Libras) 2017)** Um projeto para incentivar a reciclagem de lixo de um condomínio conta com a participação de um grupo de moradores, entre crianças, adolescentes e adultos, conforme dados do quadro.

| <i>Participantes</i> | <i>Número de pessoas</i> |
|----------------------|--------------------------|
| <i>Crianças</i>      | $x$                      |
| <i>Adolescentes</i>  | 5                        |
| <i>Adultos</i>       | 10                       |

Uma pessoa desse grupo foi escolhida aleatoriamente para falar do projeto. Sabe-se que a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma criança é igual a dois terços. Diante disso, o número de crianças que participa desse projeto é

- a) 6
- b) 9
- c) 10
- d) 30
- e) 45

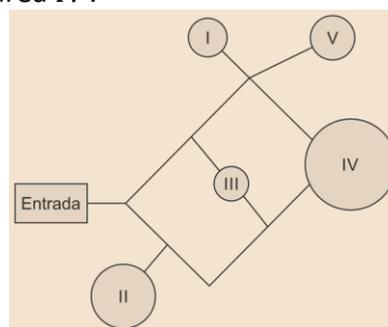
**06. (Enem PPL 2016)** O quadro apresenta cinco cidades de um estado, com seus respectivos números de habitantes e quantidade de pessoas infectadas com o vírus da gripe. Sabe-se que o governo desse estado destinará recursos financeiros a cada cidade, em valores proporcionais à probabilidade de uma pessoa, escolhida ao acaso na cidade, estar infectada.

| <i>Cidade</i>     | <i>I</i> | <i>II</i> | <i>III</i> | <i>IV</i> | <i>V</i> |
|-------------------|----------|-----------|------------|-----------|----------|
| <i>Habitantes</i> | 180.000  | 100.000   | 1100.00    | 165.000   | 175.000  |
| <i>Infectados</i> | 7.800    | 7.500     | 9.000      | 6.500     | 11.000   |

Qual dessas cidades receberá maior valor de recursos financeiros?

- a) *I*
- b) *II*
- c) *III*
- d) *IV*
- e) *V*

**07. (Enem 2016)** Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área *IV*, dentre as áreas *I*, *II*, *III*, *IV* e *V* existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área *IV*.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da *IV*, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna. Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área *IV* sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

- a)  $\frac{1}{96}$
- b)  $\frac{1}{64}$
- c)  $\frac{5}{24}$
- d)  $\frac{1}{4}$
- e)  $\frac{5}{12}$

**08. (Enem 2ª aplicação 2016)** Um casal, ambos com 30 anos de idade, pretende fazer um plano de previdência privada. A seguradora pesquisada, para definir o valor do recolhimento mensal, estima a probabilidade de que pelo menos um deles esteja vivo daqui a 50 anos, tomando por base dados da população, que indicam que 20% dos homens e 30% das mulheres de hoje alcançarão a idade de 80 anos. Qual é essa probabilidade?

- a) 50%
- b) 44%
- c) 38%
- d) 25%
- e) 6%

**09. (Enem PPL 2016)** Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores. Os times *R* e *S* são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, *R* e *S* não se enfrentarão na rodada final. Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

- ✓ *R* tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
- ✓ *S* tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo as informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time *R* ser o único vencedor do campeonato?

- a) 32%
- b) 38%
- c) 48%
- d) 54%

**10. (Enem 2ª aplicação 2016)** Uma caixa contém uma cédula de R\$5,00, uma de R\$20,00 e duas de R\$50,00 de modelos diferentes. Retira-se aleatoriamente uma cédula dessa caixa, anota-se o seu valor e devolve-se a cédula à caixa. Em seguida, repete-se o procedimento anterior. A probabilidade de que a soma dos valores anotados seja pelo menos igual a R\$55,00 é

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{3}{4}$
- d)  $\frac{2}{9}$
- e)  $\frac{5}{9}$

**11. (Enem 2015)** Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

- a)  $\frac{1}{100}$
- b)  $\frac{19}{100}$
- c)  $\frac{20}{100}$
- d)  $\frac{21}{100}$
- e)  $\frac{80}{100}$

**12. (Enem PPL 2015)** Um protocolo tem como objetivo firmar acordos e discussões internacionais para conjuntamente estabelecer metas de redução de emissão de gases de efeito estufa na atmosfera. O quadro mostra alguns dos países que assinaram o protocolo, organizados de acordo com o continente ao qual pertencem.

| <i>Países da América do Norte</i> | <i>Países da Ásia</i> |
|-----------------------------------|-----------------------|
| <i>Estados Unidos da América</i>  | <i>China</i>          |
| <i>Canadá</i>                     | <i>Índia</i>          |
| <i>México</i>                     | <i>Japão</i>          |

Em um dos acordos firmados, ao final do ano, dois dos países relacionados serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, para verificar se as metas de redução do protocolo estão sendo praticadas. A probabilidade de o primeiro país escolhido pertencer à América do Norte e o segundo pertencer ao continente asiático é

- a)  $\frac{1}{9}$
- b)  $\frac{1}{4}$
- c)  $\frac{3}{10}$
- d)  $\frac{2}{3}$
- e) 1

**13. (Enem 2015)** Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos. A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

- a) 23,7%
- b) 30,0%
- c) 44,1%
- d) 65,7%
- e) 90,0%

**14. (Enem PPL 2015)** No próximo final de semana, um grupo de alunos participará de uma aula de campo. Em dias chuvosos, aulas de campo não podem ser realizadas. A ideia é que essa aula seja no sábado, mas, se estiver chovendo no sábado, a aula será adiada para o domingo. Segundo a meteorologia, a probabilidade de chover no sábado é de 30% e a de chover no domingo é de 25%. A probabilidade de que a aula de campo ocorra no domingo é de

- a) 5,0%
- b) 7,5%
- c) 22,5%
- d) 30,0%
- e) 75,0%

**15. (Enem 2014)** O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

- a) 0,02048
- b) 0,08192
- c) 0,24000
- d) 0,40960
- e) 0,49152

**GABARITO – PROBABILIDADE - ENEM**

|    |   |    |   |    |   |
|----|---|----|---|----|---|
| 01 | B | 02 | C | 03 | D |
| 04 | A | 05 | D | 06 | C |
| 07 | C | 08 | B | 09 | D |
| 10 | C | 11 | C | 12 | C |
| 13 | D | 14 | C | 15 | B |