MATEMÁTICA

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

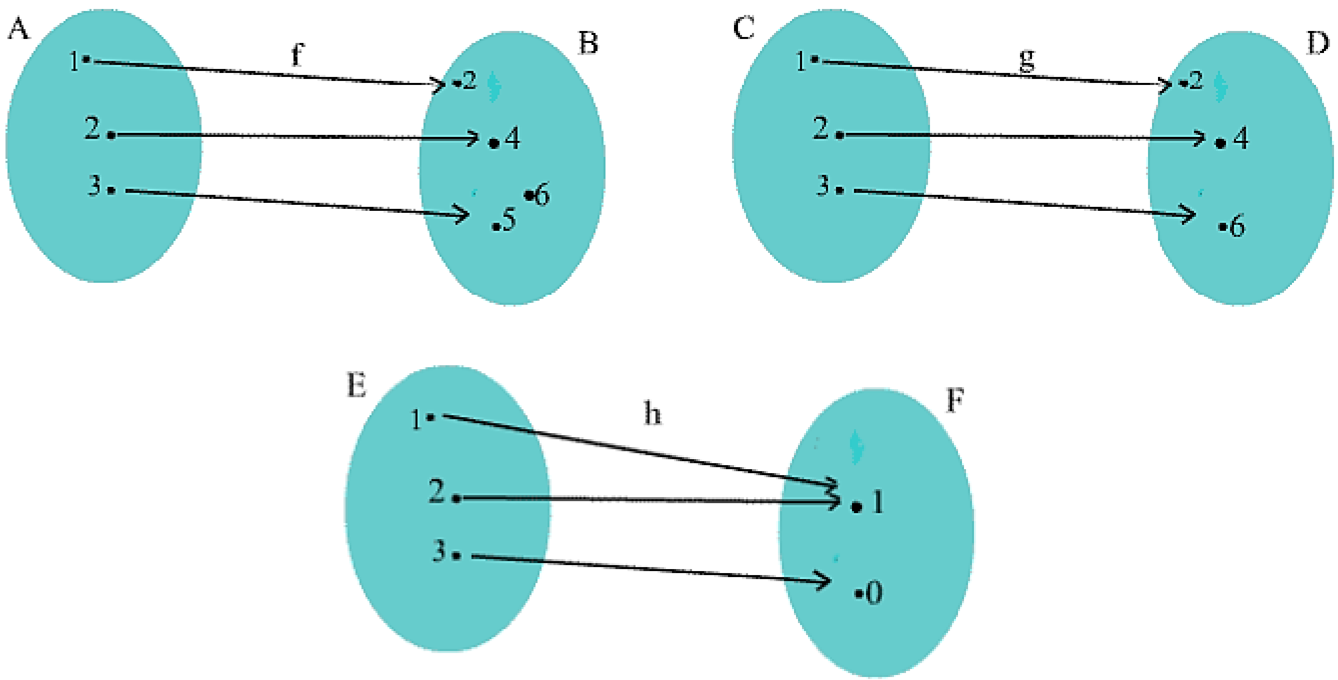
Professor: Marcelo Silva

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA RIO GRANDE DO NORTE

CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

1) Função injetora: uma função é injetora quando elementos diferentes do domínio possuem imagens diferentes.

Exemplos:



CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

Se f e g são funções cujos gráficos são representados por,

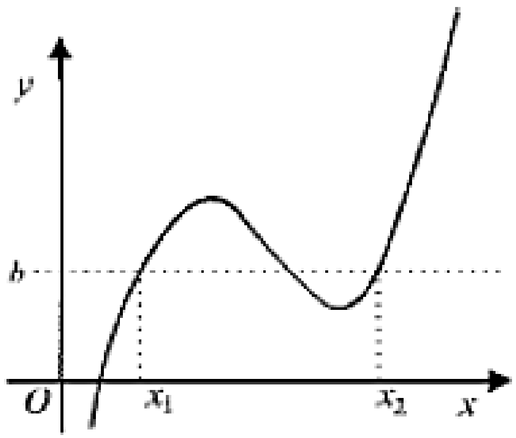


Gráfico de f

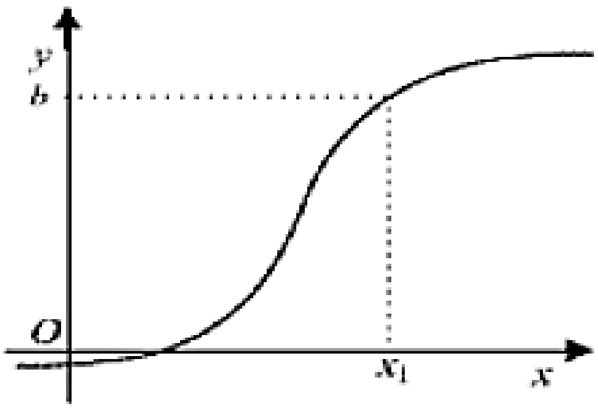
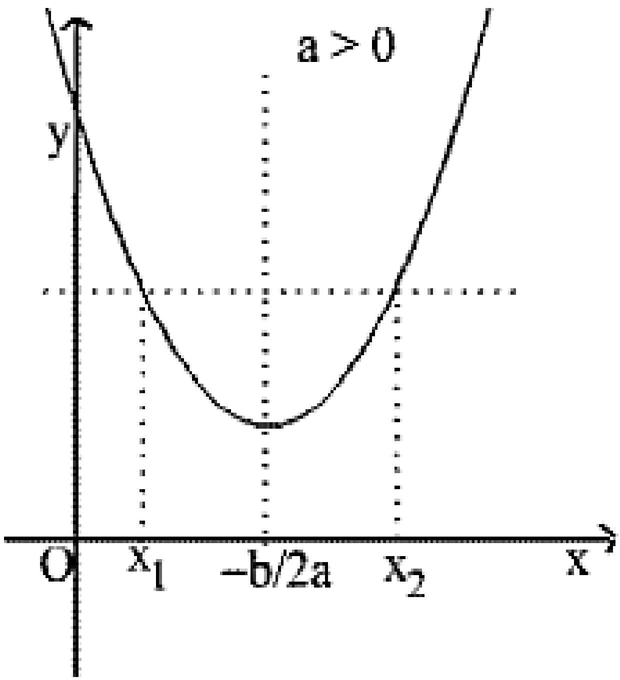
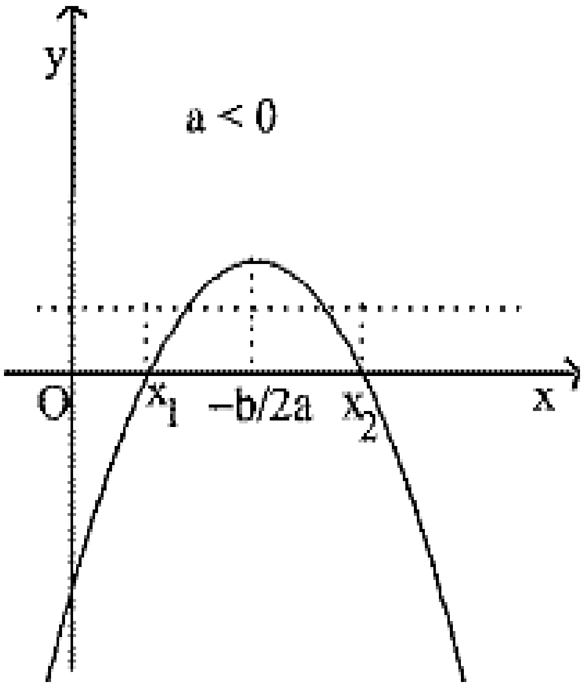


Gráfico de g

então f não é injetora e g é injetora.

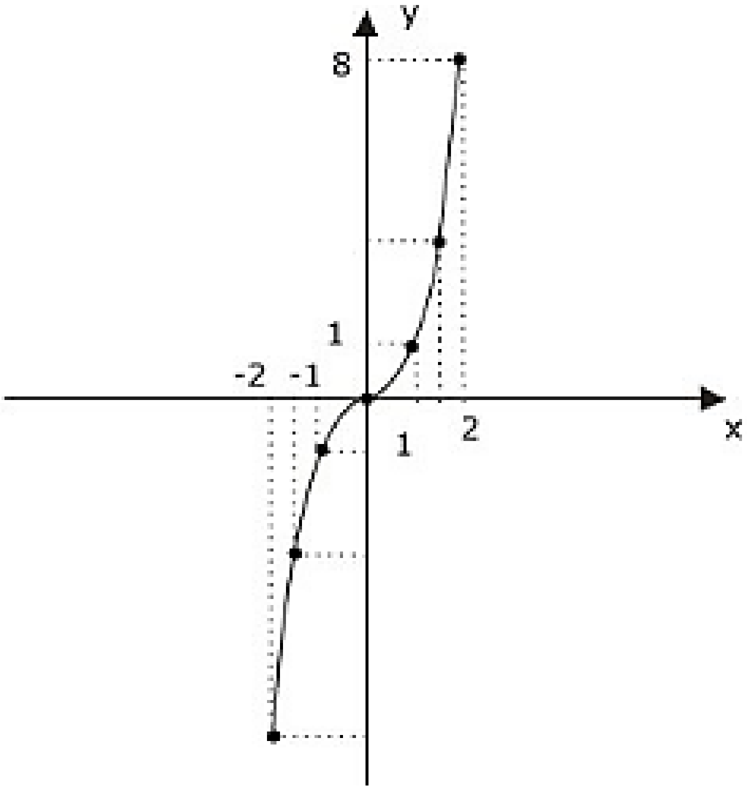
CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

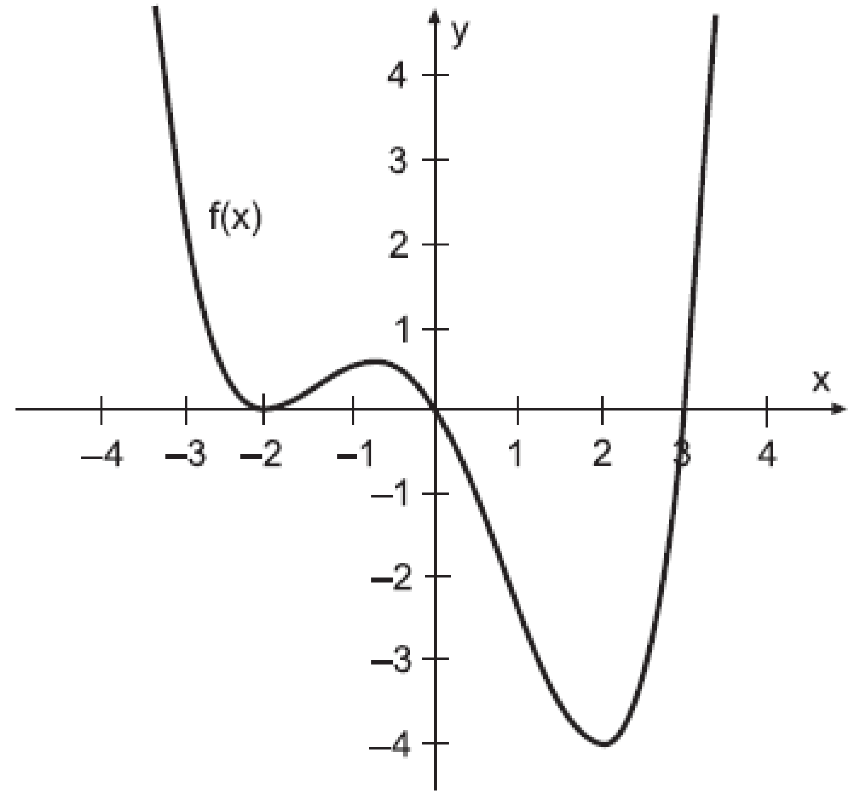




CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

$$f(x) = x^3$$

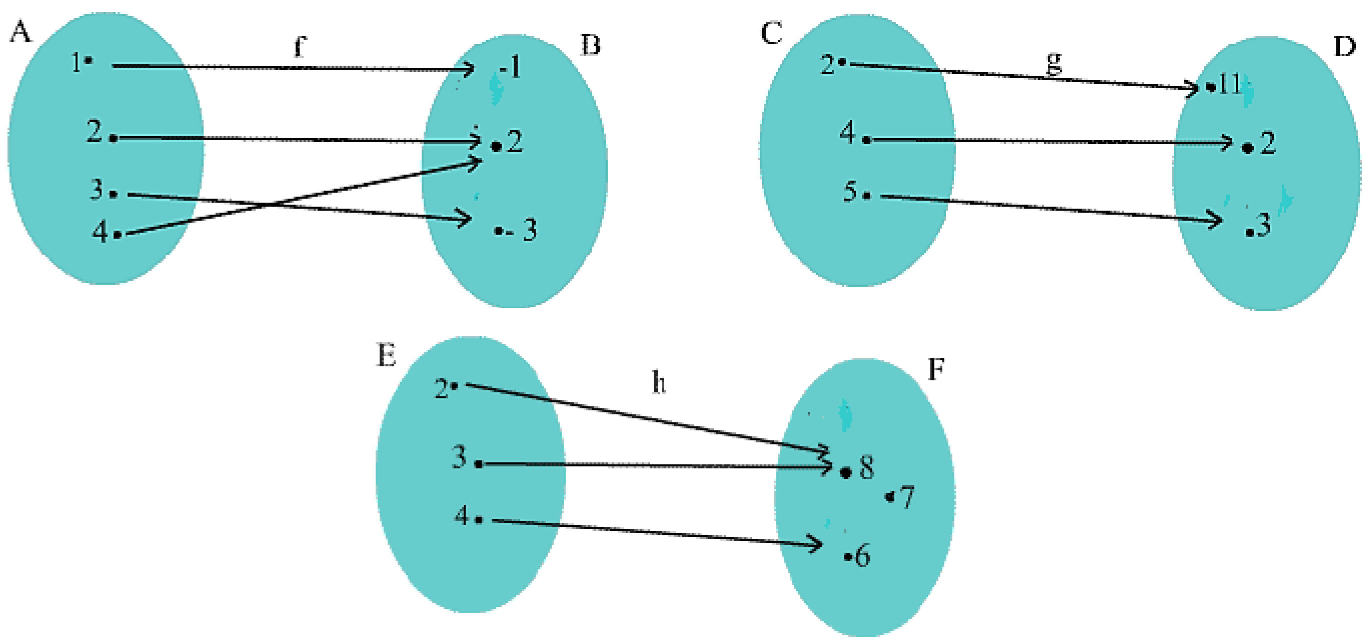




CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

2) Função sobrejetora: uma função é sobrejetora quando o conjunto imagem é igual ao contradomínio, ou seja, todo y é imagem de algum x do domínio.

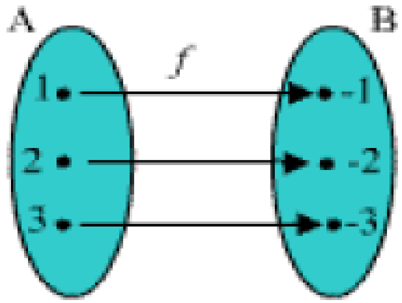
Exemplos:

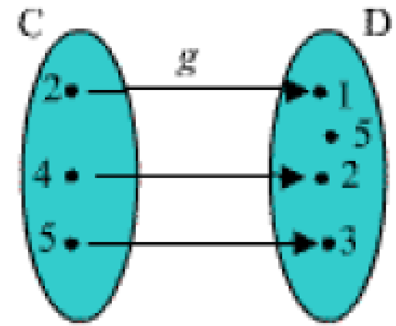


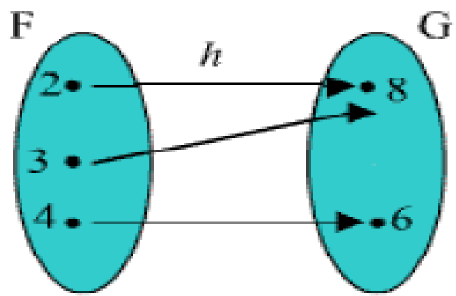
CLASSIFICAÇÃO DAS FUNÇÕES

3) Função bijetora: uma função é bijetora (ou bijetiva) quando ela é injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Dizemos que há <u>correspondência biunívoca</u> entre os elementos.

Exemplos:







INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA RIO GRANDE DO NORTE

FUNÇÕES INVERTÍVEIS

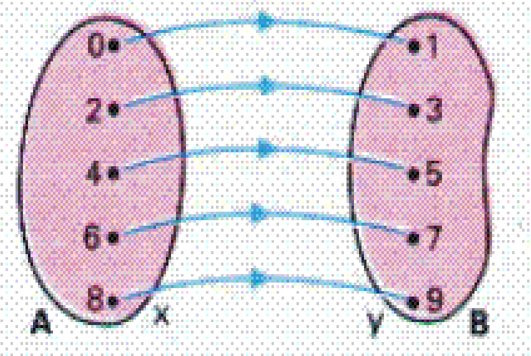
Teorema: uma função admite inversa se, e somente se, ela é bijetora.

Definição:

Sendo a função f: A->B uma correspondência biunívoca entre A e B, a **função inversa** de f é a função de B em A que associa y a x.

FUNÇÕES INVERTÍVEIS

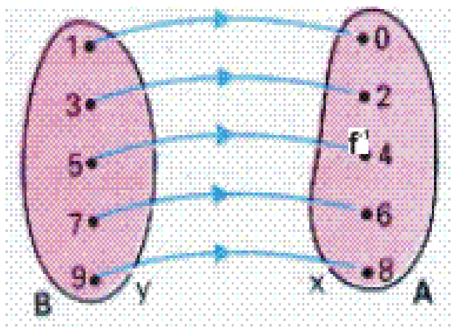
Consideremos os conjuntos A = {0, 2, 4, 6, 8} e B = {1, 3, 5, 7, 9} e a função definida por y = x + 1. A função f está representada no diagrama abaixo:



A função f é uma função bijetora. A cada elemento x de A está associado um único elemento y de B, de modo que y = x + 1. Além disso, o contradomínio da função é igual à sua imagem.

FUNÇÕES INVERTÍVEIS

Como f é bijetora, a cada elemento y de B está associado um único elemento x de A, de modo que x = y - 1, portanto temos outra função , de modo que x = y - 1 ou g(y) = y - 1. Essa função está representada no diagrama abaixo:



Note que o domínio de f é o conjunto imagem de g, e o conjunto imagem de f é o domínio de g.

Pelo que acabamos de ver, a função f leva x até y enquanto a função g leva y até x.

A função **g** recebe o nome de função inversa de **f**.

Notação: f^{-1}.

FUNÇÕES INVERTÍVEIS

Processo para determinar a função inversa.

Exemplo 1: calcular a inversa da função f(x)=2x+1.

Resolução

1º) Trocamos x por y e y por x:

x = 2y + 1

2º) Isolamos o y:

Portanto, a função inversa de f é: $f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{2}$.

Observação 1:

Para que uma função f admita a inversa é necessário que ela seja bijetora. Se f não for bijetora, ela não possuirá inversa.

FUNÇÕES INVERTÍVEIS

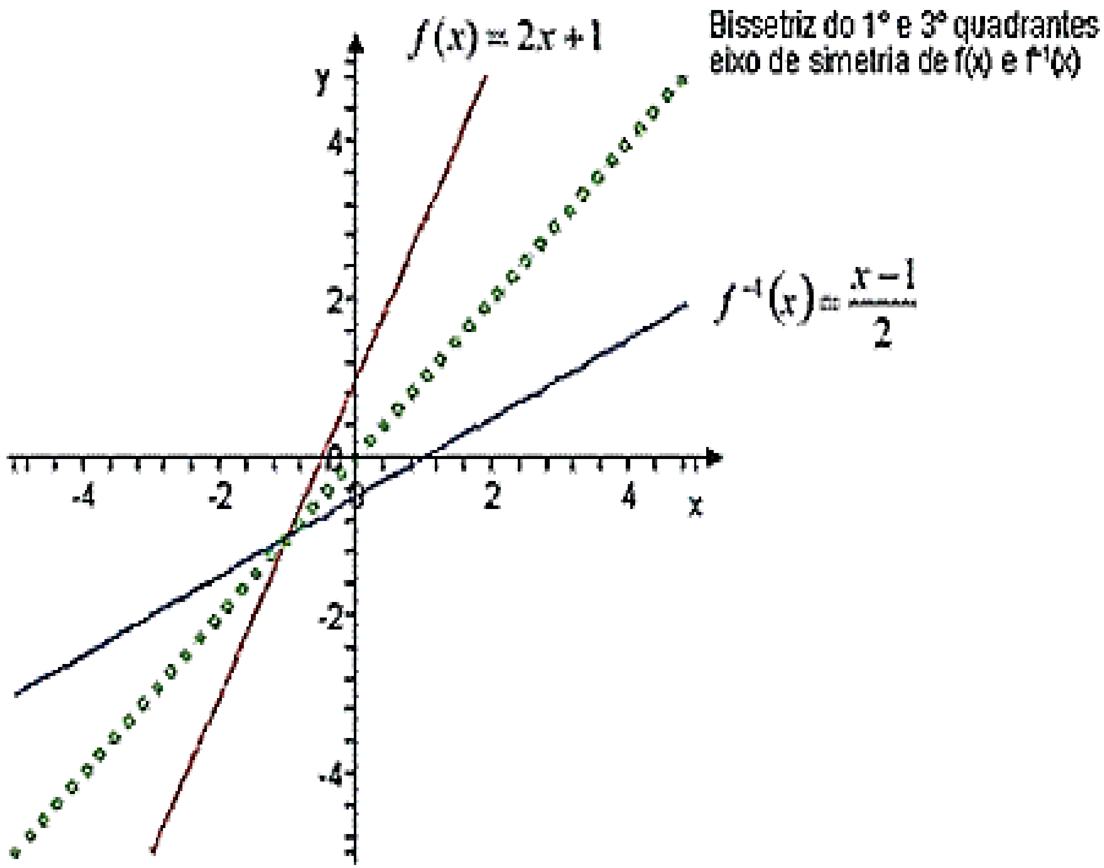
Observação 2:

Os gráficos de uma função invertível f e de sua inversa f^{-1}

são simétricos em relação à reta que contém as bissetrizes do 1º e 3º quadrantes, em razão de o domínio de f ser a imagem de f^{-1} e de a imagem de f ser o domínio de f^{-1}. Observe no exemplo o

gráfico da função f(x)=2x+1 e de sua inversa $f^{-1}(x)=\dfrac{x-1}{2}$ no mesmo plano cartesiano.

FUNÇÕES INVERTÍVEIS



FUNÇÕES INVERTÍVEIS

Exemplo 2: calcular a inversa da função $f(x) = \dfrac{x-1}{3}$.

Exemplo 3: dada a função invertível $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$, determine sua inversa.

Exemplo 4: considere os conjuntos $A = \{1, 3, 4, 7\}$ e $B = \left\{-4, 2, \dfrac{7}{2}, 6\right\}$

e a função $f : A \to B$ tal que $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$. A função f é invertível? Em caso positivo, calcule sua inversa.