IFRN - INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RN

PROFESSOR: MARCELO SILVA

MATEMÁTICA I

REVISÃO – MATEMÁTICA BÁSICA

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples.

Os principais casos de fatoração são:

1) Fatoração colocando o fator comum em evidência

Exemplos:

1) $3a + 3b = 3 \cdot (a+b) \leftarrow 3b : 3$

fator comum $\uparrow \quad \nwarrow 3a : 3$

2) $6x^3y - 9x^2y^2$

Observe: $\begin{cases} 6x^3y = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \\ 9x^2y^2 = 3^2 \cdot x^2 \cdot y \cdot y \end{cases}$. O fator comum é $3x^2y$. Logo, $6x^3y - 9x^2y^2 = 3x^2y(2x - 3y)$.

2) Fatoração por agrupamento

Exemplos:

1) $xy + 2x - 3y - 6 = xy + 2x - (3y + 6) = x \cdot (y+2) - 3 \cdot (y+2) = (y+2) \cdot (x-3)$

2) $10x^2 + 15xy - 4x - 6y = (10x^2 - 4x) + (15xy - 6y) = 2x \cdot (5x-2) + 3y \cdot (5x-2) = (5x-2) \cdot (2x+3y)$

3) Fatoração da diferença de dois quadrados

Exemplos:

1) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3) \cdot (x-3)$

2) $\dfrac{4}{9}a^2 - 49b^2 = \left(\dfrac{2a}{3}\right)^2 - (7b)^2 = \left(\dfrac{2a}{3} + 7b\right) \cdot \left(\dfrac{2a}{3} - 7b\right)$

4) Fatoração do trinômio quadrado perfeito

Um trinômio é quadrado perfeito quando:

- Dois de seus termos são quadrados perfeitos, isto é, têm raiz quadrada exata.
- O termo não quadrado perfeito é igual ao dobro do produto das raízes quadradas dos quadrados perfeitos.

Exemplos:

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

$$\begin{cases}\sqrt{x^2}=x\\ \sqrt{9}=3\end{cases}\rightarrow 2\cdot x\cdot 3=6x$$

2) $16a^2-24ab+9b^2=(4a-3b)^2$

$$\begin{cases}\sqrt{16a^2}=4a\\ \sqrt{9b^2}=3b\end{cases}\rightarrow 2\cdot 4a\cdot 3b=24ab$$

5) Fatoração do trinômio do 2º grau do tipo $\mathbf{x^2+Sx+P}$

Pelo que aprendemos em produtos notáveis, devemos procurar dois números inteiros, p e q, tais que $p+q=S$ e $p\cdot q=P$ montar o produto $(x+p)\cdot(x+q)$.

Exemplos:

1) $x^2+7x+10$

$$\begin{cases}S=7\\ P=10\end{cases}$$

Como o produto é positivo, os dois números têm o mesmo sinal. Como a soma é positiva, os dois números serão positivos. Os números procurados são 2 e 5, pois $2+5=7$ e $2\cdot 5=10$. Portanto, $x^2+7x+10=(x+2)\cdot(x+5)$.

2) $x^2-3x-10$

$$\begin{cases}S=-3\\ P=-10\end{cases}$$

Como o produto é negativo, os dois números não têm o mesmo sinal. Como a soma é negativa, o número de maior valor absoluto é negativo. Os números procurados são -5 e 2, pois $-5+2=3$ e $-5\cdot 2=-10$. Portanto, $x^2-3x-10=(x-5)\cdot(x+2)$.

6) Fatoração da soma de dois cubos a^3 + b^3

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 – ab + b^2)$

7) Fatoração da diferença de dois cubos a^3 - b^3

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

EXTRA – apenas para consulta quando necessário.

RADICIAÇÃO

$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ ($n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$).

$n = 1$:

A raiz de índice 1 é igual ao próprio radicando.

n é par e $a > 0$:

A raiz de índice par de um número positivo é um número positivo.

n é ímpar:

A raiz de índice ímpar tem o mesmo sinal do radicando.

n é par e $a < 0$:

Não existe raiz real de índice par de um número real negativo.

PROPRIEDADES

1) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a \in \mathbb{R}_+^*, m \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}^*$).

2) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ($a, b \in \mathbb{R}_+$ e $n \in \mathbb{N}^*$).

3) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ($a \in \mathbb{R}_+$, $b \in \mathbb{R}_+^*$ e $n \in \mathbb{N}^*$).

4) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$ ($a \in \mathbb{R}_+$ e $n, p \in \mathbb{N}^*$)

Se p é divisor de m e n, temos: $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$ ($a \in \mathbb{R}_+$ e $n, p \in \mathbb{N}^*$)

5) $b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt{a \cdot b^n}$.

6) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$.

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{2}$.

3)

$$\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{\cancel{2}_1(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{\cancel{4}_2} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{2}$$