Aula 01: Potenciação com expoentes inteiros e notação científica

Prof. Me. Patrício Júnior de Souza

16 de abril de 2025

Essas notas foram criadas com o intuito de auxiliar o estudo da disciplina MATEMÁTICA *I, dos cursos técnicos de nível médio integrado do Instituto Federal (Campus Macau). Para qualquer dúvida ou correção, entrar em contato pelo e-mail de contato: patricio.souza@ifrn.edu.br*

Objetivos

Ao final da aula o discente deverá ser capaz de calcular potências, aplicar as propriedades da potenciação, conseguir converter números na formal usual para a notação científica e vice-versa e efetuar operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) com números em notação científica.

1 Potenciação com expoentes inteiros positivos

Definição 1 *Seja $a > 0$ então $a^0 = 1$ e $a^1 = a$.*

- 0^0 *é uma indeterminação matemática!*

Definição 2 *Seja a um número real positivo, não nulo, e diferente de 1 ($0 < a \neq 1$) e n um número inteiro positivo, dizemos que a^n (lê-se: a elevado a $n-$ésima potência ou, simplesmente, a elevado a n) é uma potência, onde a é a base e n é o expoente. A potenciação representa o produto (multiplicação) de n fatores iguais. A definição em si é*

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \textbf{ fatores}}.$$

Exemplos:

i) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

ii) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

iii) $(0,1)^3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$

iv) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{16}$

v) $(-10)^4 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10000$

vi) $(-0,7)^2 = (-0,7) \cdot (-0,7) = 0,49$

2 Propriedades da Potenciação

Sejam a e b números reais positivos ()não nulos), m e n números inteiros (positivos, negativos ou zero), são válidas as seguintes propriedades:

P1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

P2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

P3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

P4) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

P5) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

3 Potenciação com expoentes inteiros negativos

Seja $a > 0$ e n um número inteiro positivo, aplicando a propriedade P 1 e a definição 1, temos

$$a^n \cdot a^p = a^0 \Rightarrow a^{n+p} = a^0 \Rightarrow n + p = 0 \Rightarrow p = -n.$$

Mas, $a^0 = 1$, assim, conclui-se que

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Em outras palavras, dizemos que a^{-n} é o *inverso multiplicativo* de a^n.

Exemplos:

a) $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

b) $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$

c) $(0,1)^{-2} = \dfrac{1}{(0,1)^2} = \dfrac{1}{0,01} = 100$

d) $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$

e) $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1000} = 0,001$

f) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{5}\right)^2} = \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$

4 Notação Científica

A notação científica é geralmente usada para expressar valores muito grandes ou muito pequenas, por exemplo, para medir distâncias em astronomia ou a medida do raio atômico do átomo de Hidrogênio. Para expressar um número em notação científica, devemos utilizar a fórmula

$$N = m \cdot 10^k,$$

onde:

- N é o número na notação usual representado;
- m é chamada *mantissa*, $1 \leq m < 10$;
- k é o expoente da base 10.

Exemplos:

a) $943 = 9,43 \cdot 10^2$

b) $300000 = 3 \cdot 10^5$

c) $120 = 1,2 \cdot 10^2$

d) $0,02 = 2 \cdot 10^{-2}$

e) $0,000013 = 1,3 \cdot 10^{-5}$

f) $0,00235 = 2,35 \cdot 10^{-3}$

5 Operações com números em notação científica

É comum na Física, na Química e nas Engenharias efetuarmos cálculos com valores muito grandes ou pequenos, o que se exige efetuar trabalhar com números expressos em notação científica. Na adição e na subtração, primeiramente, devemos colocar todos os valores em uma mesma potência de 10. Já nas outras operações (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) aplicamos as propriedades da potenciação.

Exemplos:

A) $2,4 \cdot 10^2 + 1,3 \cdot 10^3 = \left(\dfrac{2,4}{10} + 1,3\right) \cdot 10^3 = 1,54 \cdot 10^3$

B) $4,5 \cdot 10^5 - 9,5 \cdot 10^4 = (4,5 \cdot 10 - 9,5) \cdot 10^4 = (45 - 9,5) \cdot 10^4 = 35,5 \cdot 10^4 = 3,55 \cdot 10^5$

C) $1,2 \cdot 10^{-3} - 4,5 \cdot 10^{-5} = (1,2 \cdot 10^2 - 4,5) \cdot 10^{-5} = (120 - 4,5) \cdot 10^{-5} = 115,5 \cdot 10^{-5} = 1,155 \cdot 10^{-3}$

D) $(2 \cdot 10^5) \times (3,5 \cdot 10^3) = (2 \cdot 3,5) \cdot 10^{5+3} = 7 \cdot 10^8$

E) $(1,2 \cdot 10^{-4}) \times (5 \cdot 10^{-3}) = (1,2 \cdot 5) \cdot 10^{-4-3} = 6 \cdot 10^{-7}$

F) $(7 \cdot 10^6)^2 = (7)^2 \cdot (10^6)^2 = 49 \cdot 10^{12} = (4,9 \cdot 10) \cdot 10^{12} = 4,9 \cdot 10^{13}$

G) $\left(5 \cdot 10^{-5}\right)^2 = (5)^2 \cdot (10^{-5})^2 = 25 \cdot 10^{-10} = (2,5 \cdot 10) \cdot 10^{-10} = 2,5 \cdot 10^{-9}$

H) $\dfrac{7,5 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^3} = \dfrac{7,5}{2,5} \cdot 10^{8-3} = 3 \cdot 10^5$

I) $\dfrac{2 \cdot 10^{-7}}{8 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{2}{8} \cdot 10^{-7-(-5)} = 0,25 \cdot 10^{-7+5} = (2,5 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^{-3}$

Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações - Volume 1**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2012. Capítulo sobre potências e notação científica. ISBN 9788508140641.

MUNDO EDUCAÇÃO. **Notação Científica - O que é, como fazer e exemplos**. [*S. l.: s. n.*], 2024. Acessado em 16 de abril de 2025. Disponível em: `https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/notacao-cientifica.htm`.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva. Vol. 1**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

TODA MATÉRIA. **Potenciação - Definição, Propriedades e Exercícios**. [*S. l.: s. n.*], 2024. Acessado em 16 de abril de 2025. Disponível em: `https://www.todamateria.com.br/potenciacao/`.