 <p>INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA RIO GRANDE DO NORTE</p>	<p>IFRN - INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RN</p>
	<p>PROFESSOR: MARCELO SILVA</p>
	<p>MATEMÁTICA I</p>
<p>TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO</p>	

1. RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Elementos de um Triângulo Retângulo

A → Ângulo Reto

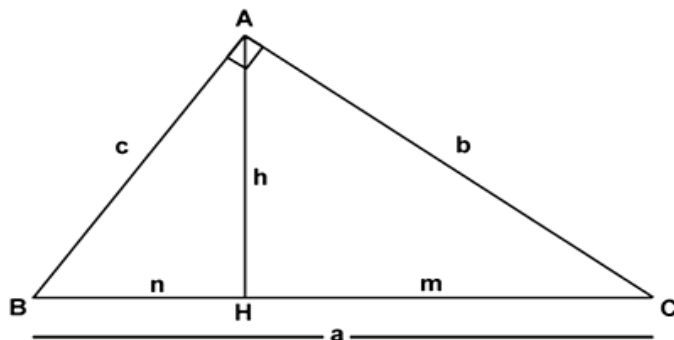
B e C → Ângulos Agudos

a → hipotenusa

b e c → catetos

h → altura relativa à hipotenusa

m e n → projeções dos catetos sobre a hipotenusa



1.1. $b^2 = a \cdot m$

1.2. $c^2 = a \cdot n$

1.3. $a \cdot h = b \cdot c$

1.4. $h^2 = m \cdot n$

1.5. Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Exemplo 1. Num triângulo retângulo, um cateto mede 15 m e a altura relativa à hipotenusa 12 m. Determinar a hipotenusa, o outro cateto e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Exemplo 2. Num triângulo retângulo, um dos catetos mede 18 cm e a hipotenusa excede em 6 cm o outro cateto. Determine a medida da altura relativa á hipotenusa.

Exemplo 3. Para que valor de x as expressões $5x + 2 > 4x + 3 > 3x - 1$ representam, em cm, os três lados de um triângulo retângulo?

Exemplo 4. Utilizando o Teorema de Pitágoras, deduza uma fórmula para calcular:

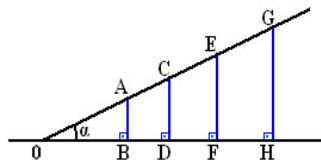
- a) a altura de um triângulo equilátero de lado L .
- b) a diagonal de um quadrado.

2. RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Trigonometria (trigono: triângulo e metria: medida) é a parte da Matemática responsável pelo estudo das relações existentes entre os lados e os ângulos de um triângulo. Porém, a trigonometria não se limita ao estudo de triângulos, sua origem está ligada a problemas nas áreas de navegação e astronomia. Além dessas, o estudo das razões trigonométricas permite calcular a altura de morros (topografia), a altura da tesoura de um telhado e o comprimento de uma rampa em projetos de acessibilidade (construção civil).

Foi buscando resolver problemas nessas diversas áreas, sobretudo o cálculo de distâncias inacessíveis como, por exemplo, distância entre dois pontos situados em margens opostas de um rio, que os matemáticos estabeleceram importantes relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo.

Ao trabalharem com triângulos retângulos semelhantes, uma coisa lhes chamou a atenção...



$\text{sen } \alpha = \text{—————}$

$\text{cos } \alpha = \text{—————}$

$\text{tg } \alpha = \text{—————}$

Exemplo 1. Na construção de um telhado foram usadas telhas francesas e o “caimento” do telhado é de 20° em relação ao plano horizontal. Sabendo que, em cada lado da casa foram construídos 4 m de telhado e que, até a laje do teto, a casa tem 3 m de altura, determine a que altura se encontra o ponto mais alto do telhado dessa casa. (Dados: $\text{sen } 20^\circ = 0,34$; $\text{cos } 20^\circ = 0,94$; $\text{tg } 20^\circ = 0,36$).

2.1. Propriedades

2.1.1. Das definições apresentadas acima, podemos concluir que $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$.

2.1.2. Se α e β são ângulos complementares, temos:

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta \quad \operatorname{sen} \beta = \cos \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}$$

Exemplo

$$\operatorname{sen} 40^\circ = \cos 50^\circ \quad \cos 40^\circ = \operatorname{sen} 50^\circ \quad \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 40^\circ}$$

2.1.3. Relação fundamental da trigonometria.

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

3. TABELA DOS ÂNGULOS NOTÁVEIS

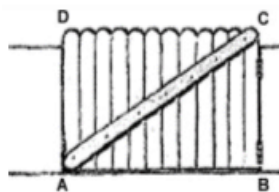
	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

4. LISTA DE EXERCÍCIOS

1. As projeções dos catetos de um triângulo retângulo sobre a hipotenusa medem, respectivamente, 9 cm e 16 cm. Calcular os catetos e a altura relativa à hipotenusa.

$$\mathbf{h = 12 \text{ cm} / b = 20 \text{ cm} / c = 15 \text{ cm}}$$

2. O portão de entrada de uma casa tem 4,4 m de comprimento e 3,3 m de largura. Que comprimento teria uma trave de madeira que se estendesse do ponto A até o ponto C?



3. Num triângulo retângulo um dos ângulos agudos vale 30°. O cateto oposto a esse ângulo mede 10 m. Calcular a hipotenusa e o outro cateto.

$$\mathbf{a = 20 \text{ cm} / c = 10\sqrt{3} \text{ cm}}$$

4. Quanto mede a diagonal do retângulo cuja base mede 8 m e a altura mede 15 m?

$$\mathbf{d = 17 \text{ cm}}$$

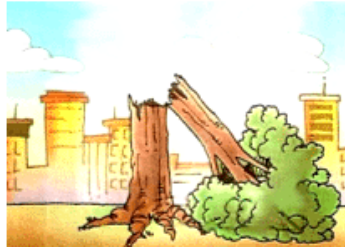
5. Calcular as dimensões de um retângulo cuja diagonal mede 50 cm e a base excede a altura em 10 cm.

$$\mathbf{h = 30 \text{ cm} \text{ e } b = 40 \text{ cm}}$$

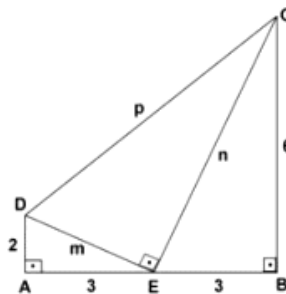
6. A base e a altura de um retângulo são proporcionais a 12 e a 5. Calcular a base, sabendo que a diagonal mede 26 cm.

$h = 10 \text{ cm}$ e $b = 24 \text{ cm}$

7. Uma árvore foi quebrada pela ação do vento, e parte do tronco que restou de pé forma um ângulo de 90° com o solo. Se a altura da árvore antes de se quebrar era de 9 m e sabendo que a parte quebrada está a 3 m da base da árvore, qual a altura do tronco da árvore que restou de pé? **4 m**



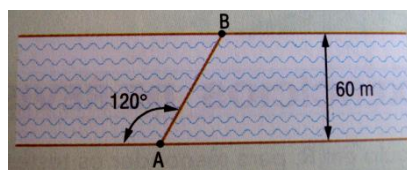
8. Considere a figura abaixo.



Determine as medidas dos segmentos m , n e p .

$$m = \sqrt{13}, n = \sqrt{45} \text{ e } p = \sqrt{58}$$

9. Um barco parte do ponto A para atravessar um rio até o ponto B. A direção do seu deslocamento forma um ângulo de 120° com a margem do rio. Sabendo que o rio tem 60 m de largura, determine a distância, em metros, percorrida pelo barco.



$$AB = 40\sqrt{3} \text{ m}$$