FUNÇÃO EXPONENCIAL
FUNÇÃO LOGARITMICA

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

Professor: Marcelo Silva

marcelo.silva@ifrn.edu.br

Natal - RN, janeiro de 2014

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

ESQUEMA

- Comentários gerais sobre aplicações.
- Definição das funções.
- Estudo do gráfico de cada uma delas.
- Características principais.
- Resolução de equações e inequações.

APLICAÇÕES

Algumas aplicações que podem ser citadas:

1. Crescimento de populações
2. Juros compostos
3. Rendimento de uma floresta
4. Desintregação de substâncias radioativas
5. Medição da energia liberada por um sismo
6. Tomografia computadorizada

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Definição: dado um número real **a**, a>0 e a≠1, denomina-se **função exponencial de base a** a uma função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}_{+}^{*}$ definida por $f(x)=a^{x}$.

Exemplos:

$1)\ f(x)=3^{x}$

$2)\ f(x)=2^{x}$

$3)\ f(x)=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x}$

$4)\ y=(0{,}9)^{x}$

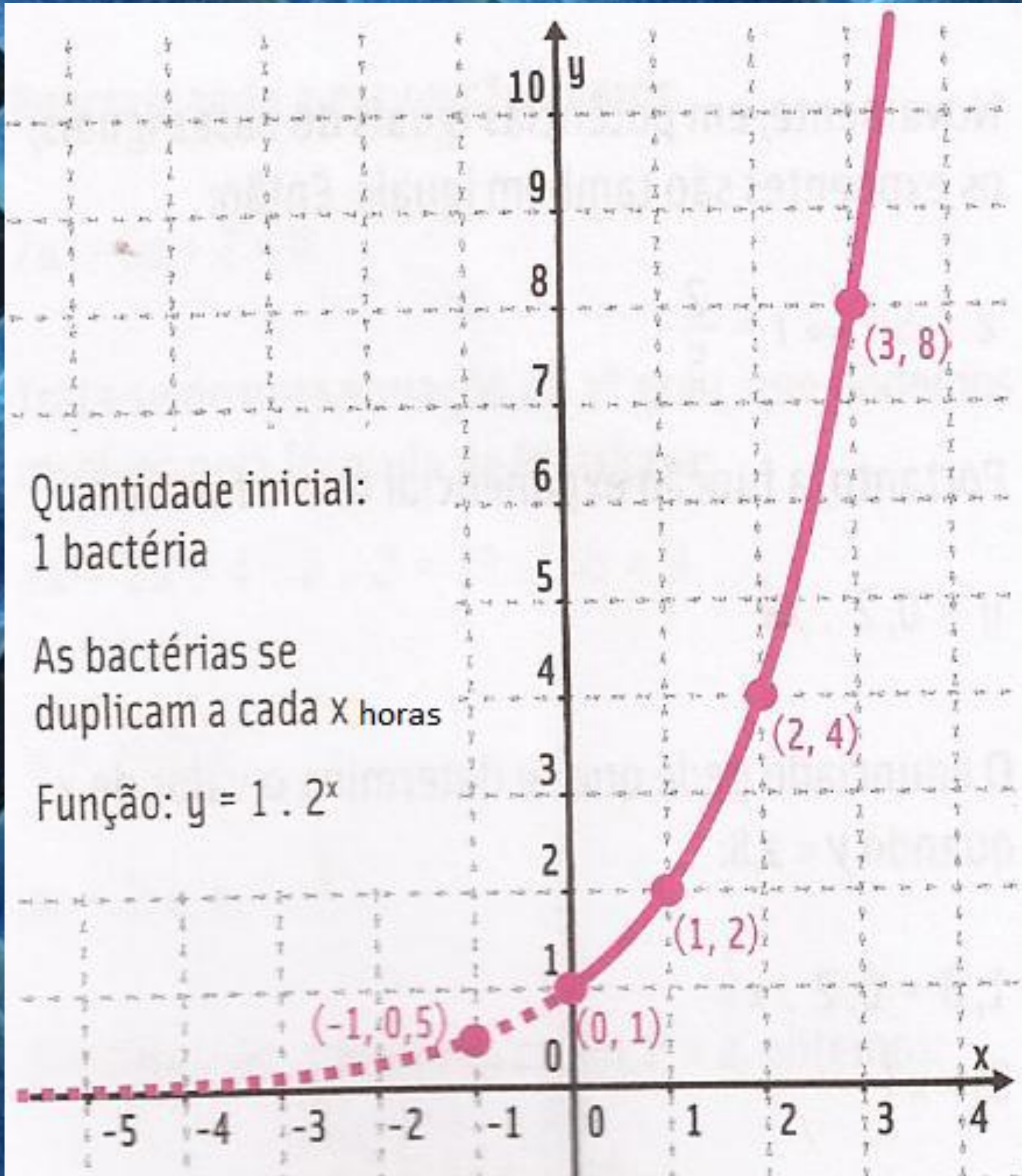
$5)\ f(x)=10^{x}$

$6)\ y=5^{x}$

Numa colônia de bactérias, uma bactéria divide-se em duas a cada hora. Depois de um dia completo, qual o número de bactérias originadas de uma só bactéria?

$$f(x) = 2^x \Longrightarrow f(24) = 1 \cdot 2^{24} = 16\,777\,216$$

função exponencial crescente que determina o total de bactérias originadas no período de *x* horas.



Função Exponencial crescente

a>1

02/02/2013 08h00 - Atualizado em 04/02/2013 14h36

Reação grave por contraste ocorre em 0,01% dos casos, diz médico

Três morreram em Campinas esta semana após ressonância magnética. Especialista explica como funciona o procedimento e as contraindicações.

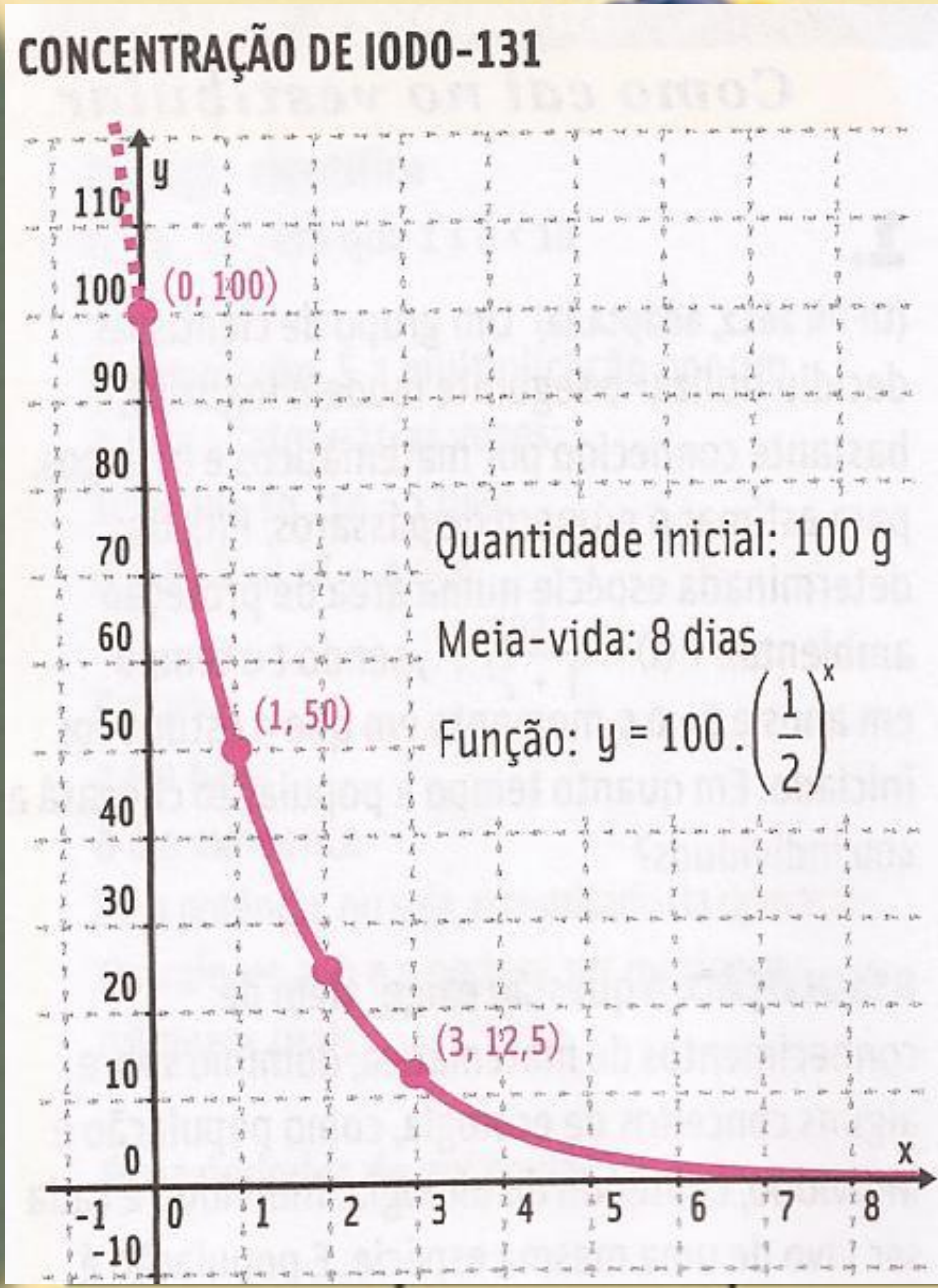
Fonte: g1.globo.com/bemestar

Os contrastes são compostos químicos à base de iodo, bário ou outros elementos, injetados na veia de pacientes antes de exames de imagem como ressonância magnética, tomografia e ultrassom. Eles ajudam a diagnosticar doenças e lesões, ao tornar um órgão ou uma alteração mais visível.

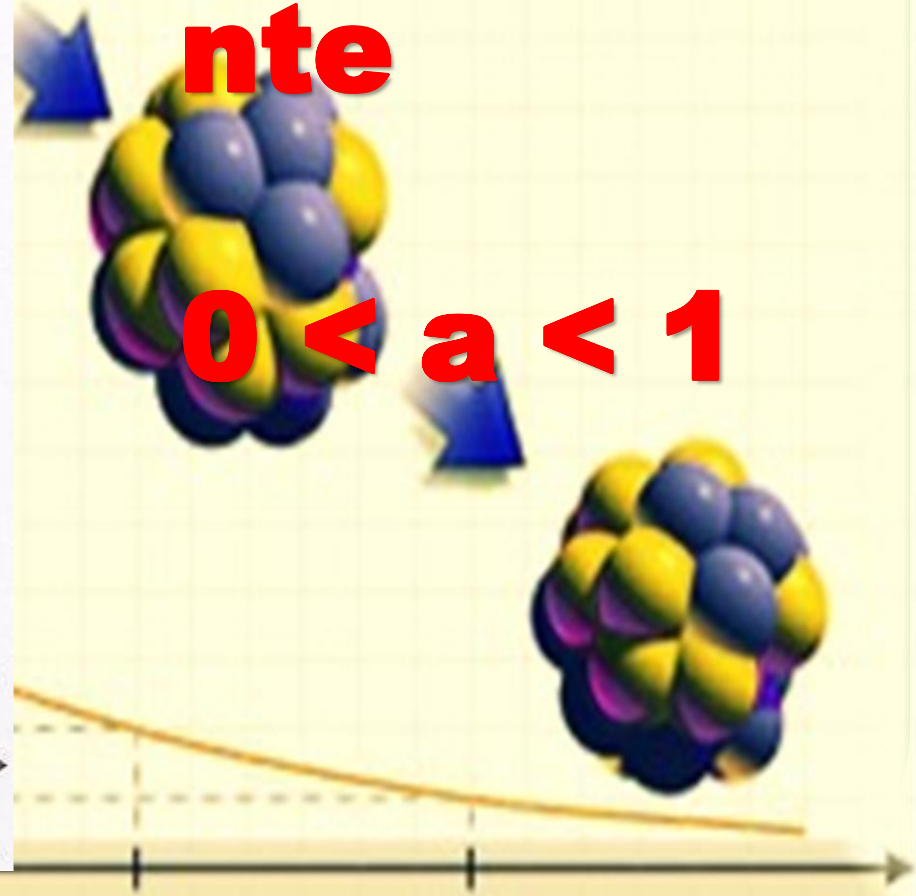
Período de Meia-Vida ou Período de Semidesintegração (P ou $t_{1/2}$) é o período de tempo em que a metade da quantidade dos átomos de um isótopo radioativo numa amostra leva para se desintegrar. Resumidamente, é o tempo para uma amostra radioativa reduzir à metade.

Injetando 100g de iodo-131 em um paciente, oito dias depois (período de meia-vida do elemento) restarão no organismo apenas 50g radioativos.

$$f(x) = 100 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^x$$



Exponencial decrescente



$0 < a < 1$

GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

x	$f(x) = 2^x$
-3	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
-2	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
-1	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
0	$2^0 = 1$
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
3	$2^3 = 8$

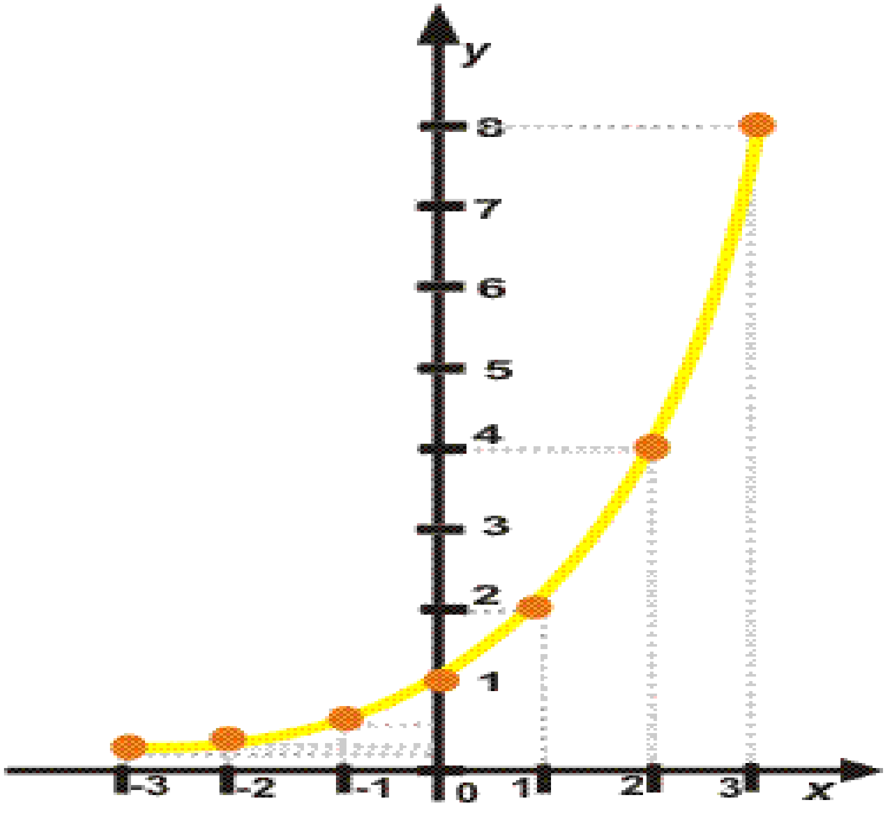
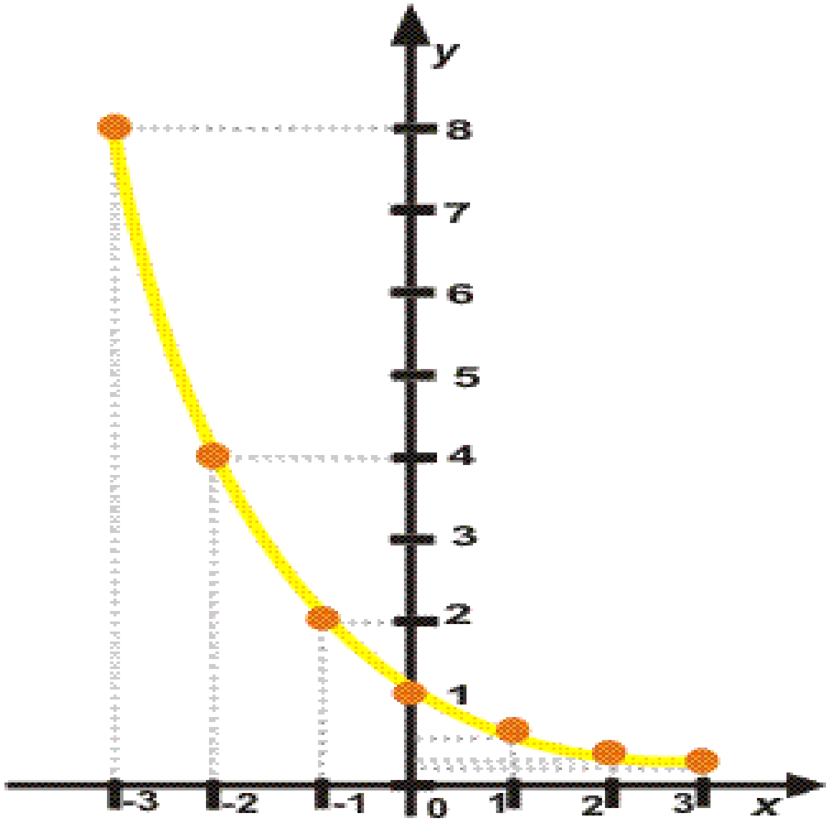


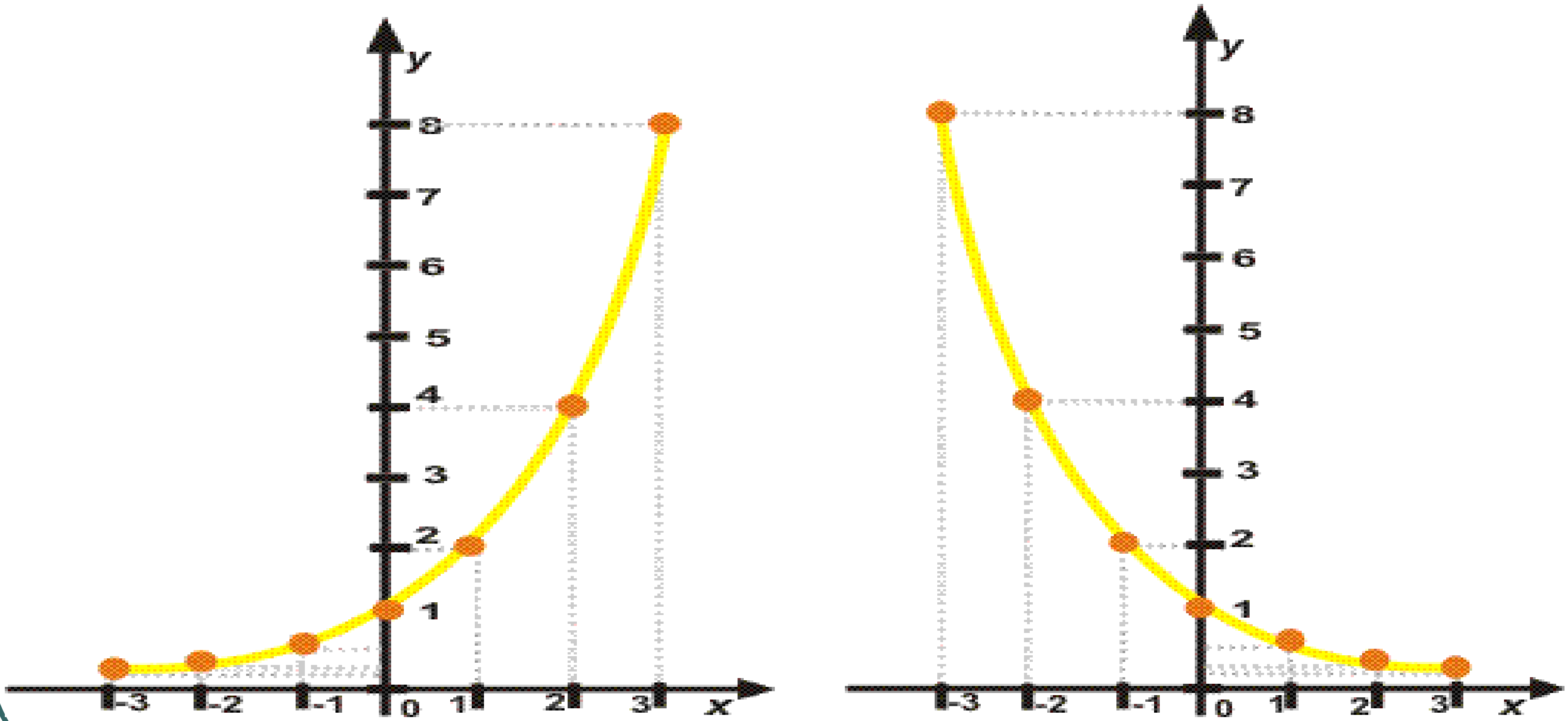
GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

x	$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
-3	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=2^3=8$
-2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=2^2=4$
-1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2^1=2$
0	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1$
1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1}=\frac{1}{2}$
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1}{4}$
3	$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{1}{8}$



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

GRÁFICO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL



EXEMPLO 1

Vamos supor que uma pessoa tenha tomado emprestado um quantia de R$ 10.000,00 e que a dívida é corrigida, mês a mês, em 5% sobre o montante do mês anterior.

Determinar a expressão matemática que define este problema.

SOLUÇÃO DO EXEMPLO 1

É claro que se a pessoa liquidar a dívida um mês após a sua contratação, o montante devido será de 10 000 + 500 (5% de 10 000), que é igual a 10 500 reais. Esse mesmo resultado poderia ser obtido simplesmente multiplicando 10 000 por 1,05 (100% + 5%).

Se a pessoa pagar a dívida 2 meses depois de sua contratação, o montante devido será de 10 500 + 525 (5% de 10 500), que é igual a 11 025. Esse mesmo resultado poderia ser obtido simplesmente multiplicando 10 000 por $1{,}05^2$.

Podemos generalizar e dizer que o montante M, dessa dívida, n meses após a sua contratação, será igual a $\mathbf{M = 10\ 000 \times 1{,}05^n}$. O 1,05 é chamado de fator de aumento para uma taxa de 5%.

GRÁFICO DO EXEMPLO 1

a) Qual seria o valor aproximado da dívida, 10 meses após a sua contratação?

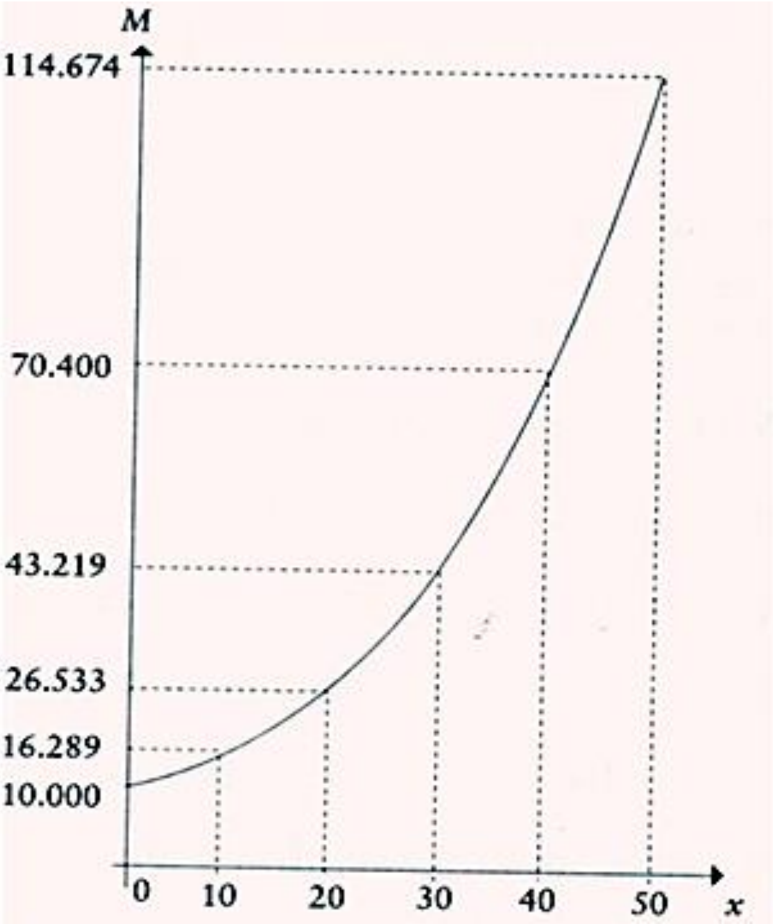
Resposta: R$ 16 289,00

b) Após quantos meses a dívida atinge um montante de R$ 43 219,00?

Resposta: Após 30 meses

c) Qual o montante de dívida após dois anos de sua contratação?

Resposta: 10 000 x $(1,05)^{24}$ = R$ 32 251,00



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

EXEMPLO 2

Vamos supor agora uma máquina, com valor inicial de R$ 240 000,00 e que se deprecia sob taxa fixa de 15% ao ano.

SOLUÇÃO DO EXEMPLO 2

Um ano depois a máquina estará valendo 240 000 – 36 000 (15% de 240 000) = 204 000. Isso é o mesmo que calcular 240 000 x 0,85 (100 % - 15%).

Dois anos depois a máquina estará valendo 204 000 – 30 600 (15% de 204 000) = 173 400. Isso é o mesmo que calcular 204 000 x 0,85 ou 240 000 x ($0{,}85^2$).

Podemos generalizar e dizer que o valor **V**, dessa máquina, n anos após a data inicial, será igual a **V = 240 000 x** $\mathbf{0{,}85^n}$. O 0,85 é chamado de fator de redução ou depreciação para uma taxa de 15%.

GRÁFICO DO EXEMPLO 2

a) Qual seria o valor aproximado da máquina, 3 anos após o momento inicial?

Resposta: R$ 147 390,00

b) Após quantos anos a máquina estará valendo R$ 55 588,00?

Resposta: Após 9 anos

c) Qual o valor aproximado da máquina, após 10 anos da compra?

Resposta: 240 000 x $(0{,}85)^{10}$ = R$ 47 250,00