

CÁLCULO DE ÁREA DAS FIGURAS PLANAS



Professor: Marcelo Silva

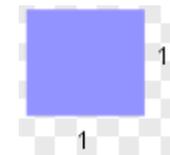
Natal-RN, agosto de 2013

ÁREA

A reunião de um polígono com sua região interior é denominada **superfície do polígono**. A medida da superfície é expressa por um número real positivo e é chamada **área do polígono**.

Para medirmos a superfície do polígono precisamos compará-la com uma **unidade de medida de área**. Essa unidade de medida corresponde a uma **figura unitária**, isto é, de dimensões unitárias. A partir daí, podemos verificar quantas vezes essa figura unitária “cabe” na região que queremos medir.

A unidade de área utilizada é uma região quadrada cujo lado mede uma unidade de comprimento. Qualquer região quadrada cujo lado meça 1 terá, por definição, área igual a 1.



ÁREAS

ÁREA

A unidade padrão de medida de área é o metro quadrado.

Multiplicação por 100



Divisão por 100

ÁREA

Utilizamos o conceito de área em várias situações do cotidiano:

- determinar a extensão de um terreno;
- quantidade de lajotas para revestir um piso;
- quantidade de tinta necessária para pintar uma casa, etc.

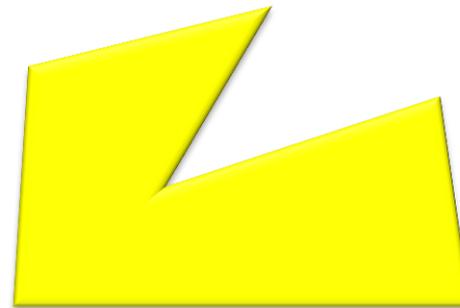
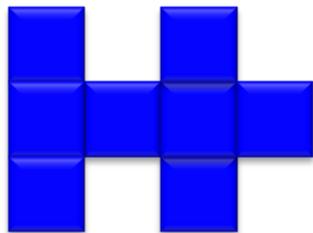
Exemplo: determinar a quantidade de lajotas quadradas com 15 cm de lado para revestir o piso de um banheiro de 2,3 m de largura por 3 m de comprimento.

Figuras equivalentes (equidecomponíveis)

São figuras que mesmo tendo formatos diferentes, possuem a mesma área.

Uma propriedade interessante é:

“Se dois polígonos têm a mesma área, sempre é possível decompor um deles em polígonos menores, dois a dois congruentes, de modo a preencher o outro.”



Figuras equivalentes (equidecomponíveis)

Exemplos:

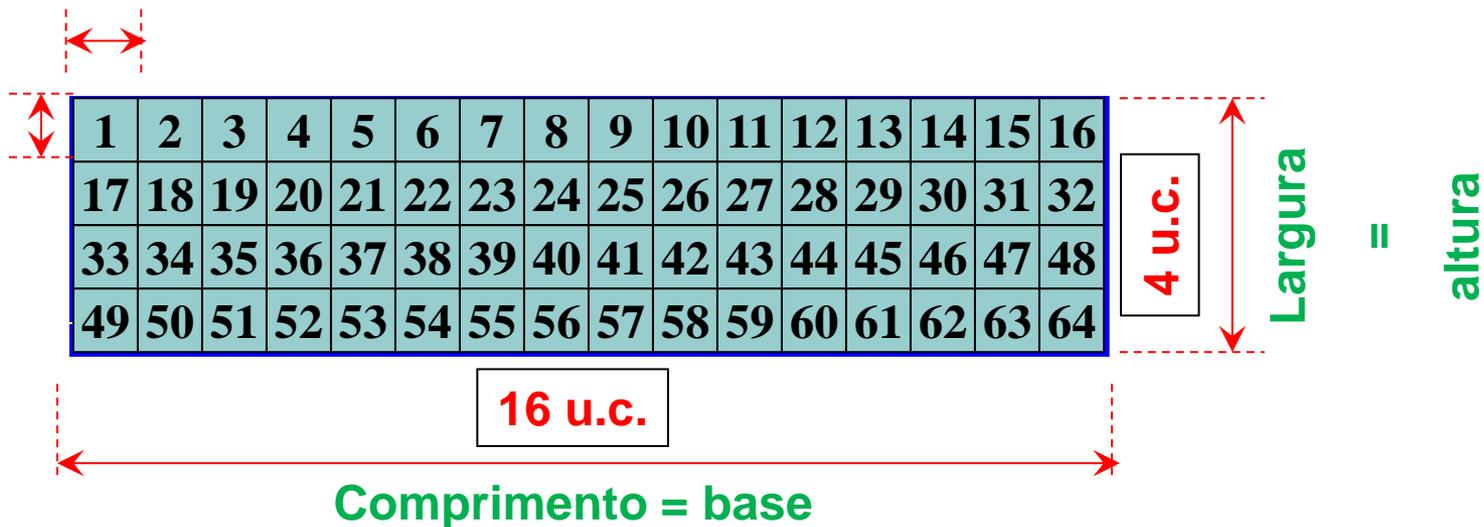
- Transformação de um paralelogramo em um retângulo;
- Transformação de um hexágono regular em seis triângulos equiláteros.

RETÂNGULO



Como se expressa o tamanho de sua superfície?

Considere um pequeno quadrado unitário, isto é, de área 1 u.a. Vamos ver quantos quadrados com lado igual a 1 u.c. podemos enfileirar para preencher o retângulo.



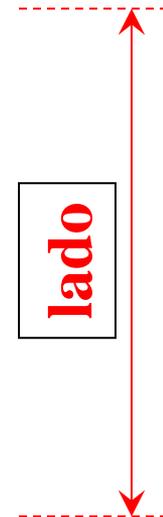
O retângulo tem área de $16 \times 4 \text{ (u.c.)}^2 = 64 \text{ (u.c.)}^2$

A área de um retângulo é a multiplicação do seu comprimento por sua largura. $A = C \times L$ ou $A = B \times H$

QUADRADO

Vamos rearrumar os 64 quadradinhos de modo a formar um quadrado de 8 linhas e 8 colunas.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

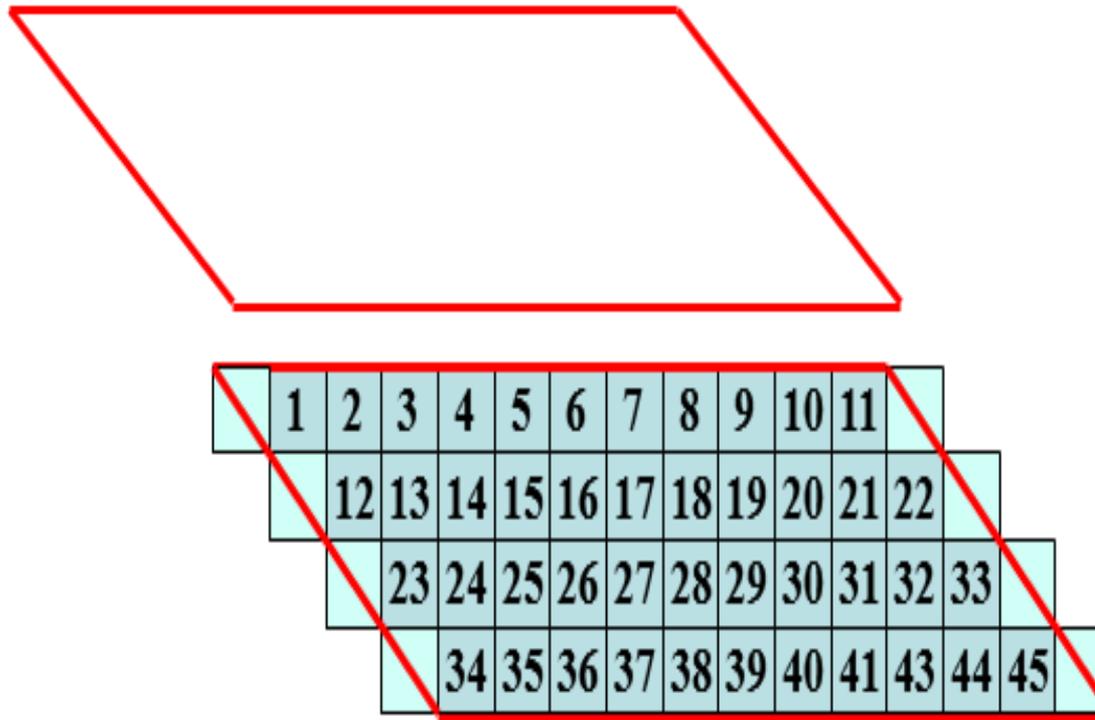



lado

$$A = L \times L = L^2$$

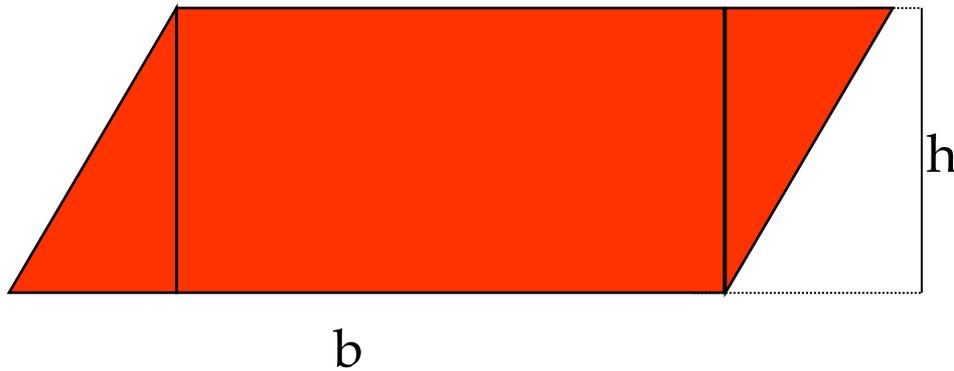
A área de um quadrado é a multiplicação dos seu dois lados.

PARALELOGRAMO



Como se expressa o tamanho de sua superfície?

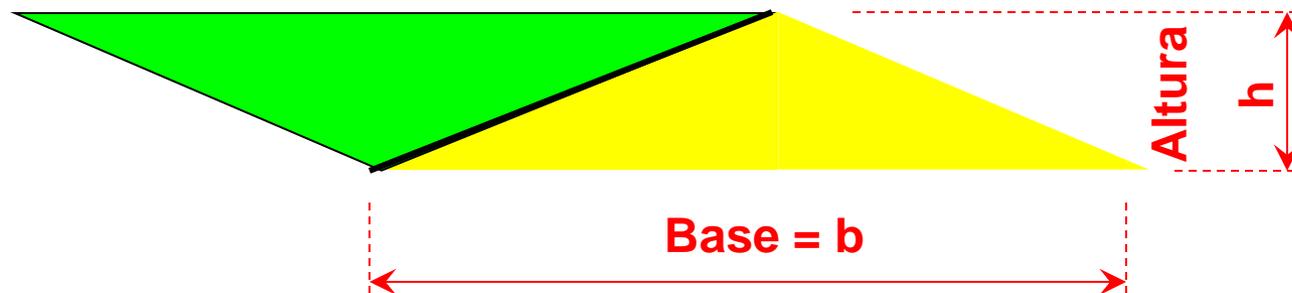
PARALELOGRAMO



$$A = b \cdot h$$

TRIÂNGULO

Vamos desenhar um paralelogramo e dividi-lo em duas partes iguais.



O que temos? Dois triângulos!!!

Sendo a área do paralelogramo base x altura, **a área do triângulo**

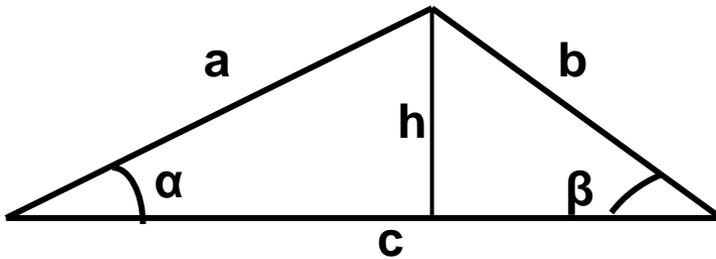
é base x altura

2

TRIÂNGULO

**E QUANDO NÃO SE TEM BASE E/OU
ALTURA??????**

ÁREA DO TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DOS LADOS E DO SENO



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\text{sen } \alpha = h / a \Rightarrow h = a \cdot \text{sen } \alpha$$

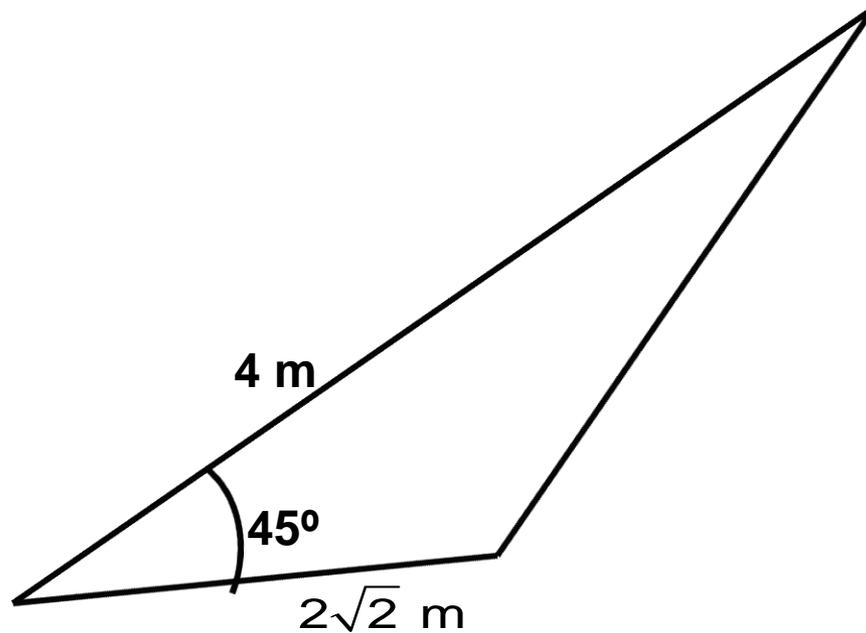
$$\text{sen } \beta = h / b \Rightarrow h = b \cdot \text{sen } \beta$$

$$A = \frac{c \cdot a \cdot \text{sen } \alpha}{2}$$

$$A = \frac{c \cdot b \cdot \text{sen } \beta}{2}$$

ÁREA DO TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DOS LADOS E DO SENO

Determine a área do triângulo abaixo.



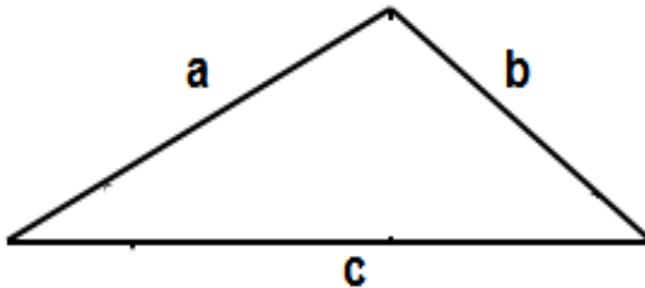
$$A = \frac{\cancel{2\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot \text{sen}45^\circ}{\cancel{2}}$$

$$A = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = 4 \cdot \frac{(\sqrt{2})^2}{2}$$

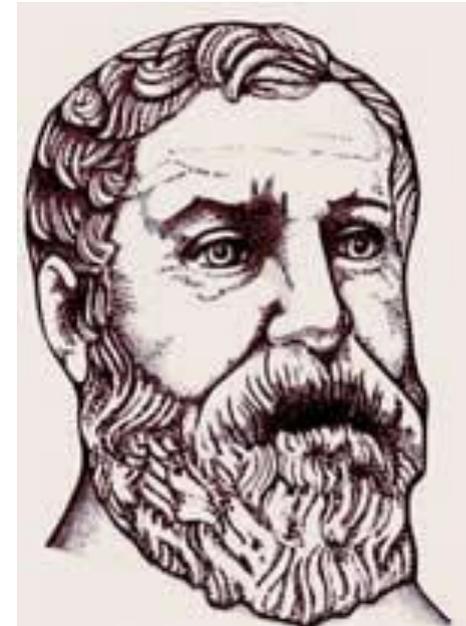
$$A = 4 \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 4m^2$$

TEOREMA DE HEIRÃO, HERON OU HERÃO

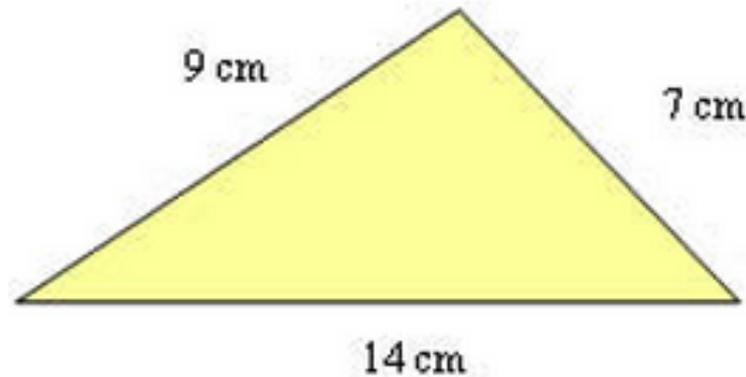


$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ sendo}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$



EXEMPLO - TEOREMA DE HERON



$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P = \frac{9+7+14}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$A^2 = 15(15-9)(15-7)(15-14)$$

$$A^2 = 15 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 1$$

$$A^2 = 720$$

$$A = \sqrt{720} \approx 26,8 \text{ cm}^2$$

EXERCÍCIOS

1) Um terreno retangular tem 72m de perímetro. O comprimento é o dobro da largura. Calcule sua área.

288m²

2) Numa figura retangular a diagonal mede 10cm e um dos lados mede 6cm. Calcule sua área.

48cm²

3) Qual é a área de um paralelogramo no qual dois lados consecutivos medem 7 cm e 5 cm, sabendo-se que eles formam um ângulo de 120°?

$$\frac{35\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

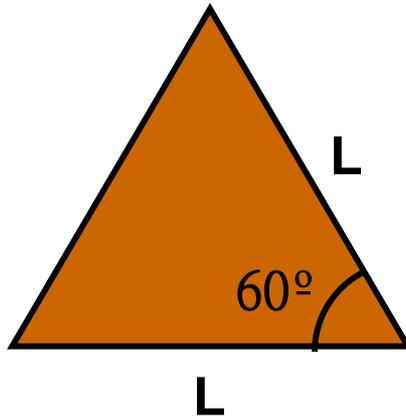
EXERCÍCIOS

4) Uma piscina tem 8m de comprimento, 4m de largura e 1,20m de profundidade. Deseja-se colocar azulejos quadrados de 0,20m de lado nas paredes laterais e no fundo da piscina. Quantos azulejos serão necessários?



1520 azulejos

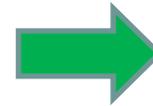
TRIÂNGULO EQUILÁTERO



Empregando a fórmula

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\hat{C}}{2}$$

$$A = \frac{L \cdot L \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$



$$A = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

EXERCÍCIOS

5) Um triângulo isósceles tem base medindo 8 cm e lados iguais com medidas de 5 cm. A área deste triângulo é:

a) 20 cm².

b) 10 cm².

c) 24 cm².

d) 18 cm².

e) 12 cm².

6) Um pedreiro deseja cobrir o piso de uma sala com formato retangular medindo 10 m por 4 m e, para isso, quer usar cerâmicas com medidas de 20 cm por 20 cm. Considerando o que foi dito, o número mínimo de cerâmicas que serão usadas é igual

a:

a) 3100.

b) 2100.

c) 1500.

d) 1000.

e) 500.

EXERCÍCIOS

7) Num triângulo ABC, $b = \sqrt{3}$ e $c = \sqrt{2}$ e a área vale $A = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Calcule a medida do ângulo \hat{A} .

30°

8) Sabendo que $BD=12$, qual a área da figura?

